МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Л.Н.Попова

МАТЕРИАЛЫ К СПЕЦКУРСУ «ИСТОРИЯ МЕХАНИКИ»

Харьков – 2012

Предисловие

Настоящее пособие содержит материалы спецкурса по истории механики, рассчитанного на 24 лекционных часа. Оно охватывает основные его разделы, такие как законы динамики Ньютона, развитие аналитической механики, зарождение и развитие гидростатики, гидродинамики идеальной и вязкой жидкости. Отдельный раздел посвящен истории Харьковского университета и кафедры механики.

Пособие предназначено для магистров механико-математического факультета, обучающихся по специальности «Механика», и использует знания, полученные ими при изучении основных математических дисциплин, теоретической механики, механики сплошной среды и физики.

В конце приводится список литературы, которая может быть полезна тем, кто хочет подробнее познакомиться с этой непростой и увлекательной наукой. Вошедшие в него книги имеются в фонде Центральной научной библиотеки университета и доступны всем желающим.

ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ НЬЮТОНА

Основные законы движения сформулированы И.Ньютоном (1643-1727) в трактате «Математические начала натуральной философии». С этой книги начинается современная механика и современная теоретическая физика.

Первое издание трактата вышло в 1687 г. При жизни Ньютона он издавался еще дважды: в 1713 г. и в 1726 г. Сочинение было написано на латинском языке по традиции того времени.

Термин «Начала», использованный Ньютоном в заглавии, видимо, восходит к названию другого выдающегося создания человеческого гения – в III веке до н.э. было написано сочинение Евклида «Начала», в котором впервые давалось аксиоматическое изложение геометрии и по которому Ньютон в школьные годы изучал математику. По другой версии, Ньютон использовал такое название для своего труда в противовес книге Декарта «Начала философии» (1644).

Идеи Ньютона не были восприняты современниками ни в самой Великобритании, ни на Европейском континенте, а во Франции их встретили просто враждебно. Лишь единицам выдающихся ученых было дано проникнуть в существо этих великих идей. Одним из пропагандистов теории Ньютона во Франции был Вольтер.

На русский язык труд Ньютона был переведен в 1916 г. замечательным русским математиком, механиком и кораблестроителем академиком А.Н.Крыловым и опубликован в «Известиях Николаевской морской академии», а также в Собрании сочинений А.Н.Крылова.

Трактат Ньютона содержит Введение и три Книги.

Во Введении дается разъяснение основных понятий механики и формулируются законы движения.

Определение I.

Количество материи (масса) есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально плотности и объему её.

Т.е. масса есть произведение плотности и объема.

Это определение предполагает, что нам известна плотность. В настоящее время мы называем плотностью массу единицы объема, в XVII в. первоначальной величиной была плотность или удельный вес. Правила её определения были известны со времен Архимеда. По Ньютону, плотность определяется числом частиц в единице объема. Понятие «масса» было новым. Масса может быть определена по весу тела, т.к. она пропорциональна весу, - это Ньютон обнаружил экспериментально (опыты с маятниками).

Определение II.

Количество движения есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально скорости и массе.

Т.е. количество движения есть произведение скорости и массы.

Определение III.

Врожденная сила материи есть присущая ей способность сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Эта сила, добавляет Ньютон, пропорциональна массе. Здесь вводится обычное физическое определение массы как меры инерции.

Сила инерции Ньютона дожила до времен Эйлера, в течение всего XVIII в. понятие о силе было весьма неопределенным, использовали термины «живая сила», «лошадиная сила», «жизненная сила», «усыпительная сила» и т.д. Точное определение понятия силы выработалось только к началу XIX в.

Настоящая сила (в современном смысле) появляется в определении IV.

Определение IV.

Приложенная сила есть действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Сила может быть связана с ударом, давлением и действием некоторого силового центра. Это последнее действие Ньютон считает необходимым определить отдельно.

Определение V.

Центростремительная сила есть та, с которой тела, как к центру, отовсюду притягиваются, гонятся или как бы то ни было стремятся.

Полем центростремительных сил является пространство вокруг Солнца, планет, пространство вокруг магнита. Центростремительная сила в каждой точке пространства определяется мощностью силового центра, положением точки и массой тела, помещенного в эту точку. В связи с этим Ньютон вводит для центростремительной силы три характеристики: абсолютную, ускоряющую и движущую величину.

Определение VI.

Абсолютная величина центростремительной силы есть мера большей или меньшей мощности самого источника её распространения из центра в окружающее его пространство.

Определение VII.

Ускоряющая величина центростремительной силы есть мера, пропорциональная той скорости, которую она производит в течение данного времени.

Определение VIII.

Движущая величина центростремительной силы есть её мера, пропорциональная количеству движения, которое ею производится в течение данного времени.

В настоящее время мы называем центростремительную силу Ньютона центральной.

Выпишем основное уравнение динамики в проекции на направление действия центральной силы

$$F = \frac{d(m\upsilon)}{dt}.$$

Величину F Ньютон называет абсолютной силой, $d(m\upsilon)/dt$ – изменение количества движения в единицу времени – движущей силой, а $d\upsilon/dt = F/m$ – ускоряющей силой. В течение всего XVIII в. ускоряющая сила заслонила понятие ускорения, даже через сто лет после Ньютона Лагранж в своей «Аналитической механике» называет d^2x/dt^2 ускоряющей силой по оси Ox.

Раздел «Определения» заключается «Поучением», где Ньютон излагает свои взгляды на пространство и время, абсолютное и относительное движение. Ньютон понимает, что наблюдаемые в природе движения имеют относительный характер: «движение и покой, при обычном их рассмотрении, различаются лишь в отношении одного к другому, ибо не всегда находится в покое то, что таковым простому взгляду представляется», – говорит он в пояснении к «Определению III», и описание их требует задания системы отсчета. Но Ньютон полагал, что можно говорить об абсолютном движении тел, используя представления об абсолютном пространстве и времени. Вот как он определяет эти фундаментальные в его механике понятия:

I. Абсолютное, истинное математическое время само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему, протекает равномерно и иначе называется длительностью.

Относительное, кажущееся, или обыденное время есть или точная, или измененная, постигаемая чувствами, внешняя, совершаемая при посредстве какого-либо движения, мера продолжительности, употребляемая в обыденной жизни вместо истинного математического времени, как то : час, день, месяц, год.

II. Абсолютное пространство по самой своей сущности безотносительно к чему бы то ни было внешнему остается всегда одинаковым и неподвижным.

Относительное есть его мера или какая-либо ограниченная подвижная часть, которая определяется нашими чувствами по положению его относительно некоторых тел и которое в обыденной жизни принимается за пространство неподвижное.

III. Место есть часть пространства, занимаемая телом, и по отношению к пространству бывает или абсолютным, или относительным.

IV. Абсолютное движение есть перемещение тела из одного его абсолютного места в другое, относительное – из относительного в относительное же.

Ньютон признавал объективное существование пространства и времени, при этом отрывал абсолютное пространство и время от реальных вещей и процессов. Абсолютное время, по Ньютону, характеризуется равномерностью течения, для относительного времени, постигаемого в процессах, например движениях светил, такой равномерности может и не быть. Абсолютное пространство Ньютона – это абсолютное неподвижное пространство. Места как части такого пространства есть места абсолютные, и только перемещения из этих мест составляют абсолютное движение. На практике же мы имеем дело с относительными движениями, связывая системы отсчета с теми или иными телами.

Во Введении сформулированы три основных закона динамики Ньютона.

Закон I.

Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.

Если выразить основную мысль I закона аналитически, то она приводится к соотношению, справедливому в отсутствие сил:

$$\vec{\upsilon} = \dot{\vec{r}} = const\,.$$

Закон II.

Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

Аналитически в современных обозначениях этот закон можно записать следующим образом

$$\frac{d\vec{Q}}{dt}=\vec{F},$$

где $\vec{Q}=m_i\vec{\upsilon}$ - количество движения частицы, равное, как говорилось в определении II, произведению скорости на некоторый коэффициент, который называется инертной массой.

Закон III.

Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе – взаимодействия двух тел друг на друга равны и направлены в противоположные стороны.

Сила, как утверждает третий закон, всегда является результатом взаимодействия между телами. Она определяется массами взаимодействующих тел и взаимными расстояниями. Она не зависит от состояния тел и от наличия других сил. Отсюда вытекает принцип суперпозиции сил, который Ньютон сформулировал в виде правила параллелограмма сил.

Из второго и третьего законов Ньютон выводит закон сохранения количества движения замкнутой системы: *центр тяжести системы двух или нескольких тел от взаимодействия тел друг на друга не изменяет ни своего состояния покоя, ни движения; поэтому центр тяжести системы всех действующих друг на друга тел (при отсутствии внешних действий и препятствий) или находится в покое, или движется равномерно и прямолинейно.*

Из принципа независимости действия сил и из того, что силы взаимодействия определяются только расстояниями между телами, следует принцип относительности Галилея-Ньютона: *относительные движения друг по отношению к другу тел, заключенных в каком-либо пространстве, одинаковы, покоится ли это пространство или движется равномерно и прямолинейно без вращения.*

Первый и второй законы были известны Г.Галилею и Р.Декарту.

Галилео Галилей (1564-1642) был основателем рациональной динамики, т.е. учения о движении тел под действием сил. Великая заслуга Галилея заключается в том, что он сумел рассмотреть в движении основное и отвлечься от случайного. По Аристотелю, под действием постоянной силы тело будет двигаться прямолинейно с постоянной скоростью. Такое воззрение опиралось на простейший опыт: под постоянным действием лошади воз катится по дороге прямолинейно и равномерно. Галилей проводил опыты со свободно падающими телами и телами, скользящими по наклонной плоскости, и получил результаты, которые на современном языке можно сформулировать следующим образом (термина «ускорение» во времена Галилея еще не было): свободно падающие тела и тела, скользящие без трения по наклонной плоскости, движутся с постоянным ускорением. Таким образом, он установил, что постоянная сила – сила тяжести – сообщает телу постоянное ускорение. Поэтому Галилей имеет некоторое право на открытие второго закона динамики.

При изучении движения тел по наклонной плоскости Галилей пришел к заключению, что без действия сил тело будет двигаться равномерно или останется в покое. Это утверждение не является прямым обобщением опыта. Мы знаем, что тело, движущееся по горизонтальной плоскости, в конце концов останавливается из-за трения. Свой закон свободного движения Галилей получил из мысленного эксперимента. Представим себе тело, скользящее без трения вниз по наклонной плоскости. Скорость тела увеличивается независимо от того, каков угол наклона плоскости. Тело, движущееся вверх по наклонной плоскости, должно замедляться независимо от угла наклона. Отсюда следует, что скорость тела, скользящего по идеальной горизонтальной поверхности, не может ни уменьшаться, ни увеличиваться, т.е. остается постоянной. О горизонтальном движении по поверхности Земли Галилей писал: если бы Земля была идеально гладкой сферой, то тело, скользящее без трения по ее поверхности, перемещалось бы с постоянной скоростью вдоль дуги большого круга и в конечном итоге вернулось бы в исходную точку.

Французский философ Анри Бергсон как-то сказал: «Ньютоновская физика спустилась с Небес на Землю по наклонной плоскости Галилея».

Общая формулировка закона инерции принадлежит Рене Декарту (1596-1650), она вошла в его трактат «Начала философии»: «… всякое тело остается в том состоянии, в котором оно находится, пока какие-нибудь … причины его не изменяют. …В частности, каждая материальная частица, продолжая свое движение, никогда не стремится двигаться по кривым линиям, а только по прямой. Всякое тело, движущееся по кругу, все время стремится удалиться от описываемой им окружности: можно даже чувствовать это рукой».

Третий закон Ньютон связывает с именем Христиана Гюйгенса (1629-1695), однако только в «Началах» содержится его ясная и четкая формулировка.

К трем сформулированным законам целесообразно присоединить закон тяготения, который входит в Книгу III.

Тяготение существует ко всем телам вообще и пропорционально массе каждого из них. И далее, *тяготение к равным отдельным частицам тел обратно пропорционально квадратам расстояний мест до частиц*.

Трактат «Математические начала натуральной философии»

Трактат Ньютона распадается на три части (книги): в первых двух частях рассматривается движение тел, в третьей части излагается система мира.

Первая часть разделена на четырнадцать отделов.

В отделе 1 приводятся основные положения дифференциального и интегрального исчисления, который Ньютон называл *методом начальных и конечных отношений* или *методом флюксий*.

Ньютон вводит понятие непрерывной математической величины как абстракцию от различных видов непрерывного движения. Линии производятся движением точек, поверхности – движением линий, тела – движением поверхностей, углы – вращением сторон.

Непрерывные переменные величины Ньютон называл *флюентами* (текущими величинами, от лат. fluo – теку). Флюенты обозначались последними буквами алфавита: υ, x, y, z , первые буквы a, b, c, d использовались для постоянных. Бесконечно малое изменение флюенты (в принятой сейчас терминологии Лейбница – дифференциал) Ньютон называл *моментом* и обозначал символом $o \cdot x$. Он употреблял этот символ из-за сходства с нулем, к которому стремится эта величина. Скорость изменения флюенты (производную) Ньютон называл *флюксией* и обозначал $\dot{x}$. Для производных высших порядков использовались обозначения $\ddot{x}, \dddot{x}, \ddddot{x}$ …

Ньютон сформулировал две основные задачи метода флюксий:

1. По соотношению между флюентами найти соотношение между флюксиями или определить скорость движения в данный момент по известному пути (задача дифференцирования).

2. По уравнению, содержащему флюксии, найти соотношение между флюентами или определить пройденный за данное время путь по известной скорости движения (задача интегрирования дифференциального уравнения и, в частности, отыскание первообразной).

Ньютон отчетливо понимал взаимно обратный характер операций дифференцирования и интегрирования.

Следует заметить, что понятия «функция» в общепринятом смысле еще не было. Оно появилось только в самом конце XVII в. (в 1697 г. в переписке Лейбница с И.Бернулли применяется слово «функция» в смысле аналитического выражения).

В качестве знака интеграла (или квадратуры) используется маленький квадратик; например интеграл от функции $y = 1/(ax+b)$ записывается как $\square 1/(ax+b)$.

Основные идеи метода флюксий сложились у Ньютона под влиянием трудов его предшественников и современников: П.Ферма (1601-1665), Д.Грегори (1638-1675), И.Барроу (1630-1677) еще в конце 1660 гг. В 1669 г. Ньютон написал мемуар «Об анализе уравнениями бесконечных рядов». Главный его предмет – квадратуры. Ньютон вычисляет площадь, ограниченную кривой

$$y = ax^{m/n} \tag{1}$$

и осью абсцисс, и находит для нее выражение

$$\frac{an}{m+n}x^{\frac{m+n}{n}}. \quad (2)$$

Таким образом, Ньютон нашел производную и интеграл от степенной функции. Различные рациональные, дробно-рациональные, иррациональные и трансцендентные функции Ньютон разлагал в бесконечные степенные ряды, а затем, пользуясь формулами (1), (2) и аддитивностью операций дифференцирования и интегрирования, находил производные и интегралы от этих функций.

С помощью метода флюксий Ньютон смог решить множество важнейших задач анализа: строил решения дифференциальных уравнений, определял максимумы и минимумы функций, находил касательные к кривым и их кривизну, вычислял площади, ограниченные кривыми, и длину отрезков кривых.

Некоторые современники Ньютона отвергали метод флюксий. Они утверждали, что «конечное отношение» двух «исчезающих величин» (терминология Ньютона), т.е. величин, стремящихся к нулю, или «начальное отношение» двух «рождающихся величин», т.е. величин, возрастающих от нуля, представляют собой отношение типа $0/0$, т.е. лишено всякого смысла. Ньютон разъяснял в «Началах», что речь идет о пределе отношения, а не об отношении пределов. Епископ Джордж Беркли (1685-1753) считал флюксии от флюксий, т.е. производные высшего порядка, особенно нелепым изобретением, подобным призраку от призрака.

Основные результаты, связанные с методом флюксий, Ньютон не торопился публиковать. Многие из них увидели свет только в XVIII в. Основной его труд «Метод флюксий и бесконечные ряды» был издан уже после его смерти – в 1736 г. Это объясняют тем, что математика в работах Ньютона играла вспомогательную роль как аппарат для решения физических задач. Впоследствии возник спор Ньютона с Лейбницем относительно приоритета открытия дифференциального и интегрального исчисления. В настоящее время историки науки пришли к выводу: основы анализа бесконечно малых открыты Ньютоном и Лейбницем независимо, причем открытие Ньютона было сделано несколькими годами ранее.

Отделы 2-4 первой части трактата «Начала» посвящены анализу движения тела под действием центральной силы. Устанавливается, что в поле центральной силы выполняется закон площадей. Доказывается и обратная теорема: при выполнении закона площадей сила является центральной. Из того факта, что в поле центральной силы траектория есть кривая второго порядка, выводится закон обратной квадратичной пропорциональности. И, наоборот, в поле центральной, зависящей только от расстояния, силы, обратно пропорциональной квадрату расстояния, небесные тела движутся вокруг

Солнца по коническим сечениям, в фокусе которых находится Солнце. Сформулированы условия, при которых траектория будет эллипсом, гиперболой или параболой.

Отделы 5-6 носят чисто геометрический характер, рассматриваются вопросы, имеющие непосредственное отношение к определению орбит небесных тел.

Отдел 7 посвящен исследованию прямолинейного движения точки под действием центральной силы. Здесь Ньютон чисто геометрическим путем решает задачу об определении закона движения тела, притягиваемого или отталкиваемого силовым центром, если начальная скорость его направлена к этому центру. В отделе 8 исследуется движение под действием центральной силы общего вида. В отделе 9 рассматривается движение под действием суммы двух сил: ньютоновской и обратно пропорциональной кубу расстояния. В отделе 10 изучается задача о движении тела по идеальной поверхности и идеальной кривой. В отделе 11 рассматривается задача двух тел, поставлена задача трех тел, построена первая математическая теория Луны.

В отделе 12 определена сила тяготения сферического однородного тела, показано, что вне шара создается такое же поле тяготения, как если бы масса шара была сосредоточена в его центре, внутри шара сила пропорциональна расстоянию до центра. Доказывается, что сферический слой не действует на внутреннюю точку, на внешнюю же действует так же, как если бы масса слоя была сосредоточена в его центре. В отделе 13 вычисляется сила тяготения со стороны тела вращения на точку, лежащую на оси вращения. Этими задачами Ньютон заложил основы теории потенциала, которая получила развитие в трудах Лапласа, Пуассона и Ляпунова.

Отдел 14 посвящен изучению движения частиц в неоднородных средах.

Для иллюстрации геометрических методов, которыми пользовался Ньютон при решении задач и доказательстве теорем, приведем представленное в отделе 7 решение задачи о прямолинейном движении тела в поле центральной силы.

Задача. *Предполагая центростремительную силу какою угодно и допуская квадратуру кривых, требуется определить как скорость движущегося прямо к центру или от центра тела в любой точке, так и время, в течение которого оно приходит в какое-либо место и обратно*.

Решение. Из заданной точки A по прямой AC падает тело (Рис.1). Из каждой точки E прямой восставляем перпендикуляр, на котором откладываем отрезок EG, пропорциональный величине силы, действующей в этой точке, получаем кривую BG (Рис.2). Тогда скорость в точке E будет пропорциональна стороне квадрата, площадь которого равна площади криволинейного четырехугольника $ABGE$.

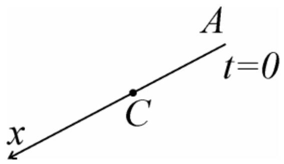

Рис. 1

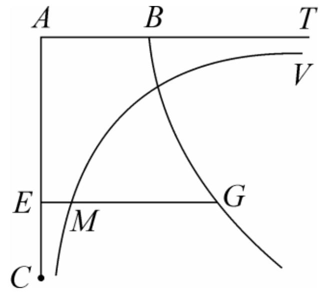

Рис. 2

Откладываем на прямой EG отрезок EM, обратно пропорциональный стороне указанного квадрата. Строим кривую MV, которая состоит из таких точек. Для этой кривой прямая AT служит асимптотой. Время, в течение которого тело проходит путь AE, пропорционально площади $ABTVME$.

Поясним решение. Пусть начальная скорость тела равна нулю, начальное расстояние от центра – AC. Массу тела считаем равной единице. Тогда в любой момент времени

$$x = AE, \quad F(x) = EG, \quad \frac{1}{\upsilon} = EM,$$

где x – координата, отсчитываемая от начального положения, $F(x)$, υ – проекции силы и скорости на направление к центру.

Из закона сохранения энергии получаем

$$\frac{\upsilon^2}{2} - \int_0^x F(x)dx = 0,$$

откуда

$$\upsilon^2 = 2\int_0^x F(x)dx. \tag{3}$$

Интеграл в правой части пропорционален площади криволинейного четырехугольника $ABGE$. Этим доказывается первая часть построенного Ньютоном решения. Таким образом, утверждение Ньютона представляет собой закон сохранения энергии для прямолинейного центрального движения.

Из (3) следует

$$\upsilon = \sqrt{2\int_0^x F(x)dx} = f(x), \quad dt = \frac{dx}{f(x)}, \quad t = \int_0^x \frac{dx}{\upsilon}.$$

Здесь интеграл в правой части третьего равенства равен площади $ABTVME$. Этим доказывается вторая часть решения Ньютона.

Нет сомнения, что при написании «Начал» Ньютон вполне владел приемами флюксионного исчисления и метода квадратур. Во втором отделе второй части он пользуется этими методами и доказывает несколько важных теорем. Однако метод флюксий в «Началах» реализован в очень малой степени. Почему? Историки математики объясняют это следующим образом. Ньютон, естественно, стремился к тому, чтобы его книгу читали и чтобы она была понята. А написанные на языке метода флюксий и метода квадратур «Начала» остались бы для большинства ученых – современников Ньютона тайной за семью печатями. Геометрические же «Начала» с трудом, но хотя бы в некоторой степени усваивались.

В первой части трактата «Начала» рассмотрено потенциальное поле в вакууме. Вторая часть посвящена изучению влияния среды на движение тел. Действие среды приводит к возникновению сил сопротивления (внутреннего трения), зависящих от скорости движущегося тела. Эти силы учитываются с помощью эмпирических формул.

В отделе 1 принимается, что сила сопротивления пропорциональна скорости, рассматриваются задачи, представляющие большое значение для баллистики, а именно: движение тела, брошенного вверх, и движение тела, брошенного под углом к горизонту. В отделе 2 изучается движение тела при сопротивлении, пропорциональном квадрату скорости, здесь Ньютон использует свой метод флюксий. В отделе 3 сопротивление среды задается выражением $f = -k_1 \upsilon - k_2 \upsilon^2$, при нахождении закона движения тела, брошенного вверх, используются геометрические приёмы. В отделе 4 рассматривается круговое движение тела в сопротивляющейся среде.

Отдел 5 посвящен гидростатике. Дается определение жидкости: *жидкость есть такое тело, коего части уступают всякой как бы то ни было приложенной силе, и, уступая, свободно движутся друг относительно друга*. Из этого определения выводится равномерное распределение давления в невесомой жидкости и вычисляется давление на дно, производимое тяжелой жидкостью. Исследуются некоторые свойства сжимаемой жидкости.

В отделе 6 изучаются затухающие колебания маятника в сопротивляющейся среде. Этим вопросом Ньютон занимался особенно тщательно. Он проводил опыты с маятниками, справедливо полагая, что результаты таких опытов дают материал для характеристики среды. Кроме того, они позволяют с большой точностью проверить пропорциональность массы и веса.

В отделе 7 рассматривается механизм сопротивления и влияние формы тела на сопротивление, испытываемое им при движении в жидкости, развиваются соображения подобия для частиц, подверженных действию разных сил, формулируются задачи гидродинамики вязкой жидкости. В отделе 8 изучаются волновые движения в жидкой среде, а в отделе 9 – вихревые движение жидкости.

Третью часть Ньютон назвал «О системе мира». В ней дается приложение всего предыдущего материала к объяснению и математическому описанию явлений природы, главным образом, к объяснению движения тел Солнечной системы. На основе законов динамики Ньютон выводит законы движения небесных тел – планет и их спутников – и сравнивает полученные результаты с имеющимися материалами астрономических наблюдений. Достаточно хорошее их совпадение служит для Ньютона доказательством справедливости его законов.

