

1. Назва дисципліни – **Асимптотичні методи в механіці**
2. Лектор – Пацегон Микола Федорович, професор
3. Предмет вибірковий
4. Курс 1У, семестр 7 (осінній)
5. Необхідні знання курсів математичного аналізу, вищої алгебри, теорії диференціальних рівнянь, рівнянь математичної фізики та механіки суцільних середовищ.
6. Анотація курсу.

В курсі вивчаються основні класичні методи дослідження сингулярно збурених задач: метод Прандтля в теорії примежового шару, удосконалена процедура Ван-Дайка зрощування асимптотичних розкладів, метод складених розкладів Вишика-Люстерніка, побудова складених розкладів для рівнянь з частинними похідними; метод Лінштедта-Пуанкаре, метод перенормування; метод усереднення, метод Крилова-Боголюбова-Митропольського.

*Title:* **Asymptotic Methods in Mechanics**

*Lecturer:* Patsegon N.F., professor

*Status:* alternative

*Year, semester:* 1 year - 7 semester.

*Prior conditions:* differential calculus, analytical geometry, higher algebra, mathematical analysis, differential and mathematical physics equations, continua mechanics.

*Annotation:*

The principal classical methods of investigation of singular pertubated problems in mechanics are studied: the Prandtl's method in a theory of boundary layer, the modified van Dyke's procedure for uniform asymptotic expantions, the Vishik-Lyusternic's method of composed expansions, the construction of solutions for pertubated equations with partial derivatives; the method of Lindstedt-Poincare< the avaranging methods in a theory of nonlinear oscillations, the Krylov-Bogolyubov-Mitropolskiy's method and multiple scales methods.

*Control forms, evaluating system:*

credit, test or exam alternatively.

7. В процесі слухання курсу студенти виконують самостійні роботи: 1) з методу примежового шару, 2) з методу усереднення в теорії нелінійних коливань. В кінці семестру – залік. Система оцінювання: "зараховано", "незараховано".

## 8.Програма спеціального курсу

" Асимптотические методы в механике ", УІІ семестр, гр. ММ-41

1. Символы сравнения "о" и "О". Калибровочные функции.
2. Асимптотические последовательности. Разложение функции по асимптотической последовательности и его единственность.
3. Сходящиеся и асимптотические ряды.
4. Регулярно и сингулярно возмущенные задачи. Примеры.
5. Асимптотическое приближение решения задачи по параметру. Приближение асимптотическими рядами. Точность приближения.

6. Существование равномерного асимптотического приближения регулярно возмущенной задачи.
7. Основные причины возникновения сингулярностей возмущенных задач.
8. Понятие пограничного слоя. Внутреннее и внешнее решения задачи.
9. Понятие внутреннего разложения внешнего решения, внешнего разложения внутреннего решения. Составное решение.
10. Определение местонахождения пограничного слоя. Выбор преобразования растяжения. Процедура Прандтля построения составного решения.
11. Высшие приближения решения. Усовершенствованная процедура Ван-Дайка построения составного решения.
12. Метод составных разложений Вышика-Люстерника.
13. Применение метода Вышика-Люстерника к решению сингулярно возмущенных уравнений с частными производными.
14. Погранслойные переменные. Представление дифференциальных операторов через погранслойные переменные.
15. Структура погранслойного оператора для уравнения эллиптического типа. Составное решение в случае регулярной границы.
16. Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами. Внутренний пограничный слой.
17. Метод гармонического баланса в теории нелинейных колебаний. Амплитудно - частотная характеристика и скелетная кривая жестких и мягких механических систем.
18. Сингулярности, вызванные неограниченностью области определения. Уравнение Дюффинга.
19. Метод Линдштедта- Пуанкаре.
20. Метод перенормировки. Примеры.
21. Метод вариации произвольных постоянных. Процедура усреднения.
22. Метод многих масштабов.
23. Решения уравнений Дюффинга, Ван-дер-Поля, Рэля первого порядка точности.
24. Высшие приближения решений. Метод Крылова-Боголюбова –Митропольского. Построение равномерного решения второго порядка точности.

## 9. Типові зарахункові задачі та задачі модульних контролів

1. Построить равномерно пригодное решение третьего порядка точности следующей краевой задачи:

$$\begin{aligned} \varepsilon y'' + y' + y &= 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \\ y(0) &= \alpha, \quad y(1) = \beta. \end{aligned}$$

2. С точностью  $O(\varepsilon^2)$  найдите решение задачи

$$\begin{aligned} \varepsilon y'' + (2x+1)y' + y &= 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \\ y(0) &= \alpha, \quad y(1) = \beta. \end{aligned}$$

3. Используя метод Линдштедта-Пуанкаре определите решение второго порядка точности следующего уравнения

$$\ddot{x} + x + \varepsilon x^3 = 0$$

4. Изложите метод усреднения получения решений уравнения

$$\ddot{x} + x - \varepsilon f(x, \dot{x}) = 0$$

на примере уравнения Рэля, когда  $f(x, \dot{x}) = \varepsilon(\dot{x} - \dot{x}^3 / 3)$

## **10. Рекомендована література**

1. А.Найфэ. Введение в методы возмущений. М., Мир, 1984, 535 с.
2. А.Б.Васильева, В.Ф.Бутузов. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М., ВШ, 1990, 208 с.
3. А.Найфэ. Методы возмущений. М., Мир, 1976, 455 с.
4. М.Ван-Дайк. Методы возмущений в механике жидкости. М., Мир, 1967, 310 с.
5. Дж.Коул Методы возмущений в прикладной математике. М., Мир, 1972.
6. Ю.А.Митропольский, А.М.Самойленко. Математические проблемы нелинейной механики. Киев, Вища школа, 1987, 72 с.
7. Л.Чанг, Ф.Хауэс. Нелинейные сингулярно возмущенные краевые задачи. М., Мир, 1988, 245с.
8. Розо М. Нелинейные колебания и теория устойчивости. М., Наука, 1971, 288 с.

## **11. Інформаційні ресурси**

1. Базовая, вспомогательная и дополнительная литература по различным разделам теории асимптотических методов и их применения содержится на электронных носителях в кабинете механики и доступна для всех студентов кафедры.