Ньютон анализирует движение Луны и комет, излагает теорию приливов, рассматривает много других проблем механики. Вот некоторые из них:

- найдено уточнение третьего закона Кеплера;
- установлено влияние Солнца на движение Луны;
- выяснено, что орбиты планет испытывают возмущения со стороны других планет, заложены основы расчета этих возмущений;
- установлено, что экваториальный радиус Земли больше полярного на 21 *км*;
- описаны опыты с маятниками для определения отношения инертной и гравитационной масс;
- установлено, что вследствие вращения Земли вокруг собственной оси она имеет форму геоида с полуосями D_1, D_2, причем относительная величина сжатия

$$\alpha = \frac{D_1 - D_2}{D_1} = \frac{1}{229},$$

(по современным данным – 1/198.25).

Таково краткое содержание «Начал». По богатству содержания и напряженности мысли это произведение принадлежит к числу немногих творений человеческого гения. Научный подвиг Ньютона был по справедливости оценен современниками, но и потомки не перестают черпать из этой сокровищницы физической мысли.

Возникновение и развитие основных понятий механики

1. Скорость

Понятие «скорость» происходит от слова «скоро». В античной механике термина «скорость» еще не было. Рассматривались более или менее скорые движения. В книге «Физика» Аристотель (384-322 до н.э.) пишет, что более скорому из двух тел необходимо в равное время двигаться больше другого, в меньшее – одинаково или в меньшее – больше…». Время как таковое не измерялось. Выделяли определенный отрезок пути и следили, какое тело достигает его конца раньше, а какое – позже.

Введение эталона времени – часов – связано с именем Галилея. Механических часов, пригодных для измерения небольших промежутков времени, не было; их создание стало возможным лишь на основании результатов, полученных Галилеем. В то время в употреблении были песочные и водяные часы. Галилей сумел приспособить водяные часы к измерению времени движения тела. Они представляли собой наполненный водой сосуд большого поперечного сечения с маленьким отверстием в днище, которое можно было закрывать пальцем. Когда какое-либо тело в эксперименте начинало движение, Галилей, отняв палец, открывал сосуд и выпускал воду на весы. Когда тело достигало конца своего пути, он закрывал сосуд. Вследствие большого поперечника сосуда уровень воды в нём за время опыта изменялся мало, давление столба жидкости оставалось почти постоянным, и вес вытекшей воды был пропорционален времени истечения t.

Отношение

$$\upsilon = \frac{s}{t}, \tag{4}$$

которое получалось опытным путем, характеризовало движение и определяло его *скорость*.

То, что уравнение (4) описывает лишь равномерное движение, было осознано не сразу. Изучая свободное падение тел, Галилей заметил, что скорость, определяемая уравнением (4), зависит от высоты падения тела. Он начал рассматривать скорость как переменную величину. В случае свободного падения он предположил, что скорость изменяется по закону $\upsilon = at$, подобно закону изменения пути в равномерном движении, и ввёл таким образом новую кинематическую характеристику движения – *ускорение* a.

Дифференциальное исчисление, созданное Ньютоном и Лейбницем, позволило ввести *мгновенную скорость,* которая характеризует произвольное движение:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt}.$$

Величину, вычисленную по формуле (4), стали называть *средней скоростью*.

Современное определение скорости как производной радиус-вектора точки по времени

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

появилось значительно позже, когда возникло векторное исчисление, но уже Галилей осознавал векторный характер скорости и понимал, что скорости складываются по правилу параллелограмма, если составляющие взаимно перпендикулярны. Впрочем, это было известно голландскому математику, механику и инженеру Симону Стевину (1548-1620), а еще ранее – Леонардо да Винчи (1452-1519).

2. Ускорение

2.1. Ускорение при равнопеременном движении. Неравномерное движение первым, по-видимому, начал изучать французский математик, физик и экономист Никола Орем (1323-1382). Он родился в Нормандии, учился в Сорбонне и там же некоторое время работал. Н. Орем был наставником французского короля Карла V и закончил жизнь епископом г. Лизве. Орема считают изобретателем аналитической геометрии, поскольку он пользовался геометрическим изображением изменения переменных величин. В своем трактате «О конфигурации количеств» Орем фактически исследует движение с постоянным ускорением и находит, что путь при равнопеременном движении равен пути, пройденному за то же время при равномерном движение со скоростью $\upsilon = (\upsilon_1 + \upsilon_2)/2$, где υ_1, υ_2 - скорости точки в начальный и конечный моменты времени, соответственно. В другом сочинении Орема «Вопросы по геометрии Евклида» устанавливается, что при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью путь пропорционален квадрату времени.

К этим же выводам Галилей пришел независимо через 250 лет. В его сочинении «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению», изданном в Голландии в 1638 г., рассматривается равномерное движение, равноускоренное движение и движение тела, брошенного под углом к горизонту. Механика Галилея базируется на четырех аксиомах, которые он не формулировал в явном виде, но которые скрыто присутствуют во всех его рассуждениях:

1. *Закон инерции* (см. Лекцию 1).

2. *Свободно падающее тело движется с постоянным ускорением*.

Математическая запись этого утверждения: $\upsilon = gt + \upsilon_0$. Чтобы определить путь за время t, Галилей рассуждал так: рассмотрим тело, движущееся с постоянной скоростью $\bar{\upsilon} = (\upsilon_0 + \upsilon)/2$, равной среднему её значению; за время t оно пройдет тот же путь, что и свободно падающее тело:

$$s = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} g t^2 .$$

При $\upsilon_0 = 0$ получаем

$$s = \frac{1}{2} g t^2 \; , \; \upsilon^2 = 2gs .$$

Как пришел Галилей к этому закону свободного падения? Анализ его трудов позволяет предположить, что в процессе работы он прошел три этапа.

а) Он предположил, что первоначально покоящееся тело постепенно увеличивает свою скорость. Сейчас это кажется очевидным, но во времена Галилея полагали, что как только на тело начинает действовать сила тяжести, оно мгновенно приобретает некоторую скорость, которая остается неизменной до конца падения.

b) Выбор конкретного закона. Галилей считал, что движение падающих тел должно описываться простым законом, т.к. простота – неотъемлемое свойство природы. Сначала он остановился на законе $\Delta\upsilon = C\Delta s$, но отверг его, когда понял, что из него следует, что первоначально покоящееся тело должно оставаться в покое всегда.

c) Проверка закона $\upsilon = gt \ (\Rightarrow s = gt^2/2)$. Во времена Галилея проверить этот закон было очень трудно, т.к. не было еще точных часов. Галилей отсчитывал время по собственному пульсу (он изучал медицину в Пизанском университете) или с помощью водяных часов. Кратчайший промежуток времени, который можно измерить с хорошей точностью, составлял $\sim 10c$. Но за такое время свободно падающее тело пролетит *~0.5 км*. Галилей обошел практические трудности, связанные с измерением коротких временных интервалов и больших расстояний, использовав наклонную плоскость. Для интерпретации результатов измерения ему понадобился следующий постулат:

3. *Тело, скользящее без трения по наклонной плоскости, движется с ускорением* $g\sin\theta$, где θ - угол наклона плоскости к горизонту.

Свободное падение получается как частный случай при $\theta = 90^0$ (вертикальная плоскость), а закон инерции соответствует горизонтальной плоскости ($\theta = 0$). Используя в экспериментах наклонную плоскость с малым углом θ, Галилей смог проверить гипотезу постоянства ускорения при вертикальном падении. Из законов Галилея следовало, что скорость тела, скользящего по наклонной плоскости из состояния покоя, зависит лишь от высоты h, с которой начинается движение, но не зависит от угла θ:

$$\upsilon^2 = 2gh.$$

Галилей чрезвычайно гордился этой формулой, поскольку она позволяла определять скорость через пройденное расстояние.

4. *Принцип относительности Галилея и движение снарядов*.

Рассмотрим вместе с Галилеем мысленный эксперимент. Груз падает с верхушки корабельной мачты. В какую точку палубы он упадет? Галилей предположил, что движение в вертикальном направлении не зависит от движения по горизонтали. Тогда, если корабль движется с постоянной скоростью, то тело окажется точно под точкой, с которой началось падение. Эта гипотеза привела его к выводу, что для стоящего на берегу наблюдателя траектория тела будет параболой. Действительно, за время t оно пролетит по вертикали расстояние $gt^2/2$ и его высота над палубой: $y = y_0 - gt^2/2$. Смещение тела по горизонтали будет таким же, как у корабля: $x = \upsilon t$. Эти уравнения задают параболу в вертикальной плоскости. В данной задаче роль корабля сводится к тому, чтобы сообщить телу горизонтальную скорость.

Снаряд, вылетающий из пушки, приобретает скорость другим путем. Если в начальный момент времени вертикальная составляющая скорости равна

υ_y, то вертикальная координата тела в момент времени t задается выражением: $y = y_0 + \upsilon_y t - gt^2/2$, а горизонтальная – $x = \upsilon_x t$. Для неподвижного наблюдателя траектория является параболой.

Перечислим некоторые результаты, которые получил Галилей, пользуясь своими аксиомами:

1. Если бросать тело с одной и той же начальной скоростью, но под разными углами α, то наибольшая дальность полета получается при $\alpha = 45^0$.

2. Из тел, описывающих параболы с равной дальностью полёта, тело, для которого дальность полета в четыре раза больше высоты, требует наименьшей начальной скорости.

3. Начальная скорость равна скорости естественного падения тела с высоты, равной сумме сублимита и высоты параболы. Отсюда вытекает, что начальные скорости движения по всем параболам, для которых суммы сублимита и высоты одинаковы, равны.

Действительно, закон движения точки имеет вид:

$$x = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t,\ \ y = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Момент времени t_m, в который достигается вершина параболы D (см. Рис.3), определяется выражением

$$t_m = \frac{V_0 \sin\alpha}{g} \quad \left(\frac{dy}{dt} = V_0 \sin\alpha - g t = 0 \right). \tag{5}$$

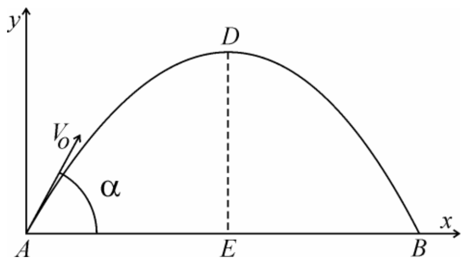

Рис.3

Из закона движения и выражения (5) для AE, DE получаем

$$AE = x(t_m) = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g}, \tag{6}$$

$$DE = y(t_m) = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \tag{7}$$

Из (6) следует утверждение 1.

При $\alpha = 45^0$ соотношения (6), (7) дают: $AB = V_0^2 / g, DE = V_0^2 /(4g)$, отсюда следует утверждение 2.

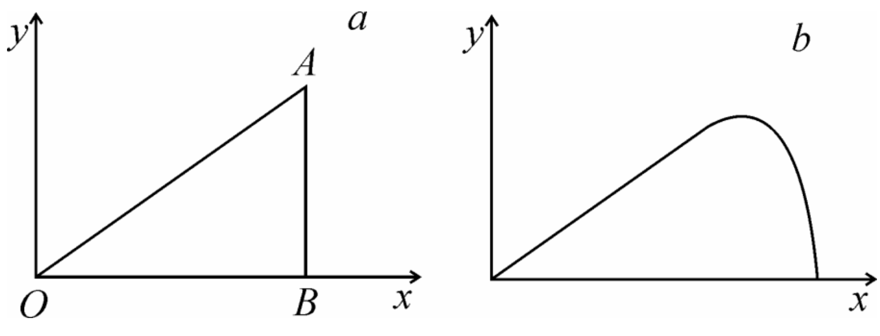

Рис.4

Сублимитом Галилей называет высоту, с которой должно упасть тело без начальной скорости с тем, чтобы в момент падения приобрести скорость $V_0 \cos\alpha$. Принимая для сублимита обозначение C, получаем

$$C = \frac{V_0^2 \cos^2\alpha}{2g}, \quad C + DE = \frac{V_0^2}{2g},$$

откуда следует вывод 3.

В наше время эти результаты понятны каждому школьнику. Для того, чтобы оценить значение работ Галилея для XVII века, надо учесть, что во всех учебниках по механике и артиллерии того времени траектории пушечных ядер представляли так, как на Рис.4 (a- движение без учета сопротивления окружающей среды, b - движение с учетом сопротивления среды). Считалось, что прямолинейный отрезок OA траектории тело проходит под действием так называемой «силы броска», а когда эта сила перестает действовать, тело падает вертикально вниз по прямой AB. Если сопротивление достаточно велико, то кривая Рис.4(b) приближается к кривой Рис.4(a).

2.2. Нормальное ускорение точки. Одно из самых важных открытий в истории кинематики точки – открытие центростремительного (нормального) ускорения – принадлежит Х. Гюйгенсу (1629-1695).

За 2300 лет до Гюйгенса, от Аристотеля в науку прочно вошло представление о том, что окружность, как и прямая, является идеальной кривой, и равномерное движение по окружности не требует никаких внешних принуждений (сил). Так полагали Платон, арабские ученые и даже Галилей. В качестве примера они приводили видимое движение планет.

Гюйгенс первым установил, что при равномерном обращении точки по окружности возникает постоянное ускорение, направленное к центру окружности. Гюйгенс пришел к этому выводу следующим образом. За малый промежуток времени τ точка перемещается из положения A в положение B, а затем происходит как бы её падение из B в K с некоторым ускорением a (Рис.5). В силу малости угла φ имеем:

$$BK = \frac{R}{\cos\varphi} - R \approx \frac{1}{2}R\varphi^2 = \frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{R}\tau^2,$$

где R – радиус окружности, υ – скорость точки. Полагая, что на отрезке BK движение происходит с постоянным ускорением a, получаем:

$$a = \frac{\upsilon^2}{R}. \tag{8}$$

Отсюда следует, что движение по окружности требует непрерывного приложения силы.

Эта формула обобщается на случай произвольной кривой, при этом под R надо понимать радиус кривизны траектории.

Соотношение (8) было найдено Гюйгенсом в 1659 г. и опубликовано в 1673 г. в мемуаре «Маятниковые часы». Ньютон узнал о выводе Гюйгенса, получив экземпляр этого мемуара, пришел в восторг и сказал: «Если тело обращается вокруг Земли по кругу под действием силы тяжести, то эта сила является центростремительной».

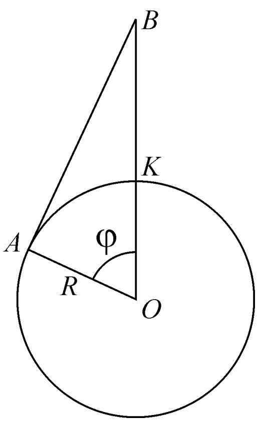

Рис. 5

Сам Ньютон получил формулу (8) в 1666 г. независимо от Гюйгенса. В его трудах описывается несколько способов её вывода. Приведем один из них.

Пусть точка движется равномерно по контуру $n-$ угольника (Рис.6). При переходе через вершину A проекция скорости на прямую BC не претерпевает изменения, а её проекция на прямую OA изменяется на $\Delta = 2\upsilon \sin\alpha$. Это изменение происходит за время $T = a/\upsilon$, где $a = 2R\sin\alpha$ - сторона многоугольника, R - радиус окружности. Тогда ускорение точки

$$W = \frac{\Delta}{T} = \frac{2\upsilon \sin\alpha}{T} = \frac{2\upsilon^2 \sin\alpha}{a} = \frac{\upsilon^2}{R},$$

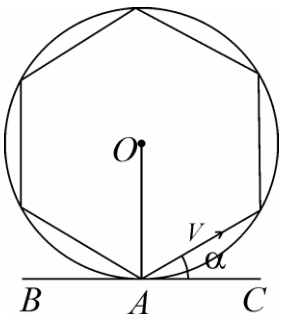

Рис.6

причем оно направлено вдоль AO. Величина W не зависит от числа сторон многоугольника n и сохраняет свою величину при $n \to \infty$, когда многоугольник переходит в окружность.

Таким образом, авторство важнейшей в кинематике точки формулы (8) принадлежит Гюйгенсу и Ньютону.

2.3. Ускорение точки как вектор. И Гюйгенс и Ньютон понимали, что ускорение материальной точки имеет две составляющие: касательную и нормальную к направлению траектории, которые складываются по правилу параллелограмма.

Леонард Эйлер представил ускорение точки в проекциях на оси декартовой системы координат $x_1x_2x_3$:

$$W_i = \frac{d^2 x_i}{dt^2},$$

а Жозеф Луи Лагранж получил выражение для его проекций на оси произвольной криволинейной системы координат:

$$W_i = \frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}\frac{\upsilon^2}{2} - \frac{\partial}{\partial q_i}\frac{\upsilon^2}{2}.$$

3. Масса

Масса – одно из фундаментальных понятий механики, да и всего естествознания. Введение этого понятия в науку – заслуга Ньютона. В «Началах» Ньютона даны три определения массы.

Одно из них связывает массу с инерцией тел. Мысленный эксперимент по определению инертной массы можно представить себе следующим образом. Имеется идеально гладкая круглая платформа, к оси которой в точке O прикреплена пружина OB. Ко второму концу пружины B прикреплено тело массой m_i. Платформа начинает вращаться вокруг своей оси O с угловой скоростью ω. Второй закон Ньютона для тела дает:

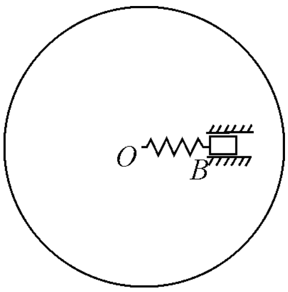

Рис.7

$$m_i\omega^2(x_0 + x) = kx, \quad (9)$$

где x_0 – начальная длина, x – удлинение пружины, k – её жесткость. Отсюда

$$m_i = \frac{kx}{\omega^2(x_0 + x)}. \quad (10)$$

Пусть имеется два тела массами m_i' и m_i''. Согласно (10), их отношение

$$\frac{m_i''}{m_i'} = \frac{x''(x_0 + x')}{x'(x_0 + x'')}, \quad (11)$$

где x', x'' – удлинение пружин соответственно для первого и второго тела. Отношение инертных масс выражается через чисто геометрические параметры. Положим $m_i' = 1$, тогда m_i'' определяется по формуле

$$m_i'' = \frac{x''(x_0 + x')}{x'(x_0 + x'')}.$$

С помощью такого эксперимента каждому телу можно приписать некоторое число, характеризующее его инерционные свойства, т.е. инертную массу m_i.

Принципиально отличный по смыслу термин *масса* используется Ньютоном в законе тяготения. Для экспериментального определения этой величины можно воспользоваться установкой Джона Мичелла, упрощенная схема которой сводится к следующему. Масса m_g закреплена на пружине AB, которая в ненапряженном состоянии имеет длину l (Рис.8). На расстоянии L от заделанного конца пружины A устанавливают тело C гравитационной массы m_g'. В результате взаимного притяжения тел пружина деформируется. Обозначим её удлинение через x. В положении равновесия

$$k\,x = f\, m_g m_g' (L - l - x)^{-2}.$$

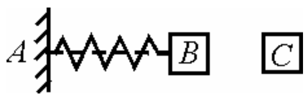

Рис.8

Пусть имеется два тела массами m_g', m_g''. Тогда выписывая это равенство для каждого из них, получаем:

$$\frac{m_g''}{m_g'} = \frac{x''(L - l - x'')^2}{x'(L - l - x')^2},$$

откуда при $m_g' = 1$, имеем:

$$m_g'' = \frac{x''(L - l - x'')^2}{x'(L - l - x')^2}.$$

Появляется принципиальная возможность приписать каждому телу определенную гравитационную массу.

В «Началах» Ньютона изложен и третий подход к определению массы: количество материи (масса) есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально плотности и объему её (Определение 1). По Ньютону, плотность определяется числом частиц в единице объема. В некоторых работах делались попытки определить массу через количество элементарных частиц в единице объема. В качестве элементарных частиц материи можно выбрать частицы на атомно-молекулярном уровне. При этом возникает проблема определения массы такой элементарной частицы. Она может быть решена, если известно число Авогадро N_A, т.е. число атомов или молекул в одном грамм-атоме или моле данного вещества. Это число может быть найдено методами, не зависящими ни от тяготения тел, ни от их инерционных свойств. Таким образом, определение Ньютона массы как количества вещества может быть логически завершено, по крайней мере, принципиально.

Инертная и гравитационная массы имеют разный физический смысл. Инертная масса характеризует способность тела приобретать то или иное ускорение под действием приложенной силы. Гравитационная масса характеризует способность тела притягивать другие тела. Возникает вопрос о соотношении между ними. В «Началах» Ньютон высказал гипотезу о равенстве этих масс:

$$m_i = m_g, \tag{12}$$

которая вошла в историю как *принцип эквивалентности Ньютона*. Как известно, Ньютон не предлагал умозрительных, т.е. не основанных на опыте, гипотез. Все его утверждения – результат тщательной экспериментальной проверки. Для проверки равенства (12) Ньютон использовал опыты с маятниками.

Рассмотрим математический маятник длины l. Уравнение его движения имеет вид

$$m_i l \ddot{\varphi} = -m_g\, g \sin\varphi .$$

Для малых значений φ

$$m_i l \ddot{\varphi} = -m_g\, g \varphi .$$

Решение этого уравнения

$$\varphi = A \sin\left[\left(\frac{m_g g}{m_i l}\right)^{1/2} t + \alpha\right]$$

описывает малые колебания. Здесь A и α- постоянные, определяемые начальными условиями, а период колебаний маятника

$$T = 2\pi\left(\frac{m_i l}{m_g g}\right)^{1/2},$$

откуда

$$\frac{m_i}{m_g} = \frac{T^2}{4\pi^2}\frac{g}{l}.$$

Величины, стоящие в правой части, или известны, или находятся из эксперимента, а значит равенство (12) может быть проверено опытным путём.

Ньютоном была проведена большая серия экспериментов с девятью материалами: дерево, золото, серебро, свинец, стекло, соль, вода, песок и пшеница. Несмотря на несовершенство средств измерения времени и длины, недостаточную точность определения ускорения свободного падения, Ньютону удалось подтвердить соотношение $m_i / m_g = 1$ с точностью до 10^{-3}.

В 1828-1832 гг. немецкий астроном и математик Фридрих Вильгельм Бессель (1784-1846) выполнил ряд экспериментов с маятниками, содержащими тяжелые массы из различных веществ, при этом было получено:

$$\Delta = \frac{|m_i - m_g|}{\sqrt{m_i \cdot m_g}} \approx 2 \cdot 10^{-5}.$$

Целая эпоха в проверке гипотезы Ньютона связана с именем выдающегося венгерского физика Лоранда Этвеша (1848-1919). Этвеш пошел по принципиально новому пути, он использовал крутильные весы и показал, что равенство (12) выполняется с точностью

$$\Delta \approx 0.5 \cdot 10^{-8}.$$

Эксперименты по проверке гипотезы Ньютона продолжаются.

В 1971 г. в МГУ под руководством Б.В.Брагинского был осуществлен уникальный эксперимент, в котором достигнута точность

$$\Delta \approx 10^{-12}.$$

В XX веке вопрос о равенстве инертной и гравитационной масс встал с новой силой и приобрел принципиальное значение.

Рассмотрим движение точки в поле силы тяготения тела массы M. Движение точки определяется параметрами $\vec{V}, M, r, c$, из которых можно составить безразмерные комбинации

$$V / c,\ r / r_g, \tag{13}$$

где $r_g = 2fM / c^2$ – гравитационный радиус притягивающего тела, f – гравитационная постоянная. Для тел Солнечной системы гравитационный радиус – это весьма малая величина: для Солнца $r_g \approx 2950$ *м*, для Земли $r_g \approx 0.884$ *см.*

По значениям параметров (13) можно провести следующую классификацию движения точки в поле тяготения :

$$1)\ V \ll c, \quad r_g \ll r \quad , \tag{14}$$

$$2)\ V \approx c, \quad r_g \ll r\ , \tag{15}$$

$$3)\ V \ll c, \quad r_g \approx r\ , \tag{16}$$

$$4)\ V \approx c, \quad r_g \approx r\ . \tag{17}$$

При выполнении условий (14) мы приходим к классической механике и, соответственно, к принципу эквивалентности Ньютона.

Обобщение этого принципа на случаи, выходящие за рамки классической механики, принадлежит Альберту Эйнштейну (1879-1955).

Эйнштейн считал, что численное равенство двух величин становится научно обоснованным лишь после того, как доказано совпадение их истинной природы. В связи с этим следует упомянуть соображения видного австрийского физика и философа Эрнста Маха (1838-1916) о том, что силы инерции тождественны гравитационным силам, обусловленным взаимодействием тела с весьма удаленными телами Вселенной.

Согласно Эйнштейну, утверждение о равенстве инертной и гравитационной масс эквивалентно утверждению о независимости от природы тела ускорения, сообщаемого ему гравитационным полем. Действительно, второй закон Ньютона для тела, движущегося в гравитационном поле, гласит:

(инерт. масса)·(ускорение)=(напряженность грав. поля)·(грав. масса).

Только в случае равенства инертной и гравитационной масс ускорение не зависит от природы тела.

4. Тяготение

Почва для возникновения механики Ньютона создавалась в течение многих веков. Перечислим некоторые научные достижения, которые были известны Ньютону и которые сыграли решающую роль в открытии закона всемирного тяготения.

1. Еще в Древней Греции были известны кривые второго порядка. В сочинении Архимеда «О конических сечениях» они впервые рассматриваются как конические сечения. Полную теорию кривых второго порядка разработал древнегреческий ученый Аполлоний (III – II вв. до н.э.). Его трактат «Конические сечения» изучали Кеплер, Галилей и Ньютон.

2. Польский астроном и математик Николай Коперник (1473-1543) создал гелиоцентрическую систему мира.

3. Осознано понятие ускорения при прямолинейном движении и понятие центростремительного (нормального) ускорения при криволинейном движении.

4. Был известен кинематический принцип Коперника, согласно которому всякое движение относительно. Понятие движения не имеет смысла, если не выбрана система отсчета. Этот принцип сформулирован им в книге «О вращении небесных сфер», которая вышла в свет за несколько недель до смерти автора. Эпоха Коперника предшествовала эпохе Галилея, Декарта и Ньютона, когда были открыты законы механики и установлен динамический принцип относительности движения.

5. Немецкий астроном, математик и механик Иоганн Кеплер открыл законы движения планет Солнечной системы (1601, 1605, 1618).

6. Некоторые ученые высказывали догадки о тяготении тел и о зависимости сил их взаимодействия от расстояния между ними.

Идея о тяготении тел восходит к древнегреческому философу Демокриту (ок. 460 – ок. 370 гг. до н.э.). Он считал, что все тела во Вселенной состоят из неделимых неуничтожаемых частиц – атомов, которые обладают свойством взаимного притяжения. Мысль о притяжении тел к Земле высказывалась Аристотелем. Леонардо да Винчи считал, что Земля не является центром Вселенной, что тяготение свойственно многим телам, если не всем, а сила тяготения зависит от расстояния. В совершенно отчетливой, почти современной форме эта идея развивалась Н.Коперником. Он трактовал тяготение как универсальное свойство материи, которым обладают две любые частицы Вселенной, и объяснял шаровидность планет взаимным притяжением частиц. Свойство тяготения как всеобщее свойство тел рассматривал И.Кеплер. Он утверждал, что тяготение зависит от количества материи, заключенной в теле.

В XVII столетии проблема тяготения становится центральной в науке. Ей уделяют основное внимание вновь созданные академии наук – Лондонское Королевское общество в Англии (1662), Парижская академии наук во Франции (1665) и Берлинская академии наук в Германии (1700).

Развитие учения о тяготении во Франции и Англии шло независимо друг от друга и разными путями.

Во Франции преобладало учение Декарта. Он полагал, что мировое пространство заполнено особым легким подвижным веществом – эфиром, образующим гигантские вихри. В центральной части такого вихря сгущается светоносное вещество, образующее небесные светила. Каждое небесное тело окружено вихрем. Вихревые потоки увлекают и приводят в движение все тела, попадающие в сферу вихря. Так, солнечный вихрь увлекает планеты, а вихри вокруг планет вовлекают в круговое движение их спутники. Тела, находящиеся ближе к центру вихря, вращаются быстрее, чем тела более удаленные. Этим Декарт объяснял современникам тот поражавший их факт, что чем ближе планета к Солнцу, тем меньше период её обращения. Однако теория вихрей Декарта не могла объяснить движение планет по эллиптическим орбитам и математически описать их движение. Система научных взглядов Декарта получила название картезианства: Декарт подписывал свои сочинения латинизированной формой записи своей фамилии – Картезиус.

С теории Декарта начинаются попытки объяснить силу тяжести, вскрыть её механизм. Она оказала большое влияние на развитие механики сплошной среды, а образ вихря – центральный в теории тяготения Декарта, – оказался в дальнейшем полезной физической моделью в гидродинамике и электродинамике. Теория Декарта была теорией *близкодействия*. В ней не допускалось существования дальнодействия, а само пространство являлось материальным в физическом смысле этого слова. Парижская академия наук во второй половине XVII – начале XVIII вв. была оплотом картезианских идей.

Совсем по-другому развивалась теория тяготения в Англии. Здесь проблема тяготения рассматривалась в связи с конкретной естественнонаучной задачей математического описания и предсказания движения небесных тел.

Осенью 1664 г. в Лондоне разразилась эпидемия бубонной чумы, от которой погибло 68000 человек. Ньютон в это время заканчивает Оксфорд, получает степень бакалавра искусств и возвращается на родину, в поместье Вульсторп. Именно здесь в 1666 г. в яблоневом саду на Ньютона падает знаменитое яблоко, которое навело его на мысль, что и яблоко, и Луна движимы одной и той же силой притяжения Земли. За три года (1664-1667), когда Исааку Ньютону было 22-25 лет, он пришел к своим открытиям в области математики и механики, которые составили фундамент его славы. Вот собственноручное описание его открытий за этот период:

«В начале 1665 г. я нашел метод приближенных рядов и правило превращения любой степени двучлена в такой ряд. В мае этого года я нашел метод касательных,». . . «в ноябре я получил прямой метод флюксий, в январе следующего года я получил теорию цветов, а в мае приступил к обратному методу флюксий. В этом же году я начал размышлять о действии тяжести, простирающейся до орбиты Луны, и найдя, как вычислить силу, с которой тело, обращающееся внутри сферы, давит на поверхность этой сферы, я вывел из закона Кеплера, по которому периоды обращения планет находятся в полуторной пропорции с расстояниями их от центров орбит, что силы, удерживающие планеты в их орбитах, обратно пропорциональны квадратам их расстояний от центров обращения»..... «Все это имело место во время чумы 1665-1666 гг., в это время я переживал лучшую пору своей юности и больше интересовался математикой и философией, чем когда бы то ни было впоследствии». Ничего этого Ньютон не публиковал в те годы.

Одновременно с Ньютоном теорией тяготения усиленно занимался Роберт Гук (1635-1703), который занимал должность куратора (секретаря) Лондонского королевского общества. В отличие от Ньютона, Гук всегда интенсивно печатался. В 1666-1680 гг. Гук в печатной форме высказал целый ряд фундаментальных принципов, относящихся к тяготению. Вот некоторые из них: причиной перехода прямолинейного движения в криволинейное может быть притягательное свойство тел (1666); к центру Земли направлены все линии тяготения (1679); притяжение действует в отношении, обратном квадрату расстояния (1680); планеты можно считать физическими точками, а притяжение на значительном расстоянии может быть вычислено в соответствии с предыдущим отношением, как от их центра (1679).

В 1676 г. двадцатилетний ученик и близкий друг Ньютона Эдмунд Галлей (1656-1742) печатает в трудах Лондонского королевского общества "Philosophical Transactions" статью, в которой из третьего закона Кеплера выводит для кругового движения Земли закон обратной квадратичной пропорциональности, т.е. воспроизводит результат Ньютона 1666 г.

Следует заметить, что закон обратной квадратичной пропорциональности сил тяготения не есть еще закон тяготения Ньютона. Сердцевина этого закона – учение о массе. До Ньютона единственной универсальной характеристикой материи считался вес. Ньютон пришел к мысли, что такой характеристикой является масса, т.к. в разных местах Вселенной одно и то же количество материи будет иметь разный вес. Влияние тела A, которое притягивает к себе тело B, по Ньютону, задается выражением

$$F_{AB} = m_A \Phi(m_B) r_{AB}^{-2} .$$

Аналогично, для влияния тела B на тело A получаем

$$F_{BA} = m_B \Phi(m_A) r_{BA}^{-2} .$$

Учитывая третий закон динамики, находим

$$\frac{\Phi(m_A)}{m_A} = \frac{\Phi(m_B)}{m_B} = f \; . \qquad (18)$$

Поскольку это соотношение справедливо для любых двух тел Вселенной, отсюда следует, что f – универсальная постоянная, и для силы тяготения получаем

$$F_{AB} = F_{BA} = f \frac{m_A m_B}{r_{AB}^2} .$$

Закон тяготения записан здесь в той же форме, в какой он приведен в «Началах».

Решающим моментом для дальнейшего развития теории тяготения была случайная встреча в 1684 г. трех членов Лондонского королевского общества – Э.Галлея, Р.Гука и Кристофера Рена (1632-1723). Возник вопрос о выводе эллиптического движения планет из закона тяготения. Никто из них не знал, как это сделать. Решили обратиться к Ньютону. Галлей отправляется к нему. После доклада Галлея Ньютон сообщает ему, что задачу о движении планет он уже давно решил, но потерял интерес к этой проблеме и ничего не опубликовал. Галлею пришлось приложить немало усилий, чтобы заставить Ньютона вернуться к ней и подготовить материалы к опубликованию. Усилия Галлея увенчались успехом, и в 1686 г. Ньютон представил Королевскому обществу трактат «Математические начала натуральной философии». 19 мая того же года было принято решение напечатать его на средства общества под наблюдением Галлея. Однако, поскольку таковых не оказалось, Галлей издал трактат Ньютона за свой счет.

«Начала» произвели на всех членов Королевского общества ошеломляющее впечатление. С выходом в свет «Начал» слава Ньютона стала общепризнанной, а его авторитет – непререкаемым.

Однако теория тяготения Ньютона подверглась резкой критике со стороны французских и немецких ученых. Самым последовательным противником Ньютона был Христиан Гюйгенс. В 1690 г. он писал: «Я не согласен с тем, что каждая частица … притягивает…, т.к. причину такого притяжения нельзя объяснить законами механики и движения». Такой же точки зрения придерживался и Г.Лейбниц. Критике подверглась идея *дальнодействия* – передача силы тяготения через пустое пространство.

Но противники Ньютона ничего, кроме концепции вихрей Р.Декарта, противопоставить ему не могли.

Теория Декарта, однако, не описывала движение небесных тел, не позволяла предсказывать небесные явления. Другое дело – теория Ньютона. Она не давала ответа на вопрос, откуда берется сила тяготения, каковы её корни, но объясняла движение планет Солнечной системы, спутников планет и других небесных тел. Коренному свойству материальных тел – притягиваться друг к другу – Ньютон, по некоторым сведениям, приписывал божественное происхождение.

Жизненный путь И.Ньютона

И.Ньютон родился в небольшой деревушке Вульсторп (графство Линкольн) 5 января 1643 г. (25 декабря 1642 г. по старому стилю) в семье мелкого фермера. Когда он появился на свет, отца уже не было в живых. Через три года после рождения Исаака мать вышла замуж за священника из другой деревни и переехала жить к нему. Ньютон остался на попечении бабушки. Отчим не общался с ним, да и с матерью он виделся редко. Детство его протекало в условиях материального достатка, но было лишено семейной теплоты. Будучи юношей (в девятнадцатилетнем возрасте) Ньютон, составляя перечень своих грехов для исповеди, включил туда своё намерение в детстве сжечь дом отчима.

В двенадцатилетнем возрасте Ньютона отдали в школу в г. Грантэм, где он изучал, в основном, латынь и Библию. В Грантэме он жил у аптекаря Кларка. Именно там у него зародился интерес к химии и алхимии.

В детстве Ньютон был очень болезненным. В школе он сначала учился плохо. Слабое здоровье обрекало его на подчиненное положение в среде сверстников. Но однажды, когда в драке его избили так, что он потерял сознание, Ньютон решил покончить с таким положением и выделиться среди товарищей успехами в учебе. Он проявил большое упорство в достижении поставленной цели и скоро занял первое место в классе, которое удерживал до окончания школы.

К грантэмскому периоду относится, по-видимому, единственное романтическое увлечение Ньютона. В доме аптекаря Кларка он подружился с воспитанницей аптекаря мисс Стори. Позднее дружба, как предполагают биографы, перешла в любовь, и намечался брак. Но впоследствии, когда определилась университетская карьера Ньютона, он отказался от намерения жениться. По средневековой традиции члены колледжа должны были оставаться холостыми.

До конца жизни Ньютон поддерживал дружеские отношения с мисс Стори, помогал ей и навещал её при наездах в родные места. Мисс Стори умерла в возрасте 82 лет, пережив Ньютона.

В 1660 г. Ньютон поступил в Тринити-колледж (колледж святой Троицы) Кембриджского университета в качестве Subsizzar' а (так назывались неимущие студенты, которые должны были прислуживать членам колледжа). Таким образом, он попадает с самого начала в унизительное для него подчиненное положение. Горечь житейского существования скрашивается учебной и научной работой. Он изучает Архимеда, Аполлония, Галилея, Декарта, Кеплера, слушает лекции Исаака Барроу (1630-1677). В течение семи лет (с 1660 по 1667 гг.) Ньютон проходит все степени колледжа, получает степень бакалавра, затем – магистра искусств, подготавливает все свои великие открытия.

В 1669 г. Ньютон получает Лукасовскую кафедру математики Кембриджского университета, которую до него занимал его учитель И.Барроу. Кафедра названа так в честь Генри Лукаса, который учился в Кембриджском университете и завещал свои деньги на организацию в нём кафедры математики. Многие выдающиеся ученые занимали эту кафедру после Ньютона, среди них – английский математик и экономист, член Лондонского королевского общества Чарлз Бэббедж (1792-1871) и английский физик-теоретик, один из создателей квантовой механики Поль Дирак (1902-1984). В последнее время – до января 2009 г. – эту кафедру замещал Стивен Хокинг (род. 1942 г.) – известный физик-теоретик, специалист в области космологии. Когда ему исполнилось шестьдесят семь лет, он, по традиции кафедры, оставил должность заведующего.

Ньютон возглавил Лукасовскую кафедру в двадцатишестилетнем возрасте. В это время он был уже автором бинома и метода флюксий, разработал метод разложения функций в степенные ряды, решил многие важные задачи математического анализа, исследовал дисперсию света и подошел к открытию закона всемирного тяготения.

Педагогическая нагрузка Ньютона состояла из пяти часов в неделю: один час лекции и четыре часа репетиций. Как преподаватель Ньютон не пользовался успехом, и его лекции плохо посещали студенты.

В 1671 г. Ньютон сконструировал телескоп-рефлектор, который через год был представлен Лондонскому королевскому обществу. На его заседании было принято решение об избрании Ньютона членом этого общества. Однако Ньютон отказался от членства, ссылаясь на отсутствие денежных средств для уплаты членских взносов. Совет общества сделал для него исключение и освободил от уплаты взносов.

Натуру Ньютона превосходно охарактеризовал его секретарь и однофамилец Гэмфри Ньютон: «Сэр Исаак был в это время очень любезным, спокойным и очень скромным, он, по-видимому, никогда не впадал в раздражение; за исключением одного случая, я никогда не видел, чтобы он смеялся… Он не позволял себе никакого отдыха и передышки, не ездил верхом, не гулял, не играл в кегли, не занимался спортом; он считал потерянным каждый час, не посвященный занятиям. Раньше двух-трёх часов он редко ложился спать… Спал он всегда четыре или пять часов…Только один раз за все время он был болен и пролежал несколько дней в постели».

Сохранился инвентарь имущества Ньютона, составленный непосредственно после его смерти. В нём значится библиотека из 2 тыс. томов. Эту библиотеку за 300 фунтов купил сосед Ньютона, начальник морской тюрьмы. Он переслал её своему сыну в Оксфорд. Затем она неоднократно переходила из рук в руки, причем последние владельцы не знали, кому изначально принадлежали книги. В 1920 г. они были проданы с аукциона за бесценок как макулатура тюками по 200 книг. Значительная часть ньютоновских книг рассеялась. Однако даже каталог оставшихся книг дает ценный материал для биографии Ньютона.

В каталоге, в частности, насчитывается около сотни книг по химии и алхимии. Книгами, однако, дело не ограничивается. В библиотеке имеются рукописи, написанные его рукой, содержащие почти 1000 страниц. Эти рукописи свидетельствуют, что почти тридцать лет – с 1666 по 1696 гг. – Ньютон систематически проводил эксперименты с металлическими сплавами. Целью экспериментов была трансмутация (превращение) металлов, а точнее – получение золота. Сам Ньютон тщательно скрывал от окружающих свои алхимические записки. Ни одной печатной строчкой он не обмолвился об этих экспериментах, а все известные нам сведения о них почерпнуты из его рукописей и писем. И это понятно. После получения места на Монетном дворе ассоциация имени Ньютона с алхимией показалась бы чрезвычайно неудобной – слух о том, что директор Монетного двора может превращать медные фартинги в золотые гинеи посеял бы панику в стране.

После издания «Начал» Ньютон стал серьезно и много заниматься богословскими вопросами. Сорок лет жизни, прошедших с 1687 г., мало что прибавили к его научному облику. Немаловажной причиной этого явились внешние события.

В конце 80 гг. в Англии назревала новая революция. Внешним проявлением глубоких классовых и экономических противоречий явились религиозные распри. Католики, окружавшие короля Якова II, внушали ему мысль об особой опасности Оксфордского и Кембриджского университетов. Было решено усилить в них католическое влияние.

Король, нарушая права университета, предложил Кембриджскому университету дать монаху – католику Френсису – степень магистра со всеми привилегиями. Университет отказался выполнить требование короля, разгорелась борьба. Университет направил в Лондон делегацию, в которую входил и Ньютон. Делегации удалось настоять на своём.

Ньютон был молчаливым и внешне малоактивным членом делегации. Но есть сведения о том, что он оказался наиболее упорным и неподатливым делегатом. Был момент, когда все готовы были пойти на компромисс, но Ньютон решительно запротестовал, и делегация его поддержала.

В 1688 г. Вильгельм Оранский высадился в Англии, а король бежал во Францию. Были объявлены выборы в парламент. Ньютон был избран членом парламента от университета в 1688-1689 гг. За всё пребывание там он не сказал ни слова. Предание сохранило анекдот о том, что Палата общин услышала голос Ньютона лишь один раз, когда он обратился к сторожу с просьбой закрыть форточку. Однако Ньютон-депутат помогал университету как посредник между университетом и правительством. Сохранилось 13 писем Ньютона к вице-канцлеру университета с советами и указаниями политического характера.

Покончив с обязанностями депутата, Ньютон в 1690 г. вернулся в Кембридж. Ко времени 1690-1693 гг. относится самый мрачный период в жизни Ньютона – его временное психическое расстройство. Сам Ньютон, его родственники, ближайшие друзья, ученики и биографы XVIII столетия тщательно сохраняли эту болезнь в тайне. Имеются, однако, письма самого Ньютона того периода, которые неопровержимо свидетельствуют о его болезни. Молва связывает её с пожаром в кабинете Ньютона, уничтожившем много рукописей и неопубликованных трудов.

Однажды, зимой, Ньютон ушёл в церковь. Свеча, которую он оставил горящей, каким-то образом подожгла бумаги, лежавшие на столе. Некоторые считают виновницей этого домашнюю собаку Ньютона Даймонд, которая будто бы опрокинула свечу на груду рукописей. Во время пожара погибла книга о цветах и свете (по оптике), основанная на тысячах опытов, которые он проводил в течение двадцати лет, затратив на них много сотен фунтов. Погибли труды по теории флюксий, его химическая лаборатория. Наиболее удивительно то, что на этом пожар закончился.

Когда Ньютон вернулся из церкви и увидел, что произошло, он был настолько потрясен, что все думали, что он сошёл с ума. Друзья заперли его дома, окружили заботой, заставили лечиться, но окончательное его выздоровление произошло не скоро – через несколько лет.

В 1694 г. друг Ньютона, бывший студент Тринити-колледжа, блестящий Чарльз Монтегю (впоследствии граф Галифакс) получил пост канцлера казначейства. А через два года Монтегю послал Ньютону извещение о назначении его хранителем Монетного двора. Ньютон получил этот пост не случайно. Монтегю рассчитывал на знания Ньютона в металлургическом и химическом деле: Англии предстояла финансовая реформа (перечеканка монет). В стране в то время ходило много неполноценных денег, выпускаемые монеты обрезались и обращались с уменьшенным весом. Такое положение тяжело отражалось на торговле и кредите. Необходимо было наладить выпуск стандартной доброкачественной монеты и изъять неполноценную. Была создана негласная комиссия по проведению денежной реформы. В эту комиссию кроме двух государственных деятелей входили два представителя науки: философ Локк и Ньютон. Комиссия разработала тщательно продуманный проект реформы. Ньютон ревностно взялся за новое для себя дело. Под его руководством за два года в Англии была перечеканена вся монета. В 1699 г. он был назначен главным директором Монетного двора. Ньютон уже не может совмещать профессуру с новыми обязанностями. Он оставляет кафедру и переезжает в Лондон.

В 1699 г. Ньютон избирается членом Парижской академии наук, а в 1703 г. становится президентом Лондонского королевского общества, которым и остается до конца жизни.

Научная деятельность Ньютона в лондонский период его жизни ограничилась изданием в 1704 г. «Оптики», работой над переизданием «Начал» и некоторыми математическими трудами.

К этому времени Ньютон достигает вершины своей славы. В 1705 г. королева Англии возводит его в рыцарское достоинство, он бывает при дворе, становится общепризнанной национальной гордостью Англии. Знаменитым спором Ньютона с Лейбницем интересуется король и двор. Он получает богатую квартиру, держит шесть слуг, имеет карету для выезда.

Один из биографов Ньютона так описывает его положение в последние десятилетия его жизни: «Королевское общество стало его парламентом, в котором едва ли когда смела показаться оппозиция Его величества; талантливые молодые физики и математики его страны сформировались в генеральный штаб, который давал бои в нужных местах и вёл их так искусно, что верховный вождь, защищенный от личных поражений, мог с полным спокойствием взирать на поле брани… Эти бои в общем и главном кончались победами. Физика Ньютона постепенно завоевала Европу, картезианскую Францию и Германию Лейбница».

Научному триумфу Ньютона соответствовало и внешнее благополучие - почести двора, уважение учеников, заботливый семейный уход дома. С Ньютоном жила его племянница Катерина Бартон. Её поклонником в течение ряда лет был Ч.Монтегю, и есть основания считать, что состоялось тайное бракосочетание его с Катериной. После смерти Монтегю, в 1717 г., Катерина вышла замуж за Джона Кондуита, заместителя Ньютона по Монетному двору.

По свидетельству современников, в наружности Ньютона не было ничего исключительного, привлекающего к себе внимание. Он был ниже среднего роста, коренастый, с живым острым взглядом. Здоровье Ньютона было прекрасным; до конца жизни он потерял всего один зуб и сохранил густые красивые волосы, в старости безукоризненной белизны.

На восьмидесятом году жизни Ньютон начал страдать почечно-каменной болезнью, от которой умер в ночь с 20 на 21 марта 1727 г. в возрасте восьмидесяти четырёх лет. Похороны его состоялись в Лондоне с большой торжественностью. По указу короля Георга I Ньютона похоронили в Вестминстерском аббатстве. В похоронной процессии участвовали герцоги и пэры Англии, все члены Лондонского королевского общества. Так в конце своей жизни Ньютон получил признание и независимость, которых так не хватало ему в долгой подчинённой и необеспеченной жизни.

РАЗВИТИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Л. Эйлер и его вклад в развитие аналитической механики

Жизнь Л.Эйлера. Леонард Эйлер родился в швейцарском городе Базеле в 1707 г. в семье священника. Осенью 1720 г. он поступил на философский факультет Базельского университета. В университете Эйлер слушал лекции выдающегося математика Иоганна Бернулли, который сразу обратил внимание на блестящие математические способности юноши и стал руководить его математическими занятиями. В 1723 г. Эйлер окончил философский факультет и через год получил звание магистра искусств.

В 1725 г. открылась Петербургская академия наук, и Эйлер по рекомендации Даниила и Николая Бернулли, которые уже работали в Петербурге, был приглашён на должность адъюнкта академии. Он попадает в Петербург в 1727 г. в чрезвычайно благоприятное для научного творчества время. К моменту приезда Эйлера в Академии работало 14 профессоров (академиков), распределённых на три класса: математический, физический и гуманитарный. Среди них – известные математики и механики Якоб Герман (1678-1733), Фридрих Христофор Майер (1697-1729), Георг Вольфганг Крафт (1701-1754), Христиан Гольдбах (1690-1754). Средний возраст членов Академии составлял 35 лет. Эйлер был приписан к математическому классу.

Академики собирались дважды в неделю на Конференции (так назывались Общие собрания академиков) и обсуждали свои научные работы. Кроме того, они обязаны были читать публичные лекции, писать монографии и учебники, а также рассматривать направляемые в Академию технические и квалификационные запросы. Эйлер сразу же активно включился в академическую жизнь. В 30 – х гг. он выступал на заседаниях Академии чаще других – в среднем 10 раз в год. В январе 1731 г. Эйлер стал профессором экспериментальной и теоретической физики, а в 1733 г. получил кафедру высшей математики. Он читал лекции по физике и математике, а с 1733 г. участвовал в разработке генеральной карты России в Географическом департаменте Академии.

Время работы в Петербургской академии наук было самым плодотворным в жизни Эйлера. В 1736 г. выходит его труд «Механика, или учение о движении в аналитическом изложении», ставший отправной точкой в развитии механики на столетия. В истории механики можно указать четыре сочинения, определившие основные этапы её развития: «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению» Галилея, «Математические начала натуральной философии» Ньютона, «Механика, или учение о движении в аналитическом изложении» Эйлера и «Аналитическая механика» Лагранжа.

В Петербурге Эйлер занимался прикладными вопросами, связанными с нуждами российского флота, и в 1749 г. выходит его монография «Корабельная наука».

Деятельность Эйлера высоко ценилась правительством и русским научным сообществом. Но осенью 1740 г. скончалась императрица Анна Иоанновна, был арестован и осужден её фаворит, покровитель Академии Э.И.Бирон. Сложившаяся в стране политическая обстановка отрицательно сказалась на положении науки и образования. Поэтому Эйлер принял полученное им ранее приглашение прусского короля Фридриха II в реорганизуемую Берлинскую академию наук. В 1741 г. он покидает Петербург и переезжает в Берлин. Берлинская академия наук и словесности включала в себя четыре отделения или класса: физический («экспериментальной философии»), математический, философский («спекулятивной философии») и филологический. В феврале 1746 г. Эйлер был назначен директором математического класса. Как и в Петербурге, он выступал в академии в среднем 10 раз в год с научными докладами и одновременно привлекался к различным техническим экспертизам. Находясь в Берлине, Эйлер не прерывал своих связей с Россией.

В 1765 г. выходит фундаментальный труд Эйлера «Теория движения твердых тел», в котором заложены основы этого важнейшего раздела механики. К этому времени возникают разногласия Эйлера с королём Фридрихом II, и в 1766 г. он возвращается в Россию. Начинается второй петербургский период деятельности Эйлера, длившийся семнадцать лет. В Петербурге Эйлер проделал большую работу по изданию своих сочинений по оптике. В это же время он публикует ряд астрономических трудов, вводит понятие комплексного числа и закладывает основы теории аналитических функций. На последнее десятилетие жизни Эйлера приходится примерно половина всех его научных работ.

18 сентября 1783 г. Эйлер, как всегда, занимался математическими исследованиями, беседовал за обедом о незадолго до того открытой седьмой планете, а вечером за чаем шутил с внуком. Неожиданно со словами «я умираю» он потерял сознание и через несколько часов скончался.

Научное наследие Эйлера включает более 870 работ. Среди его трудов имеются работы по всем разделам чистой и прикладной математики, по механике, астрономии, физике, теории музыки, философии.

Громадный вклад, который Эйлер сделал в науку, биографы объясняют тремя факторами. Во-первых, он обладал феноменальной памятью. Во-вторых, он умел работать в любых условиях – никогда шум и суета не мешали ему мыслить. Вообще Эйлер не был похож на кабинетного учёного. Он увлекался шахматами, любил музыку, был весёлым, остроумным и коммуникабельным человеком. У Эйлера было тринадцать детей, правда, некоторые из них умерли ещё в детском возрасте, много внуков. Его друг Тибо вспоминал, как Эйлер решал задачи: с ребёнком на коленях и с кошкой на плече. Третий фактор, обусловивший столь высокую плодотворность Эйлера, – упорный неустанный труд: Эйлер всю жизнь напряженно работал, несмотря на то, что в 1738 г. (в возрасте 31 года) он лишился правого глаза, а в 1766 г. из-за катаракты произошла резкая потеря зрения в левом глазу. Удаление катаракты не привело к выздоровлению, и все 17 лет своего второго пребывания в Петербурге Эйлер был полуслепым и мог писать лишь мелом на грифельной доске. Ему читали нужные сочинения, он производил выкладки в уме и диктовал результаты своему сыну или ученикам. Известный французский астроном и физик Доминик Франсуа Араго, автор книги «Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров», писал: «Эйлер вычислял так, как человек дышит». А на заседании Парижской академии наук после смерти Эйлера секретарь академии Антуан Кондорсе сказал: «Эйлер перестал жить и вычислять».

Похоронен Леонард Эйлер в С.-Петербургском некрополе.

Работы Эйлера по динамике. Основные понятия механики и законы движения были сформулированы Ньютоном в трактате «Математические начала натуральной философии». Ньютон, по существу, рассматривал движение материальной точки и использовал при этом преимущественно геометрические методы. На рубеже XVIII века были заложены основы дифференциального и интегрального исчисления. Перед математикой и механикой встала проблема применить их к исследованию задач механики. Решению этой проблемы посвящено творчество Л.Эйлера.

Первый фундаментальный трактат Эйлера «Механика, или учение о движении в аналитическом изложении» в двух томах вышел в свет в 1736 г. В примечании к первому тому Эйлер поместил план построения механики: «Сначала мы будем изучать тела бесконечно малые, т.е. те, которые могут считаться точками. Затем мы приступим к телам, имеющим конечную величину, - тем, которые являются твердыми, не позволяя менять своей формы. В-третьих, мы будем говорить о телах гибких. В-четвертых, - о тех, которые допускают растяжение и сжатие. В-пятых, мы подвергнем исследованию движение многих разъединенных тел, из которых одни препятствуют другим выполнять свои движения так, как они стремятся это сделать. В-шестых, будет рассматриваться движение жидких тел». Другими словами, программа Эйлера включала в себя следующие разделы механики:

1. Динамика точки.
2. Динамика твердого тела.
3. Механика гибких тел.
4. Теория упругости.
5. Динамика механической системы.
6. Механика жидкости.

Эйлер в значительной части выполнил эту программу.

1. Динамика точки. В основу динамики точки Эйлер полагает три закона: закон инерции, закон независимости действия сил и принцип ускоряющих сил (второй закон Ньютона). *Силой* Эйлер называет все, что способно изменить абсолютное состояние тела. Принцип ускоряющих сил он формулирует так: *приращение скорости прямо пропорционально действующей силе, пропорционально времени и обратно пропорционально . . . инерции тела* (т.е. массе). Эту закономерность Эйлер впервые записал для прямолинейного движения точки в виде дифференциального уравнения

$$dc = np\,dt / A, \tag{19}$$

где c – скорость точки, p – действующая сила, A – масса, t – время, n – коэффициент пропорциональности, вводимый по традиции XVIII века из-за отсутствия в то время учения о размерности. В современных обозначениях уравнение (19) имеет вид $d\upsilon = F\,dt / m$.

Вслед за этим Эйлер вывел теорему об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме (не называя её так):

$$c\,dc = n\,p\,ds / A,$$

где ds - перемещение точки. В современных обозначениях: $\upsilon\,d\upsilon = F\,ds / m$.

Для случая криволинейного движения Эйлер записывает дифференциальные уравнения в проекциях на касательную и главную нормаль к траектории:

$$r = \frac{Ac^2}{nN}, \qquad Ac\,dc = nP\,ds,$$

где P, N – составляющие силы вдоль соответствующих направлений, r – радиус кривизны траектории. В современных обозначениях: $\rho = mV^2 / F_n, m\upsilon\,d\upsilon = F_\tau\,ds$.

В 1742 г. вышло в свет сочинение шотландского математика, члена Лондонского королевского общества Колина Маклорена (1698-1746) «Трактат о флюксиях». Маклорен поставил перед собой цель изложить «Начала» Ньютона в более доходчивой форме, используя исчисление бесконечно малых и методы аналитической геометрии. Наиболее ценной идеей Маклорена оказалось разложение перемещения, скорости, ускорения и силы по трём взаимно перпендикулярным направлениям в пространстве. Эту идею использовал Эйлер. Он составил дифференциальные уравнения движения точки в проекциях на оси декартовой системы координат, чего не было у Маклорена:

$$\frac{2ddx}{dt^2} = \frac{p}{A}, \qquad \frac{2ddy}{dt^2} = \frac{q}{A}, \qquad \frac{2ddz}{dt^2} = \frac{r}{A}. \tag{20}$$

Эти уравнения записаны для системы физических единиц, в которой ускорение безразмерно, а скорость измеряется специальным образом. Через p, q, r обозначены проекции результирующей силы на оси прямолинейной декартовой системы координат. В настоящее время мы записываем их в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F_x}{m}, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{F_y}{m}, \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{F_z}{m}.$$

Следует отметить, что третий закон динамики Эйлер не упоминает, и это совершенно естественно, т.к. для определения движения одной материальной точки он не нужен, – этот закон необходим для описания движения системы точек.

Эйлер внес существенный вклад и в развитие теории колебаний. Большое значение здесь имел разработанный им метод интегрирования линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. В 1739 г., на примере синусоидально возбуждаемого осциллятора, Эйлер открыл явление *резонанса*.

Основным достижением Эйлера в его первых трактатах по динамике было введение в механику единообразного математического аппарата решения задач – запись уравнений движения и их интегрирование при заданных начальных условиях.

Таким образом, Эйлер выполнил первую задачу своей обширной программы.

2. Динамика твердого тела. Эйлер справедливо считается основоположником этого раздела механики. Естественно возникает вопрос, при каких обстоятельствах Эйлер начал заниматься этой задачей.

В 1730-х гг. в Петербургскую академию наук пришло сочинение французского автора Делакруа о движении плавающих тел. Оно попало на рецензию Эйлеру, который признал его неудовлетворительным. По поручению академии наук Эйлер сам взялся за исследование этой проблемы. Россия, лишь относительно недавно приступившая к созданию своего морского флота, не имела того громадного эмпирического материала, который накопили западноевропейские страны, и поэтому нуждалась в теоретической разработке этого вопроса.

Уезжая из России в 1741 г., Эйлер взял на себя обязательство представить академии наук труд о теории корабля. Это обязательство он выполнил, и в 1749 г. в Петербурге вышла его книга «Корабельная наука» в двух томах. В ней были заложены основы динамики твердого тела.

Движение корабля Эйлер представлял в виде суперпозиции поступательного движения со скоростью его центра тяжести и вращения вокруг оси, проходящей через центр тяжести. Вращательное движение Эйлер, в свою очередь, раскладывал на два других движения, соответствовавших продольным и поперечным колебаниям (килевая и боковая качка). Он ввел понятие момента инерции и записал дифференциальное уравнение вращения тела относительно неподвижной оси.

Решающий шаг в построении динамики твердого тела сделан Эйлером в мемуаре «Открытие нового принципа механики», напечатанном в Записках Берлинской академии наук в 1750 г. Новый принцип или аксиома Эйлера состоял в том, что закон ускоряющих сил (второй закон динамики) и дифференциальные уравнения движения (20) признавались справедливыми не только для материальной точки, но и для любого мысленно выделенного элемента твердого тела или жидкости. Сейчас трудно себе даже представить тот импульс, который придала механике эта работа Эйлера. Сегодня принцип Эйлера нам кажется очевидным. Но именно он открыл простой и естественный путь построения динамики твердого тела и механики сплошной среды.

В этой же работе Эйлер получил формулу для скорости точки вращающегося твердого тела:

$$\frac{dx}{dt} = qz - ry, \quad \frac{dy}{dt} = rx - pz, \quad \frac{dz}{dt} = py - qx, \tag{21}$$

в современной записи: $\vec{\upsilon} = [\vec{\omega} \times \vec{r}]$. Эйлер определяет угловую скорость тела как скорость точки, расстояние которой от оси вращения равно единице.

На основании своего принципа Эйлер составил дифференциальные уравнения вращения твердого тела относительно неподвижной системы координат. Они содержат моменты инерции тела относительно неподвижных осей, которые изменяются в процессе движения тела, и имеют сложный вид.

В 1755 г. профессор Гёттингенского университета Янош Андрош Сегнер (1704-1777) опубликовал сочинение, в котором установил, что каждое тело имеет три взаимно перпендикулярные оси свободного вращения. По признанию Эйлера, работа Сегнера побудила его вернуться к задаче о движении твердого тела и использовать в качестве основной системы координат главные оси инерции тела. В результате были получены уравнения:

$$dx + \frac{cc - bb}{aa} yzdt = \frac{Pdt}{Maa}, \quad dy + \frac{aa - cc}{bb} xzdt = \frac{Qdt}{Mbb}, \quad dz + \frac{bb - aa}{cc} yzdt = \frac{Rdt}{Mcc}, \tag{22}$$

где M - масса тела, a,b,c - так называемые *плечи инерции* (главные центральные радиусы инерции), а P,Q,R - моменты внешних сил относительно главных осей. Эйлер записывал эти уравнения с коэффициентом $2g$ в правой части, что объяснялось использованием специальной системы единиц. Современная форма записи этих уравнений:

$$A\dot{p}+(C-B)qr=M_x,\ B\dot{q}+(A-C)pr=M_y,\ C\dot{r}+(B-A)pq=M_z.$$

Уравнения (22) вошли в трактат «Теория движения твердых тел», опубликованный в 1765 г., который Эйлер считал третьим томом своей «Механики». Эйлер исследовал и знаменитый первый случай интегрируемости в задаче о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки – центра масс, который называется *случаем Эйлера*.

Эйлер продолжал заниматься механикой твердого тела и в последующие годы. В 1776 г. вышло его сочинение «Новый метод определения движения твердых тел». Эйлер рассматривает произвольное движение тела как совокупность поступательного движения вместе с центром масс и вращательного движения вокруг оси, проходящей через центр масс. Здесь впервые выписаны совместно шесть уравнений движения, определяющие изменение количества движения и кинетического момента тела относительно центра масс:

$$\int dM\frac{d^2x}{dt^2}=P,\quad \int dM\frac{d^2y}{dt^2}=Q,\quad \int dM\frac{d^2z}{dt^2}=R, \tag{23}$$

$$\int zdM\frac{d^2y}{dt^2}-\int ydM\frac{d^2z}{dt^2}=S,\int xdM\frac{d^2z}{dt^2}-\int zdM\frac{d^2x}{dt^2}=T,\int ydM\frac{d^2x}{dt^2}-\int xdM\frac{d^2y}{dt^2}=U, \tag{24}$$

где P,Q,R - компоненты главного вектора внешних сил, приложенных к твердому телу, S,T,U - компоненты главного момента внешних сил. Уравнения (23)-(24) Эйлер записывал с дополнительным коэффициентом в правой части, учитывающим размерности. Следует заметить, что, не выделяя в качестве общего закона равенство действия и противодействия, Эйлер неявно использует это свойство внутренних сил в твердом теле.

Крупнейший современный специалист в области механики сплошной среды Клиффорд Трусделл считает это место у Эйлера первым в истории механики появлением законов изменения количества и момента количества движения в качестве фундаментальных, общих и независимых законов механики для всех видов движений всех видов тел. В связи с этим Трусделл предложил называть эти уравнения *законами механики Эйлера*.

Развитие аналитической механики в трудах Ж.Л. Лагранжа

Исходя из законов Ньютона, Эйлер превратил механику в чёткую количественную теорию с эффективным аналитическим аппаратом дифференциальных уравнений движения материальных объектов. Большим достижением первой половины XVIII века было построение в общих чертах динамики материальной точки и динамики твёрдого тела.

Однако главным объектом механики в период промышленного переворота был механизм – машина, состоящая из многих сочлененных звеньев, связанных между собой. Проблема математического описания поведения таких объектов представляла большие трудности для исследователей. Эту проблему в значительной степени удалось решить гениальному французскому математику и механику Жозефу Луи Лагранжу.

Главным его произведением является «Аналитическая механика», вышедшая в свет в 1788 г. Лагранж ввёл в обиход и сам термин *аналитическая механика*. Он разбивал её на две части: статику и динамику; это первое в истории механики произведение, в котором объединяются оба эти раздела механики, ранее развивавшиеся независимо один от другого.

Статика

Статику Лагранж определяет как *науку о равновесии сил*. Под *силой* понимается какая бы то ни было причина, сообщающая или стремящаяся сообщить движение телу, к которому она предполагается быть приложенной; и этим количеством движения, сообщенного или готового быть сообщённым, и следует оценивать силу.

В первой части книги Лагранж формулирует общий принцип, названный им принципом виртуальных скоростей: *если на какую-либо систему тел или точек действуют какие-либо силы и эта система находится в равновесии и если этой системе сообщить какое-либо малое движение, в результате которого каждая точка пройдёт бесконечно малый путь, то сумма сил, умноженных каждая на соответствующий путь, проходимый по направлению силы точкой, к которой она приложена, будет всегда равна нулю, если малые пути, проходимые в направлении сил, считать положительными, а проходимые в противоположном направлении, – отрицательными:*

$$Pdp + Qdq + Rdr + ... = 0 . \qquad (25)$$

Здесь P, Q, R - силы, dp, dq, dr - малые перемещения.

Лагранж отмечает, что p, q, r не обязательно пути или координаты, это могут быть любые геометрические параметры, определяющие положение точек или тел в пространстве. Таким образом, вводятся понятия *обобщенной координаты* и, соответственно, *обобщенной силы*.

Лагранж рассматривает случай, когда левая часть равенства (25) представляет собой полный дифференциал некоторой функции координат $p, q, r ...$. Эта функция, обозначаемая Π, позже будет названа *потенциалом* или *потенциальной энергией*. Отыскание положения равновесия системы точек сводится к определению экстремума этой функции. Случаи максимума и минимума Лагранж связывает с устойчивостью равновесия. Он доказывает, что положение равновесия, соответствующее минимуму функции Π, устойчиво, а – отвечающее максимуму, – неустойчиво.

Если в качестве параметров $p, q, r...$ взять декартовы координаты точек системы x_i, а через X_i обозначить соответствующие обобщенные силы, то соотношение (25) примет вид:

$$\sum_{i=1}^{3n} X_i \delta x_i = 0, \tag{26}$$

где n - число точек в системе.

Абсолютно новым и оригинальным вкладом Лагранжа в развитие механики был *метод неопределённых множителей*, введённый им сначала в статике, а потом и в динамике.

Лагранж рассматривал систему, точки которой подчиняются условию (уравнению связи):

$$L \equiv f(x_1, x_2, ... x_{3n}) = 0. \tag{27}$$

Таких условий может быть несколько. Первая вариация этого равенства дает соотношение между вариациями координат (виртуальными перемещениями):

$$\delta L = \sum_{i=1}^{3n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \delta x_i = 0.. \tag{28}$$

Если умножить левую часть на произвольный множитель λ и прибавить полученное произведение к левой части (26), то равенство нулю не нарушится:

$$\sum_{i=1}^{3n} \left(X_i + \lambda \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \delta x_i = 0.$$

К обычным силам X_i здесь прибавляются дополнительные силы $\lambda \partial f / \partial x_i$, о которых Лагранж пишет: «Каждое условное уравнение (27) эквивалентно одной или нескольким силам, приложенным к системе... Эти силы могут заменять условия (27). Таким образом, применяя эти силы, можно рассматривать точки как совершенно свободные и не подчинённые каким бы то ни было связям». В этих строках Лагранжа содержится первая в истории механики формулировка *принципа освобождаемости* от связей.

Динамика

Лагранж определяет *динамику* как *науку об ускоряющих и замедляющих силах и о переменных движениях, которые они вызывают*.

Динамика одной материальной точки и одного твёрдого тела в основном была построена Эйлером. А при решении задач динамики системы точек или механизма возникали принципиальные трудности, которые Лагранж характеризует так: «… в том случае, когда исследуют движение многих тел, действующих друг на друга путём удара или давления…непосредственно или посредством нитей или рычагов, к которым они прикреплены, то такого рода задача не может быть решена с помощью уравнений движения одной точки или одного тела. Дело в том, что в этом случае силы (реакции), действующие на тело, неизвестны и их следует определить на основании действия, которое тела оказывают друг на друга». При исследовании подобных проблем механики изобретали хитроумные, но индивидуальные для каждого случая подходы и методы.

В 1743 г. появилось сочинение Жана Лерона Даламбера (1717-1783) «Динамика». В этом сочинении Даламбер наметил путь построения механики системы, основанный на едином принципе. Согласно этому принципу, *система тел остается в равновесии под действием потерянных побуждений к движению (потерянных сил)*. Для правильного понимания этого принципа нужно иметь в виду состояние механической терминологии того времени. Не существовало термина «ускорение», а, следовательно, и термина «сила инерции». Даламбер уклонялся от использования понятия «сила», не считая достаточно выясненной природу сил. Понятие «скорость» он употреблял в двух смыслах: в теории удара в современном смысле как некоторую конечную величину, а в случае сил, действующих непрерывно, как бесконечно малое её приращение.

Поясним принцип Даламбера с небольшим упрощением и в терминах, близких современным. Пусть имеется система тел (материальных точек), связанных между собой. Возьмём одну из этих точек. Пусть на неё действует внешняя сила $\vec{F}^{(e)}$. Эта сила может сообщить точке скорость

$$d\vec{\upsilon}_1 = \frac{\vec{F}^{(e)}}{m}dt .$$

Такую скорость точка получила бы, если бы была свободной. Но т.к. на неё действуют силы со стороны других точек системы, равнодействующую которых обозначим через $\vec{F}^{(i)}$, то скорость рассматриваемой точки получит ещё добавочное приращение

$$d\vec{\upsilon}_2 = \frac{\vec{F}^{(i)}}{m}dt .$$

В результате изменение скорости

$$d\vec{\upsilon} = d\vec{\upsilon}_1 + d\vec{\upsilon}_2 = \frac{\vec{F}^{(e)}}{m}dt + \frac{\vec{F}^{(i)}}{m}dt ,$$

откуда

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\vec{F}^{(e)}+\vec{F}^{(i)}.$$

Составим такие равенства для всех точек системы и просуммируем их:

$$\sum m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\sum\vec{F}^{(e)}+\sum\vec{F}^{(i)}. \qquad (29)$$

По третьему закону Ньютона

$$\sum\vec{F}^{(i)}=0, \qquad (30)$$

и равенство (29) принимает вид

$$\sum m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\sum\vec{F}^{(e)} \qquad (31)$$

или

$$\sum\vec{F}^{(e)}-\sum m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=0. \qquad (32)$$

Величины $\vec{F}^{(i)}$ последователи Даламбера называли *потерянными силами,* а выражения $-md\vec{\upsilon}/dt$ *силами инерции Даламб*ера. Соотношение (30) означает, что система потерянных сил эквивалентна нулю, а из равенства (32) следует, что система внешних сил может быть уравновешена силами инерции Даламбера. Таким образом, принцип Даламбера позволяет свести задачи динамики к задачам статики.

По существу, соотношение (31) представляет собой обобщение на механическую систему второго закона Ньютона, или теорему об изменении количества движения системы.

Следует отметить, что термин *сила инерции* использовался в истории механики в четырёх различных смыслах.

В начале XVIII века силой инерции называли свойство материи сохранять свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. В первой половине XIX века французский математик и механик Жан Виктор Понселе (1788-1867) под силой инерции понимал реальную силу противодействия, которую движимое тело оказывает связям или движущим телам. Такой, например, является сила, натягивающая верёвку, прикреплённую к телу, совершающему движение по окружности. Силами инерции по Даламберу называют взятые со знаком минус произведения масс точек системы на их ускорения. Наконец, в настоящее время силы инерции – это дополнительные члены (переносная сила инерции и кориолисова сила инерции), которые необходимо включать в уравнение, описывающее движение точки относительно неинерциальной системы отсчета.

Сам принцип Даламбера не давал никаких уравнений, но применение к потерянным силам какого-либо принципа статики позволяло получить уравнения движения механической системы. Эту задачу решил Ж.Л. Лагранж.

Проекции на оси декартовой системы координат внешних активных сил, приложенных к точкам несвободной системы, Лагранж обозначал X_i, Y_i, Z_i. Для аналитического выражения второй категории сил, требуемых для совершения истинного совместного движения системы, Лагранж фактически (без специальных оговорок) применяет закон ускоряющих сил, что в проекциях на декартовы оси дает составляющие $m_i\ddot{x}_i$, $m_i\ddot{y}_i$, $m_i\ddot{z}_i$. В силу эквивалентности этих двух категорий сил из принципа виртуальных скоростей следует соотношение

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\left(X_i - m_i\ddot{x}_i\right)\delta x_i + \left(Y_i - m_i\ddot{y}_i\right)\delta y_i + \left(Z_i - m_i\ddot{z}_i\right)\delta z_i\right] = 0, \qquad (33)$$

которое называется в настоящее время *общим уравнением динамики Даламбера-Лагранжа*.

Многолетняя мечта ученых – одним уравнением охватить все задачи механики – осуществилась.

Пользуясь равенством (33), Лагранж получает дифференциальные уравнения движения системы (известные как уравнения Лагранжа второго рода), а затем – уравнения с неопределёнными множителями (уравнения Лагранжа первого рода). При этом он неявно рассматривает идеальные голономные стационарные связи.

Для несвободной системы материальных точек Лагранж вводит обобщённые параметры q_i (обобщённые координаты), число которых m (число степеней свободы системы) меньше числа декартовых координат точек на количество связей, наложенных на эту систему. Выполнив в общей формуле динамики (33) переход к этим новым параметрам и приравняв нулю скобки, образовавшиеся при вариациях независимых координат, он получил систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}, \quad i = 1 \ldots m, \qquad (34)$$

где T - живая сила, т.е. кинетическая энергия, Π - потенциал или потенциальная энергия системы.

В аналитической механике широко используется функция, которая равна разности кинетической и потенциальной энергии консервативной системы, называемая *кинетическим потенциалом, лагранжианом* или *функцией Лагранжа*. Она была введена Лагранжем, обозначалась им буквой Z и приводила систему уравнений (34) к виду

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Z}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial Z}{\partial q_i}=0, \quad i=1...m. \qquad (35)$$

В честь Лагранжа, эта функция обозначается теперь через L:

$$L=T-\Pi.$$

Из уравнений (35) путём двукратного их интегрирования можно получить закон движения системы: $q_i=q_i(t),\, i=1...m.$ Но часто на практике требуется определить не только характер движения, но и силы давления на опоры или реакции связей. Для решения такого рода задач Лагранж создал другой математический аппарат, обобщив на динамику метод неопределённых множителей, разработанный им в статике. Умножив соотношения для вариаций связей на произвольные множители (по числу уравнений связей), Лагранж прибавил полученные соотношения к равенству (33). Затем, группируя скобки при вариациях декартовых координат и приравнивая их нулю (часть – за счёт неопределённых множителей, другую часть – за счёт независимых координат), он получает уравнения, которые называются сейчас уравнениями Лагранжа первого рода. Эти уравнения в современных обозначениях имеют вид:

$$m_\nu \frac{d^2\vec{r}_\nu}{dt^2}=\vec{F}_\nu+\sum_{s=1}^{k}\lambda_s\frac{\partial f_s}{\partial \vec{r}_\nu}, \quad \nu=\overline{1,n}\ . \qquad (36)$$

Вместе с уравнениями связей

$$f_s(\vec{r})=0, \quad s=\overline{1,k}$$

система (36) позволяет найти закон движения точек $\vec{r}_\nu=\vec{r}_\nu(t)$, неопределённые множители $\lambda_s(t)$ и реакции связей

$$\vec{R}_\nu=\sum_{s=1}^{k}\lambda_s\frac{\partial f_s}{\partial \vec{r}_\nu}, \qquad \nu=\overline{1,n}.$$

Уравнение (33) позволило Лагранжу вывести также принцип наименьшего действия. История его такова.

В 1744 г. Пьер Луи де Мопертюи (1698 – 1759) – французский механик, астроном и физик, президент физико-математического класса Берлинской академии наук (в 1745 – 1753 гг.) – сформулировал принцип, названный им *принципом наименьшего действия. Действием* он называл величину $m\upsilon s$, т.е. произведение массы точки на её скорость и пройденный путь. Согласно Мопертюи, *при действительном движении точки действие минимально*. Мопертюи приписывал этому принципу универсальное значение, более того, он извлекал из него доказательство существования бога. Природа, рассуждал

Мопертюи, при совершении своих действий избирает всегда наиболее простые пути.

Л.Эйлер придал принципу наименьшего действия более точный математический смысл. Он показал, что в случае движения в поле центральной силы траектория точки удовлетворяет условию

$$\int \upsilon\, ds = \text{minimum}.$$

Лагранж распространил этот принцип на случай системы точек, связанных между собой и действующих друг на друга произвольным образом:

$$\sum_i m_i \int \upsilon_i\, ds = \text{minimum}.$$

По существу, он рассматривал системы, для которых выполняется закон сохранения энергии. Дальнейшее развитие принцип наименьшего действия получил в трудах гениального ирландского математика У.Р.Гамильтона и русского математика и механика М.В.Остроградского.

В трактате «Аналитическая механика» Лагранжу удалось «свести теорию механики и методы решения связанных с нею задач к общим формулам, простое развитие которых дает все уравнения, необходимые для решения каждой задачи». Предисловие к первому изданию трактата он закончил словами: «Все любящие анализ с удовольствием убедятся в том, что механика становится новой отраслью анализа, и будут мне благодарны за то, что этим путём я расширил область его применения». Немецкий физик Эрнст Мах писал, что «Аналитическая механика» Лагранжа – это громадный вклад в экономию нашего мышления, а У.Р.Гамильтон называл её «научной поэмой».

Нет такой области математического анализа, геометрии, механики, которую Лагранж не продвинул бы далеко вперёд. Им почти целиком создана сферическая тригонометрия, результаты его исследований по теории чисел, алгебре, дифференциальному и интегральному исчислениям переполняют существующие монографии и курсы. Его работы фактически определили все дальнейшее развитие механики XIX века. Современники Лагранжа великие математики Пуассон и Лаплас, а в дальнейшем Остроградский, Якоби и др. развивали его методы. И в настоящее время при чтении «Аналитической механики» невозможно оторваться от мысли, что современные курсы механики в большей своей части пересказывают и комментируют этот классический труд.

ЗАРОЖДЕНИЕ И РАЗВИТИЕ ГИДРОМЕХАНИКИ

В науке о движении жидкости – гидродинамике – можно выделить две ветви: гидродинамика идеальной и гидродинамика вязкой жидкости. Обе они развивались самостоятельно и независимо одна от другой. Это обусловлено, прежде всего, различием в практике человека служебной роли давления и внутреннего трения в жидкости.

Свойство жидкости оказывать давление на стенки содержащего её сосуда как в покое, так и при движении, позволяет использовать его для преодоления действия силы тяжести, а также для приведения в движение различного рода механизмов. С полезной ролью давления жидкости люди познакомились давно, о чём свидетельствует использование в древние времена таких приспособлений, как пожарный насос, гидравлические часы, гидравлический орган.

На первых порах начала развиваться гидростатика, которая использует математический аппарат геометрии Евклида, а затем, когда были созданы основы механики точки, дифференциального и интегрального исчислений, – гидродинамика идеальной жидкости.

Гидростатика

Проблемы использования жидкостей и газов возникали перед человеком с древних времен - при постройке гидротехнических сооружений, водопроводов, плотин, парусных и весельных судовых движителей. Потребности развития этой техники предопределили появление научного трактата Архимеда «О плавающих телах», в котором он впервые ввёл понятие *давления* как основной характеристики взаимодействия частиц жидкости, использовал *предположение о* её *несжимаемости* и сформулировал знаменитый закон, согласно которому на тело, погружённое в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной им жидкости.

Один из основателей современной гидростатики голландский математик, механик и инженер Симон Стевин (1548-1620) в конце XVI – начале XVII века выдвинул *принцип затвердевания жидкости*: если в жидкой массе выделить воображаемый сосуд, то давление на его поверхность не зависит от того, чем он заполнен, – жидкостью или твёрдым веществом. Опираясь на этот принцип, Стевин обосновал *закон сообщающихся сосудов* и смог рассчитать давление, оказываемое жидкостью на дно и стенки сосуда произвольной формы.

Французский математик, механик, физик и философ Блез Паскаль (1623-1662) сформулировал важный закон гидростатики о независимости давления жидкости на некоторую площадку от ориентации её в пространстве. Позже этот закон был распространен на случай движущейся жидкости.

В конце XVII века Христиан Гюйгенс установил, что для равновесия жидкой массы на Земле, необходимо, чтобы направление силы тяжести, т.е. равнодействующей силы притяжения и центробежной силы, было перпендикулярно к её поверхности.

Ньютон в третьей книге «Начал» при определении формы Земли опирался на принцип равенства центральных столбов жидкости: одного, направленного от полюса Земли вдоль оси её вращения, и другого, который расположен в плоскости экватора и направлен по её радиусу. Оба столба имеют одинаковое поперечное сечение и сообщаются в центре Земли, рассматриваемой как жидкий эллипсоид. При этом принимается, что давление в центре, вычисленное с учётом сил притяжения и центробежных сил, должно быть неизменным.

Французский математик и механик Алексис Клод Клеро (1713-1765) в трактате «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики» (1743) обобщил принцип Ньютона и вывел необходимое и достаточное условие равновесия жидкости. Клеро рассматривал канал произвольной формы, выделенный внутри жидкости и заканчивающийся в двух точках на поверхности Земли (или замкнутый). Он утверждал, что разность «усилий», т.е. давлений, взятая по всему ходу канала, при равновесии равна нулю.

Многие ученые XVII – XVIII вв. занимались задачами о равновесии и движении жидкости. Однако только Эйлер сумел создать математический аппарат гидростатики, а позже и гидродинамики.

Наиболее значительная его работа по гидростатике – «Общие принципы равновесия жидкостей», опубликованная в 1757 г. в «Мемуарах» Берлинской академии наук. Эйлер обобщил результаты Клеро и придал изложению гидро - и аэростатики ту форму, которая сохранилась, в основном, и до наших дней. Он ввёл понятие *давления* p, измеряемого высотой столба однородной жидкости, указал на зависимость давления от её плотности и температуры и получил общее уравнение равновесия жидкости или газа в дифференциальной форме:

$$dp = q(Pdx + Qdy + Rdz), \tag{37}$$

где q - плотность, а P, Q, R – проекции внешних сил на координатные оси, отнесённые к единице веса жидкости.

Уравнение (37) получено Эйлером из условия равновесия мысленно выделенного в жидкости элемента в виде прямоугольного параллелепипеда, грани которого параллельны осям координат. Он выписал также условия интегрируемости правой части этого уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial y}(Pq) = \frac{\partial}{\partial x}(Qq), \qquad \frac{\partial}{\partial z}(Qq) = \frac{\partial}{\partial y}(Rq), \qquad \frac{\partial}{\partial x}(Rq) = \frac{\partial}{\partial z}(Pq).$$

Большой заслугой Эйлера является разработка концепции давления жидкости и математическая запись проекций на оси ускоряющей силы давления

$$-\frac{1}{q}\frac{\partial p}{\partial x}, \qquad -\frac{1}{q}\frac{\partial p}{\partial y}, \qquad -\frac{1}{q}\frac{\partial p}{\partial z}.$$

Эйлер вводит понятие потенциала сил s, и, переписав общее уравнение равновесия в виде $dp = q\,ds$, указывает на постоянство давления, плотности и температуры на поверхностях уровня потенциала s. Затем он рассматривает модель идеального газа, находит выражение для сил, действующих на погруженное в жидкость или газ тело, и переходит к подробному рассмотрению различных случаев равновесия жидкостей и газов.

Гидродинамика идеальной жидкости

Наиболее распространёнными работами по гидромеханике в XVII – XVIII вв. были гидравлические расчёты водяных двигателей, течения воды в трубах, каналах и в других простейших гидротехнических устройствах (сооружениях).

Обширный сборник трудов итальянских авторов по гидравлике вышел во Флоренции в 1722 г., затем в Парме в 1766 г. появился ещё один сборник «Новое собрание авторов, которые трактовали о движении вод». Наиболее значительные теоретические исследования XVIII в. связаны с именами Иоганна и Даниила Бернулли и Леонарда Эйлера.

Отец И.Бернулли и его сын Д.Бернулли рассматривали преимущественно одномерные течения. Термин *гидродинамика* был введен в науку Д.Бернулли в трактате, название которого определяло суть этого понятия: «Гидродинамика или записки о силах и движении жидкости» (1738). Оно соответствует термину *гидравлика,* принятому в настоящее время.

В основу своих исследований И.Бернулли и Д.Бернулли положили принцип живых сил - закон сохранения механической энергии. В 1743 г. вышла в свет работа Иоганна Бернулли «Гидравлика, впервые открытая и доказанная на чисто механических основаниях». В ней он пользуется понятием давления p, причём определяет не только давление жидкости на стенки, но и внутреннее давление в слоях жидкости. Кроме энергетического принципа, И.Бернулли использует приём, который связывает ускоряющие и движущие силы. В несколько видоизменённой форме этот приём применяет в своих работах 1750 гг. Л.Эйлер.

Одновременно с гидродинамическими исследованиями Эйлера были опубликованы труды по гидродинамике Ж.Л. Даламбера. Изданный в 1744 г. его «Трактат о равновесии движения жидкостей», по словам автора, пронизан стремлением соединить геометрию (математику) с физикой (результатами опытов). Даламбер занимался экспериментальными исследованиями сопротивления движению тел в жидкости в связи с запросами кораблестроения. Его подход к вопросам гидромеханики базировался на основополагающем принципе уравновешивания потерянных сил или в сведении уравнений динамики к уравнениям статики. Оригинальным результатом является введение Даламбером *комплексной скорости* как функции комплексной координаты точки при рассмотрении плоского безвихревого течения несжимаемой жидкости. Он заметил теоретический факт отсутствия сопротивления движению тела, которое движется равномерно и прямолинейно в покоящейся идеальной жидкости, называемый теперь *парадоксом Даламбера*.

Фундамент аналитической гидродинамики с чётко определённым понятием внутреннего гидродинамического давления, строгим и ясным выводом уравнений движения идеальной жидкости содержится в работах Л.Эйлера 1750-1766 гг.

В мемуаре 1752 г. «Принципы движения жидкостей» он пришёл к важнейшим соотношениям гидродинамики идеальной жидкости, в частности, к уравнению неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \upsilon}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0,$$

где x, y, z - координаты частицы жидкости в неподвижной системе координат (теперь их называют в механике сплошной среды *эйлеровыми координатами частицы*), u, υ, w - компоненты её скорости. Эйлер ввёл новую механическую модель – *модель сплошной среды*, основанную на его новой аксиоме. Согласно этой аксиоме второй закон Ньютона, записанный Эйлером в виде

$$M\frac{d^2x}{dt^2}=P, \qquad M\frac{d^2y}{dt^2}=Q, \qquad M\frac{d^2z}{dt^2}=R,$$

справедлив для любого мысленно выделенного в объеме жидкости элемента. Рассматривая элементарный жидкий параллелепипед с рёбрами dx, dy, dz, он находит аналитическое выражение для ускорения жидкой частицы массой $q\,dx\,dy\,dz$ (q - плотность), и приравнивает его проекции на координатные оси соответствующим проекциям сил, отнесённых к единице массы. Силовое воздействие на жидкий элемент за счёт гидродинамического давления имело в проекциях вид

$$\frac{1}{q}\frac{\partial p}{\partial x}, \qquad \frac{1}{q}\frac{\partial p}{\partial y}, \qquad \frac{1}{q}\frac{\partial p}{\partial z},$$

где p - внутреннее давление в жидкости.

Законченную форму уравнения движения идеальной жидкости получили в 1755 г. в сочинении Эйлера «Общие принципы движения жидкости». В этой работе находит своё математическое оформление в виде *уравнения неразрывности* открытый М.В.Ломоносовым закон сохранения массы

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\frac{\partial (qu)}{\partial x}+\frac{\partial (q\upsilon)}{\partial y}+\frac{\partial (qw)}{\partial z}=0, \tag{38}$$

а уравнения движения жидкости записаны в форме, которая сохранилась до наших дней:

$$P-\frac{1}{q}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+\upsilon\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z},$$

$$Q - \frac{1}{q}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \upsilon}{\partial t} + u\frac{\partial \upsilon}{\partial x} + \upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial y} + w\frac{\partial \upsilon}{\partial z}, \quad (39)$$

$$R - \frac{1}{q}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + \upsilon\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}.$$

Здесь P,Q,R - компоненты внешних сил, отнесённых к единице массы.

Соотношения (38) и (39) дают замкнутую систему дифференциальных уравнений движения несжимаемой идеальной жидкости: число уравнений совпадает с числом неизвестных функций. В качестве неизвестных функций рассматриваются компоненты скорости u,υ,w и давление p, отнесённые к фиксированной точке пространства. При этом используются *гипотезы о сплошности жидкой среды* и *о непрерывности и дифференцируемости* давления и скорости как функций времени и координат.

В этом обширном мемуаре Эйлером разработан аналитический аппарат гидродинамики. Эйлер решает здесь многие теоретические проблемы: дает условие безвихревого течения жидкости, вплотную подходит к введению понятия полного интеграла уравнений в частных производных, фактически вводит функцию тока, которую впоследствии Лагранж определил равенствами:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad \upsilon = -\frac{\partial \psi}{\partial x},$$

где ψ - функция тока, u,υ - составляющие скорости по осям Ox,Oy.

Введя потенциалы сил и скорости, Эйлер находит соотношение, которое позже стали называть интегралом Лагранжа-Коши для случая несжимаемой жидкости.

В оригинальной записи Эйлера уравнения (38), (39) отличаются только обозначением частных производных. Вместо введённого позже Лежандром и Якоби и принятого в настоящее время обозначения частной производной с помощью круглого ∂ Эйлер использовал прямое d, а для отличия от полных производных частные производные он записывал в круглых скобках. Например, частная производная $\partial p/\partial x$ в записи Эйлера выглядела как (dp/dx).

Возвращаясь к программе развития механики, предложенной Эйлером в начале своей деятельности, надо отметить, что он построил три из намеченных им шести общих разделов механики: механику точки (раздел 1), механику твердого тела (раздел 2) и гидродинамику (раздел 6). Эйлер внёс фундаментальный вклад в учение о гибких телах (раздел 3) и в механику системы (раздел 5) . Что касается теории упругости (раздел 4), которой он посвятил ряд важнейших исследований, то она в окончательном виде была создана лишь в XIX веке.

Лагранж в «Аналитической механике» (1788) вывел дифференциальные уравнения движении жидкости в новой форме, положив в основу метод, который теперь носит его имя. Согласно этому методу, встречающемуся и в работах Эйлера, уравнения движения составляются для частицы жидкости, а её скорость, плотность жидкости и давление рассматриваются как функции времени и начальных координат частицы. Уравнения Лагранжа имеют вид

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}-X\right)\frac{\partial x}{\partial a}+\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-Y\right)\frac{\partial y}{\partial a}+\left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}-Z\right)\frac{\partial z}{\partial a}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial a}=0,$$

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}-X\right)\frac{\partial x}{\partial b}+\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-Y\right)\frac{\partial y}{\partial b}+\left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}-Z\right)\frac{\partial z}{\partial b}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial b}=0,$$

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}-X\right)\frac{\partial x}{\partial c}+\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-Y\right)\frac{\partial y}{\partial c}+\left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}-Z\right)\frac{\partial z}{\partial c}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial c}=0,$$

где a,b,c - начальные координаты частицы жидкости, x,y,z - её координаты в момент времени t; X,Y,Z - составляющие действующих на неё внешних сил, отнесённые к единице массы; ρ, p - плотность и давление в точке, занимаемой этой частицей в момент времени t.

Рассматривая частные случаи течения жидкости, Лагранж пришёл к важной теореме о сохранении безвихревого движения идеальной баротропной жидкости в поле консервативных сил, нашёл один из первых интегралов движения, позднее обобщённый Коши и получивший название *интеграла Лагранжа-Коши.*

Подводя итог, можно сказать, что к концу XVIII века трудами Даламбера, Эйлера и Лагранжа в гидродинамике был создан единый математический аппарат дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих движение идеальной жидкости, открыты многие общие и частные законы, разработана теория давления внутри жидкости. Иоганн и Даниил Бернулли сформулировали энергетический принцип гидромеханики, особенно эффективно применяемый для одномерных течений жидкости. Долгое время он был важнейшим инженерным методом расчета течения жидкости в трубах, каналах и струях. В XIX в. энергетическое уравнение Бернулли было дополнено слагаемыми с эмпирическими коэффициентами, учитывающими внутренне трение в жидкости.

В гидромеханике идеальной жидкости в рассматриваемый период времени были получены следующие важные результаты: условие равновесия идеальной жидкости в поле консервативных сил, теория фигуры Земли, закон сохранения потенциального движения идеальной жидкости, интеграл Лагранжа.

Однако механика идеальной жидкости не стала рабочим аппаратом инженерной механики и гидротехники, поскольку из неё вытекали явно парадоксальные для реальных условий следствия, например парадокс Даламбера.

Ученые, изучавшие свойства реальных жидкостей, считали гидромеханику идеальной жидкости весьма ограниченной по своим возможностям. Так, французский математик, член Французской академии наук Шарль Боссю (1730-1814), отмечая выдающиеся математические достижения Даламбера, Эйлера и Лагранжа, писал: «Совместные усилия великих геометров, видимо, исчерпали все ресурсы, которыми располагает анализ для определения движения жидкостей. К несчастью, по самой природе вопроса эти расчёты настолько сложны, что их можно рассматривать как сами по себе драгоценные математические истины, но не как символы, которыми можно наглядно описать действительное и физическое движение жидкостей». Он предлагает восполнить этот пробел экспериментальными исследованиями. Таким путём, говорит он, можно создать «нечто вроде теории, лишённой, правда, геометрической стройности, но простой, легкой и приспособленной к наиболее насущным нуждам практики».

Глубокие экспериментальные исследования Ш.Боссю, Ш.Кулона (1736-1806), А.Пито (1695-1771) и других ученых XVIII в. были использованы в XIX в. при создании математической теории вязкой жидкости.

Гидродинамика вязкой жидкости

К началу XIX века инженерная практика накопила обширный материал о движении жидкости в трубопроводах и открытых руслах, объем которого постоянно увеличивался. В частности, в XIX веке было получено много новых сведений о сопротивлении течению жидкостей и движению тел в них. В то же время математическая теория не могла объяснить механизм возникновения такого сопротивления и не давала ответа на вопрос о его величине. Успехи гидродинамики как науки определялись главным образом накоплением теоретических результатов, имевших изящную математическую форму, но почти не связанных с практическими приложениями.

На наличие трения между частицами жидкости впервые указал Ньютон. Вся вторая часть его «Начал» посвящена изучению движения тел с учетом сопротивления среды, в ней имеется много ссылок на результаты наблюдений и непосредственных опытов. Здесь была впервые сформулирована гипотеза, послужившая основой теории движения вязкой жидкости: *сопротивление, происходящее от недостатка скользкости жидкости, при прочих одинаковых условиях предполагается пропорциональным скорости, с которой частицы жидкости разъединяются друг от друга*. Согласно гипотезе Ньютона сила трения между частицами жидкости пропорциональна их относительной скорости. Позднее эта гипотеза была представлена математически в виде

$$\tau = \mu \lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta n} = \mu \frac{\partial \upsilon}{\partial n}, \qquad (40)$$

где τ – сила трения между двумя слоями жидкости единичной площади, $\Delta\upsilon$ – их относительная скорость, Δn – расстояние между ними. Коэффициент пропорциональности μ получил название *коэффициента вязкости*.

Величину, представленную выражением (40), можно рассматривать как меру передачи движения частиц жидкости в направлении, перпендикулярном скорости их движения.

В случае прямолинейного течения жидкости первоначальное сечение частицы жидкости, имеющее форму квадрата (Рис.9), спустя время Δt становится ромбом – частица испытывает деформацию сдвига. Если разделить разность перемещений точек A и B на расстояние $\Delta \mathrm{n}$, то получим величину деформации сдвига частицы за время Δt

$$\frac{\Delta\upsilon}{\Delta n}\Delta t\,.$$

Производная $\partial\upsilon/\partial n$ дает скорость деформации сдвига.

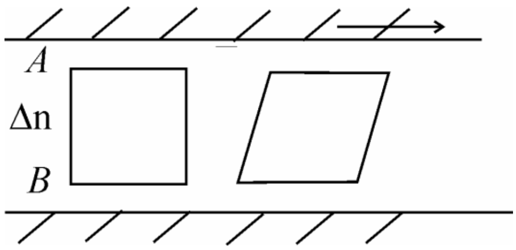

Рис.9

Сила трения, отнесённая к единице площади, определяет касательное напряжение. Уравнение (40) показывает, что касательное напряжение в жидкости пропорционально скорости деформации сдвига.

Формулировка гипотезы Ньютона в таком виде позволяет обобщить её на случай произвольного движения жидкости. В общем случае вектор силы, приложенной к произвольной площадке, имеет касательную и нормальную составляющие, а частица испытывает, помимо сдвига, и другие виды деформации. Каждая составляющая силы зависит от соответствующей составляющей скорости деформации частицы. Такого рода обобщение гипотезы Ньютона было сделано О. Л. Коши (1789-1857), А. Ж. К. Сен-Венаном (1797-1886) и Д. Г. Стоксом (1819-1903). В объяснение самого явления вязкости они не входили. Механизм возникновения вязкости был раскрыт только с развитием кинетической теории газов как результат переноса количества макроскопического движения.

В течение более полутора сотни лет гипотеза Ньютона о вязкости не использовалась, а гидродинамика развивалась по линии учёта одного лишь давления в жидкости.

Первый шаг в создании теории движения вязкой жидкости был сделан французским математиком и механиком, членом Парижской академии наук Анри Навье (1785-1836). В 1822 г. он выступил в Академии с устным сообщением о результатах проведённых им исследований, а в 1827 г. они были опубликованы в трудах Академии. Навье указал на то, что при изучении движения жидкости необходимо учитывать существование особых, как он называл, «молекулярных сил взаимодействия». Под этим термином подразумевались не силы взаимодействия между молекулами в современном понимании, а силы, возникающие между малыми частицами движущейся жидкости при изменении расстояния между ними.

В работе Навье используется гипотеза о сплошности жидкой среды и предположение о непрерывности деформации частиц жидкости. Навье считал, что сила взаимодействия частиц движущейся жидкости пропорциональна их относительной скорости. С помощью принципа возможных скоростей он получил дифференциальные уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости в той форме, в которой они используются и в настоящее время. В проекциях на оси декартовой системы координат они имеют вид:

$$X-\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+\upsilon\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}+\varepsilon\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)=0\,,$$

$$Y-\rho\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial t}+u\frac{\partial \upsilon}{\partial x}+\upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial y}+w\frac{\partial \upsilon}{\partial z}\right)-\frac{\partial p}{\partial y}+\varepsilon\left(\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z^2}\right)=0\,,$$

$$Z-\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+\upsilon\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)-\frac{\partial p}{\partial z}+\varepsilon\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)=0\,.$$

Здесь u,υ,w - составляющие скорости частицы, p,ρ - давление жидкости и её плотность,

$$\varepsilon=\frac{8\pi}{30}\int_0^\infty \rho^4\, f(\rho)d\rho\ -$$

физическая характеристика жидкости, которая определяет удельное касательное напряжение при параллельном сдвиге смежных слоёв, т.е. совпадает с ньютоновским коэффициентом вязкости.

В 1829 г. Парижской академии наук были представлены рездьтаты исследований Симеона Дени Пуассона (1781-1840). Эти результаты были опубликованы в 1831 г. Пуассон различал два вида сил: 1) не зависящие от природы тел силы притяжения, пропорциональные произведению масс тел и обратно пропорциональные расстоянию между ними; 2) силы притяжения или отталкивания, зависящие от природы частиц среды и количества содержащейся в них теплоты; интенсивность этих сил резко убывает с увеличением расстояния между частицами. Работа Пуассона посвящена расчёту сил второго вида и выводу уравнений равновесия и движения упругого тела и уравнений движения жидкости с учетом внутреннего трения. Пуассон установил, что дополнительные к давлению напряжения линейно зависят от скоростей деформаций частиц жидкости. Касательные напряжения пропорциональны скоростям сдвига. В выражения для нормальных напряжений, помимо давления и слагаемых, пропорциональных скоростям удлинения отрезков, входят два дополнительных члена, первый из которых пропорционален относительному изменению во времени плотности среды, а второй – изменению давления. Соотношения Пуассона содержат три постоянные, одна из которых совпадает с постоянной Навье ε, вторая является коэффициентом объемной вязкости, а третья в последующих работах Пуассона не упоминалась.

Пуассон получил уравнения движения жидкости, по виду совпадающие с уравнениями Навье. Чтобы замкнуть эту систему уравнений, Пуассон добавляет к ней уравнение неразрывности в общей форме с учётом изменения плотности жидкости и уравнение состояния, связывающее плотность, давление и температуру. К этим уравнениям присоединяется также уравнение теплопроводности в своей простейшей форме, т.е. без учета конвекции. Таким образом, Пуассон впервые ввел соотношения, определяющие линейную зависимость тензора дополнительных напряжений от тензора скоростей деформаций частицы жидкости, и установил дифференциальные уравнения движения вязкой сжимаемой жидкости.

Континуальный подход к выводу уравнений Навье был предложен А.Сен-Венаном в краткой заметке, опубликованной в 1843 г. Он сформулировал обобщённую гипотезу Ньютона о пропорциональности касательных напряжений скоростям сдвиговой деформации жидких частиц и получил выражения для компонент тензора напряжений в виде:

$$p_{xx} = p + 2\varepsilon \frac{\partial u}{\partial x}, \qquad p_{xy} = \varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon}{\partial x}\right), \ \ldots$$

где

$$p = \frac{p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}}{3} - \frac{2}{3}\varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right).$$

Наряду с развитием теории движения жидкостей в первой половине XIX в. продолжалось экспериментальное изучение течения жидкости в трубах и каналах. В частности, французский врач и физиолог Жан Луи Мари Пуазейль (1799-1869) проводил опытные исследования течения воды в узких капиллярах внутреннего диаметра 0.013-0.65 *мм*. Свои результаты он опубликовал в Докладах Парижской академии наук в 1840 г. Пуазейль установил получившую в дальнейшем широкое распространение формулу, согласно которой при движении жидкости в цилиндрической трубке круглого сечения расход жидкости пропорционален перепаду давления на её концах, отнесённому к единице длины трубки и четвёртой степени её радиуса

$$Q \sim \frac{a^4 \Delta p}{l}.$$

Для коэффициента пропорциональности он нашёл формулу зависимости его от температуры. В этой формуле не была указана связь его с коэффициентом вязкости жидкости. Такая связь позднее была получена Стоксом в результате решения задачи о течении жидкости в цилиндрической трубе.

Дифференциальные уравнения движения вязкой жидкости нашли своё обоснование и окончательное признание после работы Стокса 1845 г. В этой работе движение частицы жидкости разлагается на несколько составляющих – поступательное движение, вращательное движение, равномерное расширение или сжатие и движение, обусловленное деформациями сдвига. Дополнительные к давлению напряжения ставятся им в зависимость только от движений, обусловленных деформациями частицы. Используются положения о главных осях напряжений и деформаций, а в качестве наиболее вероятной принимается гипотеза о пропорциональности дополнительных главных напряжений скоростям деформаций главных удлинений. После этого Стокс осуществил переход к общим соотношениям связи напряжений со скоростями деформаций, которые содержали два коэффициента вязкости, однако на основании ряда соображений высказал предположение о равенстве нулю второго из них. Уравнения, полученные Стоксом, имеют вид

$$\rho\left(\frac{du}{dt}-X\right)+\frac{\partial p}{\partial x}-\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)-\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \upsilon}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)=0,$$

$$\rho\left(\frac{d\upsilon}{dt}-Y\right)+\frac{\partial p}{\partial y}-\mu\left(\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z^2}\right)-\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \upsilon}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)=0,$$

$$\rho\left(\frac{dw}{dt}-Z\right)+\frac{\partial p}{\partial z}-\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)-\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \upsilon}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)=0.$$

Вопрос о втором коэффициенте вязкости оставался открытым до конца XIX века. Исследования уравнений Навье-Стокса проводились в предположении отсутствия этого коэффициента и, как правило, для несжимаемых жидкостей, когда он и не должен входить в уравнения движения. И лишь в 90-х годах вопрос о втором коэффициенте вязкости был вновь поднят В.Фойгтом.

В своей второй работе 1846 г. Стокс дал обзор исследований движения вязкой жидкости, проведённых Навье, Пуассоном, Коши и Сен-Венаном, и на основе экспериментальных данных пришёл к выводу, что в качестве граничного условия на стенке сосуда, в котором движется жидкость, можно брать условие прилипания. Вопрос о граничных условиях для вязкой жидкости долгое время оставался открытым, и первые решения уравнений Навье-Стокса для течения жидкости в цилиндрических трубах содержат параметр, учитывающий проскальзывание жидкости вдоль твёрдых стенок. Обсуждение этого вопроса продолжалось до конца XIX века, а рецидивы споров о «внешнем» трении скольжения в вязкой жидкости возникали и позже – в XX веке.

В XIX веке было получено несколько точных решений уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости. Прежде всего, это решение для установившегося течения в цилиндрических трубах, которое было сведено Навье к интегрированию уравнения Пуассона для продольной компоненты скорости (1822). Однако Навье не смог проинтегрировать это уравнение даже в случае круглой трубы. Аналитическое решение в виде параболического распределения скоростей в круглой трубе было найдено Стоксом в 1845 г. Позже были получены решения и для других поперечных сечений. Стоксу принадлежит также решение задачи о движении вязкой жидкости между вращающимися коаксиальными цилиндрами. Особое практическое значение имело решение задачи об установившемся течении жидкости в цилиндрической трубке, полностью согласующееся с экспериментальной формулой Пуазейля. Благодаря этому, формула Пуазейля стала широко использоваться для измерения коэффициента вязкости жидкостей.

Стокс указал на возможность отбрасывания нелинейных слагаемых из уравнений при исследовании сравнительно медленных движений тел в жидкостях (колебаний маятника, колебания сосудов с водой и проч.). В этой постановке он решил задачу о падении шарика в безграничном объеме вязкой жидкости и получил известную формулу для силы сопротивления его движению – закон Стокса:

$$R = 6\pi \mu a \upsilon .$$

Здесь a – радиус шарика, υ – скорость его движения, μ – коэффициент вязкости жидкости. Эта формула широко используется в настоящее время для обработки измерений в вискозиметрах. Решение Стокса позднее было обобщено на случай движения эллипсоида.

Благодаря работам Стокса дифференциальные уравнения движения вязкой жидкости нашли своё применение при решении практически важных задач. При этом наблюдается совпадение теоретических решений с результатами экспериментов при сравнительно небольших скоростях движения жидкости.

В 1883 г. появилась работа русского учёного и инженера Николая Павловича Петрова (1836-1920), сыгравшая основополагающую роль в развитии гидродинамической теории смазки.

Применение колёсных повозок, блоков и других приспособлений с вращающимися деталями вынуждало людей с давних пор использовать смазку, т.е. заменять сухое трение между соприкасающимися твёрдыми поверхностями жидкостным трением. Н.П.Петров первый обратил внимание на эту важную проблему. Он привлёк к её решению основную гипотезу о вязкости жидкости, дал всесторонний анализ возможностей её применения к случаю течения жидкости в смазочном слое, нашёл решение этой задачи в случае кругового движения частиц жидкости с учётом внешнего трения и провёл большое количество научно обоснованных опытов. Заслуга Н.П.Петрова состоит также и в том, что он впервые с помощью вычислений и сопоставлений с результатами экспериментов превратил гипотезу Ньютона о вязкости жидкости в закон, применимый к течению жидкости в смазочном слое.

Одним из важнейших в гидродинамике является вопрос о режимах движения жидкости. Ещё в первой половине XIX века было экспериментально установлено, что движение жидкости при больших скоростях качественно отличается от движения при малых скоростях.

По-видимому, Г.Гаген (1839) первым наблюдал нарушение струйного (ламинарного) течения воды при увеличении её скорости и резкое возрастание гидравлического сопротивления, когда она превышает некоторое предельное значение. Однако ему не удалось определить условия сохранения ламинарного течения.

Это сделал английский физик и инженер Осборн Рейнольдс (1842-1912). В 1883 г. он опубликовал работу, в которой были представлены результаты экспериментального исследования движения воды в трубах. Рейнольдс ввёл безразмерный параметр $\rho \upsilon l / \mu$, носящий теперь его имя (число Рейнольдса), значения которого связаны с режимом течения. Критические значения этого параметра определяют переход ламинарного течения в турбулентное. В другой работе, опубликованной в 1895 г., Рейнольдс вывел дифференциальные уравнения движения жидкости, содержащие пульсационные нерегулярные добавки.

Работы Рейнольдса заложили основы теории подобия движения вязкой жидкости. Кроме того, они стимулировали теоретические исследования устойчивости ламинарного движения вязкой жидкости и легли в основу систематического изучения турбулентных течений жидкости. В XX веке теория турбулентности выделилась в самостоятельный раздел гидродинамики.

ИСТОРИЯ ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

В средние века потребности цеховых корпораций ремесленников в грамотных мастерах, заинтересованность купечества и управляющих монастырей и замков в подготовленных работниках приводит к созданию особых школ в европейских городах. В них реализуется программа семи «свободных искусств»: первая ступень – грамматика, риторика и диалектика (тривиум) и вторая ступень – геометрия, арифметика, астрономия и музыка (квадриум). В наиболее развитых городах эти школы перерастают в «общины учащихся и учителей», или университеты. Первые университеты возникли в Болонье (XII в.), Париже (XII в.), Падуе (1223 г.), Перудже (1308 г.), Флоренции

(1349 г.), Праге – Карлов университет (1348 г.), Кракове – Ягеллонский университет (1364 г.).

Рано появились самобытные, отличавшиеся по структуре от континентальных, Оксфордский и Кембриджский университеты. Оксфордский университет занимает второе место в списке самых старых университетов мира (после Болонского). Точная дата основания Оксфордского университета неизвестна, но есть свидетельства о том, что преподавание там велось с XI века. В средние века в Оксфорде обучались только священнослужители, но со временем через Оксфорд почти в обязательном порядке стали проходить члены высшего общества. Кембриджский университет, судя по летописям, был основан в 1209 г. Среди людей, так или иначе связанных с Кембриджем, 88 нобелевских лауреатов – по этому показателю он занимает одно из первых мест среди высших учебных заведений мира.

В 1725 г. была основана Российская академия наук с университетом и гимназией при ней. По проекту академии каждый академик должен был заниматься научной работой и подготовкой молодых учёных себе на смену. В 1758-1765 гг. ректором Академического университета был Михаил Васильевич Ломоносов (1711-1765). Первый российский классический университет – Московский – был создан в 1755 г. В нём был открыт первый в России физико-математический факультет.

24 января 1803 г. Александр I утвердил «Предварительные правила народного просвещения», которыми предусматривалось открыть университеты в Петербурге, Вильно, Казани и Харькове. Идея создания университета в Харькове принадлежала одному из передовых представителей местного дворянства Василию Назаровичу Каразину (1773-1842), служившему в те годы в министерстве народного просвещения секретарём главного правления училищ. Каразин сумел доказать, что создание университета в Харькове, бывшем в то время административным и торговым центром, благотворно скажется на дальнейшем экономическом и культурном развитии Юга России. В результате начавшихся по его инициативе добровольных пожертвований частных лиц, среди которых преобладали дворяне и купцы Харьковской, Екатеринославской и Херсонской губерний, было собрано 658 тыс.р. Эта сумма оказалась достаточной для первоначальных расходов.

Торжественное открытие Харьковского университета состоялось 17 (29) января 1805 г. Первым ректором университета стал профессор русской словесности И.С.Рижский (1761-1811). Университет разместился в зданиях, принадлежавших до этого харьковскому генерал-губернатору и его помощнику (в районе нынешней Университетской улицы).

На момент открытия в состав университета входило четыре отделения (так в то время назывались факультеты): словесных, нравственно-политических, врачебных (медицинских) и физических и математических наук.

Для ведения учебного процесса в Харьковском университете министерство определило штат преподавателей в количестве 45 чел. Однако к началу занятий удалось пригласить только 25, из них 9 профессоров, 12 адъюнктов, преподавателей музыки, рисования, гравирования и фехтования. Значительную часть профессоров и адъюнктов составляли иностранцы, поскольку Россия в то время не могла ещё обеспечить учебные заведения квалифицированными отечественными кадрами. К 1810 г. иностранцы в университете составляли 59% общего числа преподавателей. Многие из них не владели русским языком и читали лекции на латыни. Это создавало определённые трудности для студентов. Только начиная с 20-х годов XIX в. на должности профессоров и адъюнктов стали приглашать ученых, получивших подготовку в отечественных университетах.

В 1805 году в Университет поступило 57 человек, а в 1835 — уже 263. На 1 января 1905 г. в университете обучалось 1660 студентов, в том числе на физико-математическом факультете – 393 (23,6% от общего числа), на юридическом – 643, на медицинском – 535, на историко-филологическом – 89. Существенно увеличилось и количество преподавателей – до 146 человек, в том числе на физико-математическом факультете – 35.

Жизнь студентов была строго регламентирована и контролировалась инспектором. Студенты были обязаны посещать занятия, которые проходили с 8.00 до 18.00, исключая перерыв на обед с 12.00 до 14.00 часов. В историю вошёл случай, когда блестящий выпускник Харьковского университета будущий академик и всемирно известный учёный М.В.Остроградский не получил степень кандидата из-за того, что не посещал лекции по философии и богословию. Свое математическое образование он завершил в Париже, где в течение пяти лет слушал лекции выдающихся французских математиков и механиков Лапласа, Пуассона, Коши, Фурье и др. Вернувшись на Родину, он уже в тридцатилетнем возрасте стал академиком, не имея университетского аттестата.

Прослушавшие полный курс наук и успешно сдавшие экзамены выпускники получали степень действительного студента или кандидата, что давало право при поступлении на государственную службу получения чина соответственно 14-го и 12-го классов, а с 1822 г. – 10 и 12 классов. В начале 60-х годов эти достоинства были упразднены и выпускникам стали выдавать дипломы 1-ой (отличники) и 2-ой степени.

Первых кандидатов – тринадцать человек, в том числе семь по физико-математическому отделению, университет выпустил в 1808 году. Кандидат – это низшая ученая степень, получить которую в то время мог даже студент-выпускник. Порядок её присуждения регламентировал § 99 первого университетского устава: «Студент, требующий степени кандидата, является к декану, который, известив отделение, назначает день, в который должен он предстать собранию [отделения - факультета]. Отделение через своего декана предлагает испытуемому задачи, касающиеся до наук, к отделению принадлежащих, которые он должен объяснить письменно. Потом производится изустное испытание, состоящее в двух вопросах, относящихся до главной науки, в которой студент упражнялся, и выбранных по жребию. Сии вопросы решит он словесно. После чего присутствующие делают произвольное словесное испытание, не исключая и наук вспомогательных».

Главным нормативным документом, определявшим структуру, направления и характер деятельности дореволюционных университетов, был устав. Первый университетский устав был утвержден Александром I в 1804 г. Главная цель университетов по уставу заключалась в подготовке чиновников. Устав предоставлял университетам определённую самостоятельность. Высший орган управления – Совет, состоявший из ординарных профессоров, – избирал ректора, деканов, профессоров, преподавателей, утверждал финансовые отчеты, обсуждал вопросы учебной и научной работы, деятельность ученых и т.п. Несколько позже, в 1826 г. по ходатайству попечителя учебного округа Николай I лишил Совет Харьковского университета права избрания ректора.

После восстания декабристов и расправы над его участниками положение университетов ухудшилось. Николай I с особой жестокостью обрушился на университеты как на потенциальные очаги «вольнодумства». Утверждённый им в 1835 г. новый университетский устав полностью лишил университеты автономии и вводил строжайший контроль над издательской и учебной деятельностью. Устав преобразовал отделения университета в факультеты, несколько изменив при этом их структуру и наименования. Учреждались три факультета: философский с двумя отделениями (историко-филологическим и физико-математическим), юридический и медицинский. В 1850 г. отделения стали самостоятельными факультетами.

К концу XIX века заметно возрос спрос на специалистов с университетским образованием. Капиталистическое хозяйство требовало не только увеличения их числа, но и изменения прежней системы их подготовки, что и было сделано на основании нового устава, утверждённого Александром II 18 июня 1863 г. Устав провозглашал восстановление академической автономии университетов, упразднённой в 1835 г. Совет профессоров, руководивший всей учебной, научной и хозяйственной деятельностью университета, вновь обрел право выбора ректора, проректора и преподавателей. Было восстановлено право присуждать ученые степени без их последующего утверждения попечителем или министром. Устав 1863 г. определял новые штаты преподавателей, улучшал их материальное положение. Теперь университет состоял из четырех факультетов: историко-филологического, физико-математического, юридического и медицинского. Число кафедр увеличивалось с 34 до 52, а штатных преподавателей – с 39 до 89 человек.

По уставу 1804 г. срок обучения в университете составлял три года (на медицинском факультете – четыре года). Устав 1863 г. определял четырехлетний срок обучения (на медицинском факультете - пятилетний).

Устав, утвержденный Александром III в 1884 г., имел реакционную направленность и был введен несмотря на протесты большинства профессоров и студентов. Он упразднил университетскую автономию. По этому уставу советы университетов и факультетов настолько ограничивались в вопросах управления, что даже не имели права изменять расписание занятий. Замещение профессорских вакансий осуществлялось министром. Он же назначал и ректора, а попечитель учебного округа – деканов. За Советом университета сохранялось лишь право присвоения ученых степеней и награждения лучших выпускников. Решения Совета по остальным вопросам подлежали утверждению министром или попечителем. Для студентов вводилась оплата за право посещать лекции и практические занятия.

В начале XIX века двери университета были открыты для всех юношей, желающих и способных учиться. Однако постепенно стали вводиться ограничения: в 1810 г. императорским указом запрещалось увольнять студентов из податных сословий до окончания университета, в 1850 г. последовало распоряжение принимать в студенты преимущественно дворянских детей. Период правления Александра II (1855-1881) ознаменовался некоторой либерализацией, сменившейся впоследствии возвратом к старой политике: в 1887 г. был издан циркуляр, именуемый в народе Циркуляром о «кухаркиных детях», рекомендовавший ограничить прием в гимназии (и далее в университеты) детей городских низов, а затем введена 5-процентная квота при приеме в университеты евреев. Вместе с тем государство оказывало некоторую финансовую поддержку бедным студентам. Так в соответствии с уставами 1804 и 1835 гг. существовал институт казеннокоштных студентов, которые обучались на физико-математическом, историко-филологическом и медицинском факультетах и содержались за счет казны, а по окончании университета должны были отработать шесть лет в качестве учителей или врачей. В начале 60-х годов этот институт был ликвидирован. Вместо него учредили систему стипендий для нуждающихся.

Основным структурным подразделением университета являлась кафедра, прикрепленная к одному из отделений или факультетов. Номенклатура кафедр на физико-математическом факультете изменялась по мере обогащения и изменения содержания точных и естественных наук.

Кафедры, учрежденные на физико-математическом факультете (2-м отделении философского факультета) университетскими уставами

1804	1835	1863	1884
1. Теоретической и опытной	1. Чистой и прикладной	1. Чистой математики	1. Чистой математики

физики	математики		
2. Чистой математики	2. Астрономии	2. Механики: а) аналитической, б) прикладной.	2. Механики теоретической и практической.
3. Прикладной математики	3. Физики и физической географии	3. Астрономии и геодезии	3. Астрономии и геодезии
4. Астрономии	4. Химии	4. Физики	4. Физики и физической географии
5. Химии и металлургии.	5. Минералогии и геогнозии.	5. Химии: а) опытной, б) теоретической.	5. Химии
6. Естественной истории и ботаники	6. Ботаники	6. Минералогии	6. Минералогии и геологии.
7. Сельского домоводства	7. Зоологии	7. Физической географии	7. Ботаники
8. Технологии и наук, относящихся к торговле и фабрикам	8. Технологии, сельского хозяйства, лесоводства и архитектуры	8. Геогнозии и палеонтологии	8. Зоологии, сравнительной анатомии и физиологии
9. Военных наук		9. Ботаники	9. Технологии и технической химии
		10. Зоологии	10 Агрономии
		11 Технической химии	
		12. Агрономической химии	

Ключевой фигурой в университете был профессор (ординарный и экстраординарный). Ему в помощь определялись адъюнкты (по уставам 1804 и 1835 г.), доценты (по уставу 1863 г.) и приват-доценты (по уставу 1884 г.). Претендент на профессорскую должность обязан был иметь ученую степень доктора или, в крайнем случае, магистра наук. Хотя на практике случалось, что профессорами становились кандидаты.

Особое место в жизни университета занимала научная библиотека. Ее создание было связано с именем В.Н.Каразина, который отдал из своей личной библиотеки немало ценных изданий. Кроме того, еще накануне открытия университета он приобрел для его нужд свыше трех тысяч томов. В дальнейшем Совет университета пополнял библиотеку за счет тех сумм, которые министерство выделяло на её комплектование. Много ценных и редких изданий поступило в библиотеку путем пожертвований. В 1861 г. в библиотеке насчитывалась 61 тыс., а к концу XIX в. – 145 тыс. томов.

В 1907 году в Харькове был открыт памятник В.Н.Каразину, неоднократно менявший своё местоположение. С 2004 года он находится перед зданием университета.

В 1920 г. все украинские университеты были закрыты. На базе физико-математического и историко-филологического факультетов были созданы Временные высшие педагогические курсы, реорганизованные позже в Академию теоретических знаний, а затем – в Харьковский институт народного образования (ХИНО).

Бóльшая часть старых университетских профессоров осталась в Харькове и продолжала работать в созданных на базе университета структурах. Основной задачей ХИНО являлась подготовка учителей для средней школы. Эта задача не требовала от преподавателей глубокой подготовки и интенсивной научной работы. Чтобы избежать научной деградации преподавателей высшей школы, на Украине была сформирована сеть научно-исследовательских кафедр, которые возникли при высших учебных заведениях, где они могли получить хотя бы элементарную базу, но были отделены от учебного процесса и становились самостоятельными учреждениями. Таким образом, в Харькове осенью 1921 года было учреждено 38 научно-исследовательских кафедр.

В 1929 г. на базе научно-исследовательских математических кафедр был организован Украинский институт математических наук, который позже получил название Украинского научно-исследовательского института математики и механики, а с 1934 г. – института математики и механики при Харьковском государственном университете.

В 1930—1933 гг. после ряда преобразований из ХИНО выделились два института (педагогический институт профессионального образования и физико-химико-математический институт), объединенные в 1933 г в Харьковский государственный университет.

В 1936 г. университету было присвоено имя умершего в тот год Максима Горького.

После начала Великой Отечественной войны осенью 1941 г. Харьковский университет был эвакуирован в город Кзыл-Орда Казахской ССР. Там на базе Харьковского и Киевского университетов был создан Объединенный Украинский государственный университет (ОУГУ). Его возглавил ректор Киевского университета А.Н. Русько, проректором по учебной работе был назначен ректор Харьковского университета А.В. Сазонов, а проректором по научной работе – проректор Харьковского университета И.Н. Кравец. В состав объединенного университета вошли 23 кафедры. После освобождения Харькова 23 августа 1943 г. университет вернулся в родной город, и уже 1 ноября 1943 г. возобновился учебный процесс.

В 1957 – 1962 гг. университет переехал из старого здания на ул. Университетской, передав его Украинскому заочному политехническому институту (УЗПИ), в новое, восстановленное после войны здание на площади Дзержинского (бывший Домпроектострой, построенный по проекту Сергея Серафимова и Марии Зандберг в 1930 – 1932 гг. как Дом правительства УССР в столице Украины Харькове). До войны это было самое высокое (если не считать церквей) здание города. В 2005 г. университету было передано находящееся напротив здание закрытой в 1996 г. Военной инженерной радиотехнической академии имени Л.А.Говорова (ВИРТА).

Согласно сохранившимся материалам о деятельности университета общее количество его выпускников за дореволюционный период составило 15155 чел. Такой результат многолетней учебной работы Харьковского университета свидетельствует о его значительном вкладе в подготовку специалистов для практической и научно-исследовательской деятельности в России. В советское время Харьковский университет был одним из ведущих высших учебных заведений СССР. Годы независимости Украины, последовавшие за распадом СССР, внесли определённые изменения в структуру высшего образования. В частности, уменьшилось число выпускников естественнонаучных специальностей и выросло – число выпускников гуманитарных специальностей. В университете появились новые факультеты. Однако и сейчас, переживая не лучшие времена, Харьковский университет остается одним из лучших вузов страны, достойно выполняя функции, возложенные на него историей и традициями.

История кафедры механики

При открытии Харьковского университета в его состав входило четыре отделения: словесных, нравственно-политических, врачебных (медицинских) и физических и математических наук. На отделении физических и математических наук было девять кафедр, в том числе две математические: кафедра чистой математики и кафедра прикладной математики. К прикладной математике относилась механика и оптика.

Харьковский университет начал работать в непростых условиях дефицита квалифицированных профессорско-преподавательских кадров. Поэтому в 1803 г. попечитель Харьковского учебного округа граф С.О. Потоцкий обратился к министру земли Захсен-Веймар известному поэту Иоганну Гете с просьбой помочь в формировании преподавательского состава университета. По рекомендации Гете в Харьков приехало несколько немецких профессоров, среди которых для преподавания прикладной математики - профессор астрономии Франкфуртского университета ***Иоганн-Сигизмунд Гут*** (1762/1763 - 1818).

По действовавшему тогда «табелю о рангах» ординарный профессор университета становился русским дворянином и получал соответствующие права и привилегии. Все немецкие профессора имели приличное жалование. Кроме того, в начале XIX века городская Дума выделила в самом центре Харькова территорию для поселения семей иностранных специалистов, и там в 1805 г. появилась Большая Немецкая улица, на которой разместились семьи приглашенных немецких профессоров. В 1899 г. она была переименована в ул. Пушкинскую. Позже немцы стали заселять и прилегающие районы; так образовалась Малая Немецкая улица (ныне ул. Чернышевская).

С 1808 г. Иоганн Гут читал студентам лекции по механике, гидравлике, оптике, а ночью при ясном небе проводил занятия по опытной астрономии и астрогнозии. Гут привез с собой из Германии большую коллекцию приборов. Часть приборов была куплена университетом для астрономического кабинета, который был основан в 1808 г., а профессор Гут был первым заведующим этим кабинетом.

В мае 1811 г. Гут перешел работать в Дерптский (ныне Тартуский) университет, а преподавание механики взял на себя ***Тимофей Федорович Осиповский*** (1765-1832). Осиповский был известным в России математиком, автором трехтомного курса математических наук, выдержавшего три издания. Он приехал в Харьков по приглашению В.Н.Каразина в 1802 г. и стал первым профессором чистой и прикладной математики Харьковского университета. В 1812 г. при университете было учреждено Общество наук, председателем которого был избран Осиповский. В 1817 г. был издан первый и единственный том трудов Общества, в который вошли его статьи «Теория движения тел, бросаемых на поверхности земной» и «Об астрономических преломлениях». В 1813-1820 гг. Осиповский занимал должность ректора университета. Он был прекрасным преподавателем. По словам одного из студентов, он, "увлеченный любовью к своему предмету, мог поэтизировать даже дифференциальные и интегральные исчисления".

Первое время все предметы на физико-математическом отделении читали профессора-иностранцы. Исключение составляла математика, которую преподавал Т.Ф.Осиповский. Но со временем выпускники университета стали приобретать ученые степени и вытеснять своих иностранных коллег.

Еще в период ректорства Осиповского, в 1813 г., преподавание механики переходит к одному из первых выпускников физико-математического отделения университета ***Николаю Михеевичу Архангельскому*** (1787-1858). Он до 1837 г. читал все разделы механики: статику, динамику, гидростатику и гидродинамику

В 1835 г. преподавание оптики было передано на кафедру физики, и на кафедре прикладной математики осталась только механика.

Начиная с 1840 г., в течение 25 лет кафедру прикладной математики занимал ***Иван Дмитриевич Соколов*** (1812-1873). Он учился в Главном педагогическом институте в Петербурге и был одним из талантливейших учеников М.В. Остроградского. В 1839 г. Соколов получил степень доктора математических наук и был направлен в Харьковский университет для преподавания механики. В Харькове Соколов написал учебник «Динамика» в двух томах, который был напечатан в 1860 г. в Записках Харьковского университета, а также издан отдельной книгой. Эта книга стала одним из первых учебников по аналитической механике на русском языке; ее высоко ценил академик В.А.Стеклов. Соколов пользовался большим авторитетом среди преподавателей и с 1845 до 1858 г. избирался на должность декана физико-математического факультета. В 1865 г. он был назначен ректором открывшегося в том году Новороссийского университета и переехал в Одессу.

18 июня 1863 г. Александр II утвердил новый университетский Устав. Согласно этому Уставу на физико-математическом факультете вместо кафедры прикладной математики вводилась ***кафедра механики (аналитической и практической)***.

В 1872 г. по инициативе Д.М. Деларю на кафедру механики был приглашен ***Василий Григорьевич Имшенецкий*** (1832-1892). Имшенецкий был профессором Казанского университета, когда в 1871 г. министр просвещения уволил профессора этого университета Лесгафта за критику университетских порядков. Тогда сразу девять профессоров, и среди них Имшенецкий, в знак протеста подали в отставку.

В 1872 г. Имшенецкий возглавил кабинет практической механики, который был введен Уставом 1863 г., и положил начало библиотеке кабинета механики.

После окончания Казанского университета Имшенецкий некоторое время работал в гимназии. Тогда многие его товарищи занимались преподавательской деятельностью. По инициативе Имшенецкого они регулярно собирались по субботам и обсуждали научные проблемы и вопросы преподавания математики. Имшенецкий в шутку называл это самодеятельное научное общество научно-филантропическим обществом субботы, а его участников – субботниками. Имшенецкий был инициатором создания Харьковского математического общества, которое было основано в 1879 г. Устав этого общества был написан совместно Имшенецким и Деларю. Первым председателем общества был избран заслуженный профессор Евгений Ильич Бейер, ученик Остроградского, а в 1880 г. - В.Г. Имшенецкий. В «Сообщениях математического общества» опубликовано несколько работ Имшенецкого, в том числе две работы по механике: «Определение силы, движущей по коническому сечению материальную точку, в функции ее координат» (1879) и «Канонические дифференциальные уравнения гибкой нерастяжимой нити и брахистохроны в случае потенциальных сил» (1880). Позже он создал математическое общество в Петербурге.

В.Г.Имшенецкий был замечательным лектором. О нём говорили: «формулы его столь же изысканны, сколь и он сам».

За выдающиеся научные заслуги Имшенецкий в 1881 г. был избран ординарным академиком Петербургской Академии Наук и в 1882 г. переехал в Петербург.

В августе 1884 года был принят новый университетский Устав. По этому Уставу сокращалось число кафедр на физико-математическом факультете. Кафедры механики это не коснулось. Она была переименована и стала называться кафедрой механики (теоретической и практической).

В 1885 г. на кафедру механики приват-доцентом был назначен ***Александр Михайлович Ляпунов*** (1857-1918). Он окончил физико-математический факультет Петербургского университета и в 1885 г. защитил магистерскую диссертацию «Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости».

Тему магистерской диссертации ему предложил Пафнутий Львович Чебышев. Он считал, что молодым людям не стоит браться за простые задачи, методы решения которых хорошо известны, и дал Ляпунову задачу, с которой не справились Золотарев, любимый ученик Чебышева, и Софья Васильевна Ковалевская. В течение двух лет (1882-1883) Ляпунов усердно работал над предложенной задачей. Выписал уравнения первого порядка для определения формы поверхности жидкости. Но оказалось, что первое приближение не решает задачи. А при составлении уравнений для приближений более высокого порядка возникли трудности, непреодолимые для начинающего ученого.

Задачу Чебышева решить не удалось. Но Александр Михайлович рассмотрел другой важный вопрос, связанный с этой задачей, а именно устойчивость эллипсоидов Маклорена и Якоби. Он и составил предмет его магистерской диссертации.

Когда Ляпунов приехал в Харьков, он был немногим старше своих студентов: ему было всего 28 лет. Ляпунов существенно расширил программу по механике и разработал новые курсы: теория возмущенного движения, теория упругости, теория малых колебаний. До 1891 г. он один вел все преподавание по кафедре механики. Одновременно Ляпунов продолжал заниматься научной работой и в 1892 г. подготовил к защите докторскую диссертацию «Общая задача об устойчивости движения». Защита проходила в Московском университете. Официальные оппоненты Н.Е. Жуковский и Б.К. Млодзеевский отмечали, что его работа по количеству материала и научному уровню равнозначна нескольким докторским диссертациям. Диссертация была издана в Харькове на средства Харьковского университета и впоследствии переведена на многие языки. Эта диссертация принесла Ляпунову мировую славу и стала основой нового раздела науки – теории устойчивости движения.

В 1899-1902 гг. Ляпунов состоял председателем Харьковского математического общества и редактором его «Сообщений». В 1900 г. он был избран членом-корреспондентом Академии наук, а в 1901 г. - ординарным академиком, и в 1902 г. переехал в Петербург. Здесь он целиком отдается научной работе. Он возвращается к задаче о фигурах равновесия вращающейся жидкости. Ему удалось значительно продвинуться в решении этой задачи.

Ляпунов скончался в Одессе в 1918 г.

По словам академика В.А. Стеклова, Ляпунов с особой теплотой вспоминал харьковский период своей жизни и считал его самым счастливым. Шесть лет он жил на улице Сумской, а затем – в новом доме на Немецкой улице.

Уезжая из Харькова, Ляпунов оставил достойного преемника – своего ученика и друга ***Владимира Андреевича Стеклова*** (1863-1926). В молодости Стеклов подумывал о карьере оперного певца – у него был красивый сильный бас. Но судьба распорядилась иначе: он стал известным математиком, механиком и организатором советской науки.

В 1882 г., после окончания гимназии, Стеклов поступил на физико-математический факультет Московского университета. В конце первого курса он успешно сдал все экзамены, кроме одного: проф. Столетов А.Г. поставил ему неудовлетворительно по физической географии. Это было сильным ударом по самолюбию Стеклова, он привык быть первым среди сверстников. После такой неудачи он решил уйти с физико-математического факультета и перевестись на медицинский факультет, но свободных мест не оказалось и он уезжает в Харьков и поступает здесь на физико-математический факультет Харьковского университета. Здесь в 1885 г. появляется А.М.Ляпунов, и Стеклов становится его лучшим учеником, а впоследствии – и другом. Разница в возрасте у них была небольшая.

Стеклов окончил Харьковский университет в 1887 г.; в 1888 г. он был оставлен в качестве ассистента кафедры механики, в 1894 г. защитил магистерскую диссертацию «О движении твердого тела в жидкости», а в 1902 г. - докторскую диссертацию «Общие методы решения основных задач математической физики». Его оппонентом был А.М. Ляпунов. Обе защиты проходили в Харькове. К моменту защиты докторской диссертации у Стеклова было 45 научных работ по механике и математической физике.

Стеклов работал в университете и по совместительству – в Харьковском технологическом институте (нынешний политехнический институт). В курс лекций по механике он включал элементы векторной алгебры и векторного анализа – новое и весьма редкое явление для того времени. Термин «вектор» ввел еще Гамильтон в 1847 г. Считается, что первым использовал векторы в механике американский физик Д.У.Гиббс (1839-1903). Сохранились лекции, которые он читал студентам Йельского университета приблизительно в 1880 г.

Там дается определение скалярного произведения, векторного произведения, вводится оператор набла и впервые механика изложена на языке векторов.

Согласно университетским уставам профессора и приват-доценты должны были читать лекции по своему предмету и проводить так называемые «репетиции», т.е. принимать промежуточные экзамены. Стеклов предложил вместо репетиций ввести практические занятия, на которых студенты под руководством преподавателя решали бы задачи и разбирали сложные вопросы теории. Такая форма учебной работы была введена в харьковских учебных заведениях, а когда Стеклов переехал в Петербург, – в Петербургском университете, и сохранилась до наших дней.

В 1906 г. Стеклов переехал в Петербург, где был избран профессором Петербургского университета. С 1912 г. он был утвержден ординарным академиком. В 1921 г. Стеклов организовал и возглавил Физико-математический институт, на базе которого в 1934 г. был создан Математический институт, который носит его имя, и физический институт им. Лебедева.

После отъезда Стеклова вплоть до Октябрьской революции кафедру механики занимал другой ученик А.М.Ляпунова - ***Николай Николаевич Салтыков*** (1872-1961). В 1899 г. Салтыков защитил магистерскую, а в 1905 г. – докторскую диссертацию «Исследования по теории уравнений с частными производными первого порядка одной неизвестной функции». В диссертацию вошли результаты десяти его научных работ, девять из которых были опубликованы на французском языке, главным образом в центральном научном журнале Comptes Rendus de l'Académie des sciences.

Салтыков был активным политическим и общественным деятелем. В 1919 г. он вошел в Харьковскую городскую думу от партии кадетов и был избран городским головой.

Салтыков не принял Октябрьскую революцию и в 1919 г. переехал в Тифлис, где работал профессором Тифлисского университета, а после установления в Грузии Советской власти он в 1921 г. эмигрировал в Сербию. Там он 33 года проработал профессором математико-естественного факультета Белградского университета. В 1946 г. Салтыков стал членом Сербской академии наук и искусств.

Он был масоном одной из Белградских лож.

Во время Октябрьской революции происходила перестройка системы образования. Сначала все украинские университеты были закрыты. В 1920 г. на базе университета была создана Академия теоретических знаний; в 1921 г. вместо нее образовался институт народного образования (ХИНО), а в 1931 г. – Физико-химико-математический институт (ФХМИ). В 1933 г. был вновь восстановлен университет, структура которого с тех пор уже оставалась неизменной. После революции кафедра механики стала называться кафедрой теоретической механики и, кроме того, появилась новая должность – руководитель или заведующий кафедрой.

В сложное перестроечное время, в 1920-1922 гг., должность заведующего кафедрой занимал ***Антоний-Бонифаций Павлович Пшеборский*** (1871-1941). Пшеборский окончил физико-математический факультет Киевского университета, стажировался в Гейдельберге и Гёттингене, защитил магистерскую диссертацию «Некоторые приложения теории линейчатых конгруэнций» (1902 г.), докторскую диссертацию «Исследования по теории аналитических функций, задача о продолжении ряда Тейлора» (1908 г.) и был назначен ординарным профессором кафедры чистой математики. В 1920 г. Пшеборский стал ректором Академии теоретических знаний. Советско-Польская война 1919-1921 гг. сильно осложняла жизнь польской профессуры и студентов. Пшеборского вскоре после назначения на должность ректора обвинили в шпионаже, арестовали как «польского заложника» и сняли со всех должностей, но уже через три недели освободили, восстановили в должности ректора, заведующего кафедрой механики, выбрали деканом физико-математического отделения. Однако надежды на нормальную жизнь и плодотворную научную работу не было, и в 1922 г. Пшеборский эмигрировал в Польшу. Он организовал в Варшавском университете факультет теоретической механики, читал аналитическую и теоретическую механику, динамику твердых и жидких тел и вел практические занятия по этим дисциплинам. Одновременно Пшеборский преподавал механику на химическом факультете Варшавского политехнического института. В Варшаве он написал учебник «Лекции по теоретической механике», который был издан в двух томах (в 1930 и 1935 гг.). В начале своей научной деятельности Пшеборский занимался вопросами чистой математики, но работа на кафедре механики Харьковского университета, по-видимому, стимулировала его исследования в области механики, и в Польше в его трудах преобладают работы по механике (динамика неголономных систем, неаналитические интегралы нелинейных дифференциальных уравнений). В 1923-1939 гг. он входил в редколлегию журнала «Работы по математике и физике», который издавал известный польский математик и историк математики С. Дикштейн. С 1930 г. Пшеборский был членом Варшавского научного общества, Польского математического и Польского физического обществ, а в 1923 г. был избран в академию технических наук.

В 1922 г. произошло объединение кафедры теории вероятностей с кафедрой механики в одну общую кафедру, которая была названа кафедрой прикладной математики. Возглавил эту кафедру ***Сергей Натанович Бернштейн*** (1880-1968). К тому моменту С.Н.Бернштейн был всемирно известным математиком. С 1898 по 1902 г. он учился и работал в Парижском университете, а затем два года в Гёттингене. В 1903 г. двадцатитрехлетнему Бернштейну удалось решить девятнадцатую проблему Гильберта. Это решение он представил в качестве диссертации на соискание степени доктора наук, которая была присуждена ему комиссией в составе известнейших европейских математиков: Адамара, Пикара и Пуанкаре. Вернувшись в Россию уже признанным ученым, со степенью доктора наук, он в 1906 г. сдал в Петербурге магистерские экзамены и в 1908 г. защитил в Харькове магистерскую диссертацию «Исследование и интегрирование дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка эллиптического типа». Диспут по защите состоялся 30 ноября 1908 г. при официальных оппонентах Д.М. Синцове и А.П. Пшеборском, которые отметили высокие достоинства очень тонких и сложных исследований автора. В 1908-1918 гг. Бернштейн преподавал математику на Высших женских курсах, которые после установления советской власти были слиты с университетом. В 1912 г. он опубликовал докторскую диссертацию «О наилучшем приближении непрерывных функций посредством многочленов данной степени», защита которой состоялась 19 мая 1913 г. при официальных оппонентах А.П. Пшеборском и Н.Н. Салтыкове.

В январе 1920 г., когда университет был преобразован в Академию теоретических знаний, С.Н. Бернштейн, совместно с профессором Д.М. Синцовым, организовали Научно-исследовательский институт математики и механики при физико-математическом факультете (НИИММ). В 1929 г. Сергей Натанович получил звание действительного члена АН СССР и спустя четыре года переехал в Ленинград.

В 1929 г. кафедра механики была восстановлена, а ее заведующим стал выдающийся астрофизик-теоретик и специалист по звездной астрономии ***Борис Петрович Герасимович*** (1889-1937). В 1910 г. Герасимович поступил на физико-математический факультет Харьковского университета. На втором курсе он был удостоен премии за сочинение «Аберрация света и теория относительности» (опубликована в Известиях Русского астрономического общества в 1912 г. и в Bulletin Astronomique в 1914 г.). В университете он слушал лекции Л.О. Струве, внука знаменитого основателя Пулковской обсерватории. По отзыву Струве, Герасимович был его «вторым лучшим студентом» за четверть века (после В.Г. Фесенкова, окончившего университет несколько раньше, в 1910 г.). Позже именно в Харьковском университете Герасимович, в свою очередь, определил жизненный путь последнего представителя знаменитой астрономической династии – Отто Струве. По окончании университета Герасимович был оставлен для приготовления к профессорскому званию (в 1914-1917 гг.). В 1916 г. он стажировался в Пулкове, в 1917 г. стал приват-доцентом, а в 1922 г. - профессором Харьковского университета. Он читал лекции по астрономии, механике и аэродинамике. В 1925 г. был опубликован его курс «Аэродинамика».

В феврале 1931 г. Б.П. Герасимович был приглашен в Пулково заведовать Астрофизическим сектором и в 1932 г. уехал из Харькова. В 1933 г. он стал директором Пулковской, тогда Главной Российской астрономической обсерватории. В середине 30-х гг. под руководством Б.П. Герасимовича коллектив ведущих сотрудников Пулковской обсерватории и В.Г. Фесенков из МГУ создали так называемый Пулковский «Курс астрофизики и звездной астрономии» (Т. I, 342 с., 1934 г.; Т. 2, 579 с., 1936 г.). Из 12 глав второго, основного тома восемь (около половины объема книги) написаны Герасимовичем. Четыре главы включали его собственные научные результаты. Этот уникальный труд в методологическом отношении до сих пор является образцом для авторов учебных курсов.

30 июня 1937 г. Б.П.Герасимович был арестован органами НКВД как враг народа, а 30 ноября 1937 г. расстрелян. 23 марта 1957 г. Б.П.Герасимовича реабилитировали. В 1961 г. на Ассамблее МАС в Беркли (США) имя Герасимовича было присвоено кратеру на обратной стороне Луны, а в августе 1970 г. название «Герасимович» получила малая планета № 2126, открытая в Крымской астрофизической обсерватории АН СССР.

В 1934 г. заведование кафедрой перешло к известному ученому ***Вениамину Михайловичу Майзелю*** (1900-1943). Он окончил три института. В 1929 г. подготовил диссертацию на тему «К исследованию работы и движения жидкости во вращающихся лопастях центробежных насосов». В каталоге ЦНБ указано, что это – диссертация на соискание ученой степени кандидата наук. Но в 2010 г. в библиотеке была выставка, посвященная юбилею Майзеля. Там была представлена диссертация Майзеля и рядом лежала записка: «после защиты этой диссертации ему была присуждена степень доктора инженерно-технических наук». В диссертации рассматривается прикладная задача о движении несжимаемой невязкой жидкости вне твердого тела. Задача сводится к решению уравнения Лапласа. Майзель предложил метод приближенного интегрирования этого уравнения, который годится для двумерного и для трёхмерного случая при любых краевых условиях; математическое обоснование метода дали академик Николай Митрофанович Крылов и ассистент (впоследствии – академик) Николай Николаевич Боголюбов. Результаты, вошедшие в диссертацию, были опубликованы в трудах Французской академии наук. Позже он разработал метод экспериментального определения напряженного состояния нагретого тела, известный сейчас как метод Майзеля, и метод оптической детекции напряжений в деталях машин. Фундаментальная работа Майзеля по определению термоупругих перемещений была опубликована в Докладах АН СССР (1941. т.30. с.115-118), а сам метод вошел в учебники и изложен, например, в известном курсе С.П. Тимошенко и Дж. Гудьера «Теория упругости».

Майзель был профессором механико-машиностроительного, авиационного, инженерно-строительного и автодорожного институтов, одновременно он работал в Институте сооружений, Институте энергетики и Институте строительной механики АН УССР. А в период, когда Харьков был столицей Украины (до 1934 г.), проф. Майзель входил в состав правительства Украины. В 1939 г. он был избран членом-корреспондентом АН УССР.

В самом начале Великой Отечественной войны почти все научно-исследовательские учреждения Украины были эвакуированы в Уфу. Там под руководством В.М. Майзеля сотрудники Института строительной механики по особому заданию Института Военно-воздушных сил разработали и изготовили специальный тензометрический прибор для записи статических и динамических напряжений в деталях сложных конфигураций, в частности, в винтах двигателей самолета во время полета. Умер В.М. Майзель в эвакуации в 1943 г.

Осенью 1941 г. Харьковский университет эвакуировали в город Кзыл-Орда Казахской ССР. Занятия на новом месте начались в декабре 1941 г. для студентов пяти факультетов: исторического, филологического, физико-математического, химического и биологического. 19 февраля 1942 г. на базе Харьковского и Киевского университетов в Кзыл-Орде был временно создан Объединенный Украинский государственный университет (ОУГУ). В состав объединенного университета вошли 23 кафедры. Кафедрой астрономии и теоретической механики заведовал профессор ***Николай Павлович Барабашов*** (1894-1971). Из-за недостатка учебников и учебных пособий для студентов вузов преподаватели университета активно работали над созданием своих учебных курсов, которые размножались на пишущих машинках и стеклографе. Там Н.П. Барабашов написал курс лекций по теоретической механике и спецкурс по мореходной астрономии.

После освобождения Харькова 23 августа 1943 г. университет вернулся в родной город, а уже 1 ноября 1943 г. возобновился учебный процесс. С 1943 по 1945 гг. Барабашов был ректором ХГУ и руководил восстановительными работами и организацией учебного процесса..

В 1944-1947 г. кафедру механики возглавлял ***Яков Лазаревич Геронимус*** (1898-1971). Он в 1920 г. окончил Харьковский университет, затем десять лет работал в Харьковском технологическом институте, там же в 1929 г. получил звание профессора. С 1930 г. до выхода на пенсию в 1978 г. он был бессменным заведующим кафедрой теоретической механики Харьковского авиационного института. Научные работы Геронимуса посвящены исследованию экстремальных свойств многочленов и функций, теории механизмов и машин, аналитической и прикладной механике, истории механики.

В 1947-1949 г. должность заведующего кафедрой механики занимал известный советский математик, член-корреспондент АН УССР (с 1934 г.) ***Наум Ильич Ахиезер*** (1901-1980). В 1923 г. он окончил Киевский институт народного образования (КИНО), причем трёхгодичный курс прошел за полтора года, в 1925-1928 гг. учился в аспирантуре у профессора Д.А.Граве. Подготовил и защитил кандидатскую диссертацию «Аэродинамические исследования». В разные годы он заведовал кафедрой математической физики, кафедрой теории функций, отделом ФТИНТ, был директором НИИ математики и механики ХГУ, работал в МЭИ.

В 1949 г. на должность заведующего кафедрой теоретической механики был избран ***Вениамин Леонтьевич Герман*** (1914-1964). Он известен своими работами по теоретической физике, в частности, по тензорным свойствам кристаллов, поляризации света, по вопросам рассеяния, поглощения и распространения волн. В 1927-1930 гг. Герман учился в Харьковском механико-технологическом техникуме. С 1932 г. он работал преподавателем физики и математики на рабфаке и лекционным ассистентом филиала Харьковского электромеханического института (завод-ВТУЗ ХЭМЗ). В 1934 г. Герман поступил на физико-математический факультет Харьковского университета и уже через два года “блестяще окончил” его, как сказано в одной из его служебных характеристик. В 1936 г. он был зачислен ассистентом кафедры теоретической механики и одновременно научным сотрудником Физико-технического института АН УССР. Работая под руководством выдающегося физика академика АН СССР Льва Давидовича Ландау, он провел ряд тонких исследований взаимодействия света с атомными системами и в 1940 г. защитил кандидатскую диссертацию «Рассеяние света вблизи метастабильного перехода». В годы эвакуации Харьковского университета в Кзыл-Орде в 1943г. (в ОУГУ) на базе кафедры физики была образована кафедра теоретической физики, которую возглавлял Герман. После возвращения из эвакуации в 1944 г. он был назначен доцентом кафедры экспериментальной физики, а уже через год ─ профессором. Работы Германа по теории пластичности анизотропных сред составили предмет его докторской диссертации «Некоторые вопросы пластичности анизотропных сред», которую он защитил в 1945 г. на объединенном совете математического и физического институтов АН УССР в Киеве. Вместе с сотрудниками ИРЭ АН УССР Герман решил ряд практически важных задач теории распространения радиоволн. Кроме этого, он занимался принципиальными вопросами теоретической физики, касающимися теории гравитационого поля. Герман был физиком-теоретиком с очень широким диапазоном научных интересов.

С 1949 по 1964 г. профессор В.Л. Герман заведовал кафедрой теоретической механики, и именно ему кафедра обязана обновлением своих учебных курсов и программ. В течение немногих послевоенных лет в научной тематике и содержании спецкурсов кафедры стали преобладать новые актуальные научные направления: магнитогазодинамика, астрофизика, теория пластичности и температурных напряжений, кристаллофизика, проблемы газо - и магнитодинамической теории смазки. Основным направлением научных исследований на кафедре стала механика сплошных сред. Герман ввел в учебные программы курс магнитной гидродинамики и тензорный анализ, а несколько разрозненных дисциплин объединил в единый курс «Механика сплошной среды». На протяжении многих лет он читал основные курсы по теоретической физике, механике сплошных сред, магнитной газодинамике и теории поля студентам физико-математических специальностей Харьковского университета. Под руководством В.Л. Германа пятнадцать сотрудников и аспирантов защитили кандидатские диссертации; многие из них стали докторами наук и ведущими учеными. Среди них - М.Я. Азбель, А.Г. Боев, Г.П. Вотов, В.М. Конторович, В.Я. Малеев, И.Е. Тарапов, В.П. Шестопалов, А.А. Янцевич и другие.

После смерти В.Л. Германа с 1964 по 1966 гг. обязанности заведующего кафедрой исполнял ***Иоанн Григорьевич Альперин*** (1906 - ?)**.** Он окончил Днепропетровский строительный институт, с 1932 г. учился в аспирантуре НИИММ Харьковского университета, а в 1938 г. защитил кандидатскую диссертацию «Некоторые контактные задачи плоского изгиба». Работал на кафедре теоретической механики Харьковского университета: с 1932 по март 1941 г. – в должности ассистента, а затем – в должности доцента. В течение многих лет И.Г. Альперин читал студентам лекции по теоретической механике, сопротивлению материалов, теории упругости и пластичности и проводил практические занятия. Он был известным специалистом в области теории упругости, прекрасным лектором и талантливым педагогом. В Ученых записках Харьковского Математического Общества в 1950-1960 гг. опубликованы работы Альперина, представляющие собой глубокие обширные многостраничные исследования. И.Г. Альперин продолжал заниматься научной работой и после выхода на пенсию и опубликовал в 1973-1977 гг. в Вестнике ХГУ три статьи, в которых рассматриваются условия устойчивости равновесия свободного упругого тела, находящегося под действием системы объемных и поверхностных сил.

С 1966 по 2000 гг., в течение тридцати трёх лет, кафедру механики возглавлял ***Иван Евгеньевич Тарапов*** (1926-2002). Это самый большой в нашей истории срок заведования кафедрой. И.Е. Тарапов в 1950 г. окончил моторостроительный факультет Харьковского авиационного института и, получив специальность инженера-механика, работал на заводе п/я 231 (ныне Харьковский авиазавод) конструктором, а затем старшим инженером. В 1950 г. он поступил в аспирантуру на кафедру теоретической механики Харьковского университета к профессору В.Л. Герману, в 1953 г. досрочно защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Вся научная, педагогическая и общественная деятельность И.Е.Тарапова неразрывно связана с Харьковским университетом. После окончания аспирантуры он занимался педагогической работой, в 1958 г. возглавил первый вузовский вычислительный центр в Харькове, а в 1961 г. был избран на должность заведующего кафедрой вычислительной математики. В 1961 - 1963 гг. Тарапов работал экспертом ЮНЕСКО в Индии в Бомбейском технологическом институте, где, помимо своих основных должностных обязанностей, читал лекции, готовил аспирантов, занимался научными исследованиями.

После возвращения из Индии И.Е. Тарапов четыре года работал секретарем партийного комитета Харьковского университета. Много сил и энергии отдал он развитию Харьковского университета, ректором которого был с 1975 по 1993 год. За эти годы существенно вырос научно-педагогический потенциал университета, укрепилась его материально-техническая база, были установлены связи со многими отечественными и зарубежными научными и учебными центрами. Благодаря активной поддержке И.Е. Тарапова в университете были открыты социологический факультет и факультет фундаментальной медицины, созданы новые специальности на других факультетах.

Научные результаты И.Е. Тарапова связаны в первую очередь с проблемами механики намагничивающихся и поляризующихся сред. Установленные им результаты позволили обнаружить новые физические явления и решить ряд практически важных задач феррогидродинамики. Эти работы составили основу докторской диссертации «Основные задачи гидродинамики намагничивающихся и поляризующихся сред», которую он защитил в 1974 г. в Днепропетровске.

И.Е. Тарапов опубликовал более 125 научных работ. В соавторстве с А.И. Борисенко им было написано учебное пособие «Векторный анализ и начала тензорного исчисления», которое выдержало шесть изданий в СССР и на английском языке за рубежом: в Индии, Канаде, Великобритании и дважды – в США. Под руководством Тарапова защищены 16 кандидатских и две докторские диссертации. Он всегда активно работал со студентами и аспирантами, а в самом конце жизни написал учебник по механике сплошных сред, основу которого составили лекции, которые в течение многих лет Иван Евгеньевич читал студентам-механикам. Несмотря на загруженность обязанностями ректора университета, он всегда минута в минуту по звонку входил в аудиторию 6-48 и начинал свою очередную лекцию по механике сплошных сред для студентов 3-4 курсов. Параллельно с учебной и научной работой И.Е. Тарапов проводил большую общественную и просветительскую работу. Его фундаментальные исследования актуальных вопросов развития науки, образования и культуры в Украине отражены в четырех монографиях. В 1998 г. Иван Евгеньевич основал научно-популярный журнал «Universitates», главным редактором которого был до последних дней своей жизни. В 1999 г. Ученый Совет Харьковского университета избрал Тарапова почетным профессором. Многие годы он возглавлял специализированный совет Харьковского университета по присвоению ученых степеней кандидатов и докторов физико-математических наук. Он был членом Национального Комитета по теоретической и прикладной механике и Координационного Совета по проблеме «Магнитные жидкости».

Иван Евгеньевич Тарапов был нашим Учителем. Он был учителем многих преподавателей нашей кафедры. В нашей памяти он навсегда останется очень сильным человеком. Он был сильным, когда работал секретарем парторганизации университета, проректором и ректором. Он был сильным и тогда, когда ушел с высоких постов и остался только заведующим кафедрой механики. В то время кафедру механики сильно притесняли, отбирали бюджетные ставки, заставляли подписывать «добровольное» согласие на получение неполной зарплаты, и Иван Евгеньевич всегда давал достойный отпор притеснителям. Он оставался сильным и тогда, когда, тяжело больной, продолжал писать учебник и регулярно приходил на работу. И вместе с тем Иван Евгеньевич всегда был высокогуманным, добрым и очень человечным. И это сочетание – сила и доброта – привлекало к нему людей всех возрастов и рангов.

В 1977-1996 гг. на кафедре механики работал известный специалист в области газовой динамики доктор физико-математических наук, профессор ***Георгий Арсеньевич Домбровский*** (1920-1996). В 1937 г. Г.А. Домбровский поступил на механико-математический факультет Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Завершению учебы в МГУ помешала война, в первые дни которой Домбровского, как и многих его сокурсников, мобилизовали на строительство укреплений. В конце августа 1941 г. Домбровского отозвали со строительства и направили для поступления в Военно-воздушную академию имени Н.Е. Жуковского (ВВА). Весной и летом 1944 г. Домбровский принимал участие в военных действиях сначала в качестве техника звена, а затем – старшего техника эскадрильи штурмового авиационного полка. После окончания в апреле 1945 г. года инженерного факультета ВВА Домбровский два с половиной года служил в составе Советских войск на территории Германии и Польши. В октябре 1947 г. он поступил в адъюнктуру Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е.Жуковского (г. Москва), а в январе 1951 г. защитил диссертацию «Исследование движения газа с дозвуковыми скоростями».

Весной 1951 г. Г.А. Домбровский переехал в Харьков для преподавательской работы в Харьковском высшем авиационно-инженерном военном училище. В 1956 г. Георгий Арсеньевич окончил докторантуру Математического института им. В.А. Стеклова АН СССР (г. Москва), а через два года защитил в этом институте докторскую диссертацию. Материалы его диссертации легли в основу вышедшей в 1964 г. в издательстве «Наука» монографии «Метод аппроксимаций адиабаты в теории плоских течений газа». Эта книга получила широкую известность и признание специалистов как в Советском Союзе, так и за рубежом. Разработанные в ней методы с успехом применяются не только в газовой динамике, но и в других областях механики и физики.

Георгий Арсеньевич проявил себя не только талантливым ученым-теоретиком, но и умелым организатором и руководителем экспериментальных исследований. Под его началом была создана уникальная аэродинамическая установка, выполнялись работы по исследованию плазмотронов с магнитной стабилизацией дуги, по фильтрации эмульсий, по определению аэродинамических характеристик различных тел и другие. С кафедрой механики ХГУ, куда полковник-инженер запаса профессор Г.А. Домбровский пришел, будучи уже известным ученым, связаны последние два десятилетия его яркой жизни.

Г.А. Домбровский пользовался мировой известностью. Он был членом Международной академии астронавтики, членом Национального Комитета СССР по теоретической и прикладной механике и Российской академии космонавтики им. К.Э. Циолковского. Его заслуги отмечены орденами «Красная Звезда» и «Знак Почета», 11-ю медалями.

В 2000 -2005 гг. заведующим кафедрой был ученик И.Е. Тарапова доктор физико-математических наук профессор ***Николай Федорович Пацегон***. Докторская диссертация Пацегона, которую он защитил в 1999 г., посвящена моделированию намагничивающихся сплошных сред с изменяющейся микроструктурой и разработке методов их диагностики на основании анализа линейных и нелинейных волновых процессов. В диссертации разработано новое направление в механике магнитных коллоидов, основанное на учете возможностей формирования кластеров при изменении равновесного термодинамического состояния. Полученная Н.Ф. Пацегоном модель среды с изменяющейся микроструктурой позволяет объяснить важные эффекты, экспериментально наблюдаемые в пленках магнитной жидкости, которые используются в настоящее время при создании магнитооптических приборов и устройств.

В 2005-2007 гг. обязанности заведующего кафедрой механики исполнял ***Сергей Александрович Пославский***. Он окончил аспирантуру при Московском государственном университете, в 1985 г. защитил кандидатскую диссертацию «Исследование движений с однородной деформацией и многомерных автомодельных решений в газовой динамике». В Харьковский университет С.А.Пославский попал благодаря ходатайству И.Е.Тарапова. Область научных интересов Пославского включает газовую динамику, теорию ударных волн, математическую логику, моделирование цветового зрения, теорию вихревых течений, моделирование процессов в активных ядрах галактик, теорию фильтрации жидкости в пористых средах.

С 2007 г. кафедрой механики заведует ***Наталья Николаевна Кизилова***. В 1993 г. она закончила аспирантуру при Харьковском университете и защитила кандидатскую диссертацию «Влияние некоторых физических полей на механические процессы в биологических тканях» под руководством И.Е.Тарапова. Область научных интересов Н.Н.Кизиловой относится к различным направлениям современной биомеханики. В 2010 г. она подготовила к защите докторскую диссертацию «Исследование волновых и стационарных течений жидкости в разветвлённых системах трубок с усложнёнными свойствами».

Сейчас на кафедре работают 12 сотрудников (4 профессора, 6 доцентов, 1 старший научный сотрудник, 1 старший преподаватель, из них 4 доктора и 7 кандидатов физико-математических наук). Преподаватели и сотрудники кафедры занимаются фундаментальными и прикладными исследованиями как в классических, так и в новых областях механики сплошных сред.

Сотрудники кафедры поддерживают тесные научные контакты с институтом гидромеханики НАН Украины (Киев), Институтом механики МГУ, Математическим институтом им. В.А.Стеклова РАН (Москва), Техническим университетом Гамбурга (Германия), Лионским университетом им. Клода Бернара (Франция), Центральной школой Лиона (Ecole Centrale de Lyon), Лондонским университетом (Imperial College London, GB), Тулонским университетом (Франция), Будапештским Техническим университетом (TU Budapest), Вильнюсским техническим университетом им. Гедиминаса и другими учебными и научными учреждениями.

Кафедра механики – одна из старейших в Харьковском университете. Традиции научной работы и преподавания механики, заложенные на протяжении почти полуторавекового периода существования кафедры, продолжаются и находят воплощение в новых перспективных направлениях механики. Выпускники кафедры работают в университетах, институтах, производственных и исследовательских центрах Украины, стран ближнего и дальнего зарубежья и зарекомендовали себя высококвалифицированными специалистами: конструкторами, преподавателями, исследователями, программистами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ И РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арнольд В.И. Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук – первые шаги математического анализа и теории катастроф от эвольвент до квазикристаллов. М.: Наука. - 1989.
2. Багалей Д.И. и др. Краткий очерк истории Харьковского университета за первые 100 лет его существования (1805-1905). - Харьков, изд-во Харьковского университета, 1906.
3. Багалій Д.І. Вибрані праці. Т.3. Харків, 2004.
4. Багалій Д.І. Вибрані праці. Т.4. Харків, 2004.
5. Боголюбов А.Н. Математики. Механики. Биографический справочник. Киев: Наукова думка, 1983.
6. Вавилов С.И. Исаак Ньютон. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1943.

7. Веселовский И.Н. Очерки по истории теоретической механики. М., «Высшая школа», 1974.
8. Ворович И.И. Лекции по динамике Ньютона. Современный взгляд на механику Ньютона и ее развитие. ИКИ, 2004.
9. Воронцов - Вельяминов Б.А. Лаплас. М.: Наука,1985.
10. Геронимус Я.Л. Очерки о работах корифеев русской механики. М., 1952
11. Герц Г. Принципы механики, изложенные в новой связи. – М. 1959
12. Еремеева А.И. Жизнь и творчество Бориса Петровича Герасимовича // Историко-астрономические исследования. Т.XXI. 1989.
13. Жозеф Луи Лагранж. 1736-1936. Сборник статей к 200 - летию со дня рождения. М.-Л.,1937.
14. Журавский Ю.И., Зайцев Б.П., Мигаль Б.К. Харьковский университет в годы Великой Отечественной войны. – Х.: Вища школа. Изд-во при ХГУ, 1989.
15. История механики. С древнейших времен до конца XVIII века. М.: Наука, 1971.
16. История механики. С конца XVIII века до середины XX века. М.: Наука, 1972.
17. Кизилова Н.Н., Попова Л.Н. История кафедры теоретической механики // В кн.: Ученый, Учитель, Человек. К 85-летию со дня рождения И.Е.Тарапова. – Харьков: Новое слово, 2011.
18. Кудрявцев П.С. История физики. М., Т.1. 1956.
19. Ж. Л. Лагранж. Аналитическая механика. Т.1, 2. М.-Л., 1950
20. Лейзер Д. Создавая картину Вселенной. М.: Мир., 1988.
21. Ляпунов Б.М. Краткий очерк жизни и деятельности А.М.Ляпунова. (Доложено академиком А.Н.Крыловым на заседании физико-математического отделения 29 октября 1929 г.) // «Известия Академии наук СССР», отд.физ.-мат.наук, серия VII. Л., 1930, №1
22. Марчевский М.Н. История математических кафедр в Харьковском университете за 150 лет его существования // Записки мат. отделения физ.-мат.факультета…, 1956, т.XXIV
23. Михайлов Г. Исаак Ньютон // Википедия
24. Михайлов Г.К. Леонард Эйлер (к 300-летию со дня рождения) // В кн.: Леонард Эйлер: К 300-летию со дня рождения. Изд-во «Нестор-История», 2008.
25. Михайлов Г.К. Леонард Эйлер и становление рациональной механики // В кн.: Леонард Эйлер: К 300-летию со дня рождения. Изд-во «Нестор-История», 2008.
26. Морозов Н.Ф., Товстик П.Е. Леонард Эйлер и современная механика // В кн.: Леонард Эйлер: К 300-летию со дня рождения. Изд-во «Нестор-История», 2008.

27.Ньютон И. Математические начала натуральной философии // В кн.: Крылов А.Н. Соч. Т.VII. 1936.
28.Общий УСТАВ императорских Российских университетов 1884 г.
29.Овечкин А.Е. Л.А.Шкорбатов. – М., 2005.
30.Синцов Д.М. Кафедры математики чистой и прикладной в Харьковском университете за 100 лет его существования (1805-1905). Харьков. 1908.
31.Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. 1955
32.Степанов Г.Ю. Механика Ньютона и курс теоретической механики для инженеров. – М. 1985
33.Тюлина И.А. Жозеф Луи Лагранж. М., 1977.
34.Тюлина И.А. История и методология механики. Изд-во МГУ, 1979.
35.Университетский устав 1863 года.
36.Успенская Н.В. Вредительство в деле изучения солнечного затмения // Природа, 1989, №8.
37.Физико-математический факультет Харьковского университета за первые сто лет его существования. Под ред. проф. И.П.Осипова и проф. Д.И. Багалея. Харьков. 1908.
38.Харьковский государственный университет 1805-1980. Исторический очерк. – Харьков: Вища школа, 1980
39.Шибанов А.С. Александр Михайлович Ляпунов. – М.: Молодая гвардия, 1985.
40.Щедровицкий Г.П. О некоторых моментах в развитии понятий // Вопросы философии, 1958, №6. С.55-64.
41.Л.Эйлер. Основы динамики точки. М.-Л., 1938
42.Эйнштейн А. Сущность теории относительности. ИЛ, 1955.
43.Юшкевич А.П. Математика в рукописном наследии Исаака Ньютона // В кн.: Вавилов С.И. Исаак Ньютон. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1943.

ОГЛАВЛЕНИЕ