

Крайові задачі для рівнянь в частинних похідних  
(назва навчальної дисципліни)

**ПРОГРАМА**

вибіркової навчальної дисципліни

підготовки магістра

(назва освітньо-кваліфікаційного рівня)

напряму 06040202 «механіка»

(шифр і назва напряму)

спеціальності 8.04020201 «теоретична та прикладна механіка»

(шифр і назва спеціальності)

(Шифр за ОПШ \_\_\_\_\_)

РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО: ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В.Н. КАРАЗІНА  
(повне найменування вищого навчального закладу)

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: Борисов Іван Дмитрович, ст. наук, співробітник кафедри теоретичної та  
Прикладної механіки

Програма затверджена Вченою радою механіко-математичного факультету

---

Протокол № 5 від “20” квітня 2012 року.

“ 20 ” квітня 2012 р. Голова Вченої ради \_\_\_\_\_ ( Жолткевич Г.М. )  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## Вступ

Програма вивчення нормативної навчальної дисципліни «Крайові задачі для рівнянь в частинних похідних» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **магістрів** напряму підготовки «**механіка**» спеціальності 8.04020201 «**теоретична та прикладна механіка**».

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є крайові та початково – крайові задачі для лінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних 2–го порядку основних типів (еліптичного, параболічного та гіперболічного), лінійні еволюційні і спектральні задачі механіки суцільних середовищ.

**Міждисциплінарні зв'язки:** математичний аналіз, функціональний аналіз, диференціальні рівняння, математична фізика, механіка суцільних середовищ, теоретична гідромеханіка.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів:

**Модуль 1. Крайові задачі для лінійних рівнянь еліптичного типу.**

**Модуль 2. Початково – крайові задачі для еволюційних рівнянь.**

### 1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «**Крайові задачі для рівнянь в частинних похідних**» є надання знань основних фактів теорії крайових та початково – крайових задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними.

1.2. Основними завданнями дисципліни «**Крайові задачі для рівнянь в частинних похідних**» є знайомство з теоремами існування класичних та узагальнених розв'язків крайових та початково - крайових задач, формування у студентів практичних навичок математичного аналізу задач механіки суцільних середовищ (зокрема, на прикладі задач про лінійні коливання нестисливої рідини в частково заповненої посудині).

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

#### **знати:**

- основні теореми про розв'язність крайових задач для рівнянь другого порядку еліптичного типу;
- теореми існування класичних та узагальнених розв'язків еволюційних задач (для рівнянь параболічного та гіперболічного типів);
- методи побудови наближених розв'язків крайових задач для рівнянь другого порядку еліптичного типу та їх обґрунтування;
- метод Гальоркіна побудови наближених розв'язків еволюційних задач та його обґрунтування;
- теореми про розв'язність задачі Коші про малі рухи рідини в околі рівноважного стану у частково заповненої посудині.
- теореми про структуру спектру частот вільних коливань рідини в околі рівноважного стану у частково заповненої посудині.

**вміти:**

застосовувати отриманні знання до аналізу крайових та початково – крайових задач, які виникають в механіці суцільних середовищ.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться **108 годин/ 3 кредити ECTS**.

## 2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

### Змістовий модуль 1. Крайові задачі для лінійних рівнянь еліптичного типу

Класифікація лінійних рівнянь з частинними похідними. Узагальнені похідні. Простори  $W_m^l(\Omega)$  і їх основні якості.

Рівняння 2-го порядку еліптичного типу: узагальнені розв'язки із простору  $W_2^1(\Omega)$ ; перша основна нерівність.

Рівняння 2-го порядку еліптичного типу: розв'язність задачі Діріхле в просторі  $W_2^1(\Omega)$ .

Рівняння 2-го порядку еліптичного типу: теореми про розкладання по власних функціях симетричних еліптичних операторів.

Лінійні рівняння 2-го порядку еліптичного типу: друга основна нерівність

Лінійні рівняння 2-го порядку еліптичного типу: розв'язність задачі Діріхле в просторі  $W_2^2(\Omega)$ .

Лінійні рівняння 2-го порядку еліптичного типу: друга й третя крайові задачі в просторі  $W_2^1(\Omega)$ , крайові задачі з умовами спряження.

Лінійні рівняння 2-го порядку еліптичного типу: принцип максимуму, апріорні оцінки розв'язків у просторах Гельдера; розв'язність задачі Діріхле в просторах Гельдера.

Наближені методи розв'язання крайових задач для лінійних еліптичних рівнянь 2-го порядку. Метод Гальоркіна. Метод Рітца для симетричного еліптичного оператора.

### Змістовий модуль 2. Початково–крайові задачі для еволюційних рівнянь в частинних похідних.

Лінійні рівняння 2-го порядку параболічного типу. Розв'язність першої початково– крайової задачі в просторі  $W_2^{1,0}(Q_T)$ .

Загальні відомості про рівняння гіперболічного типу. Постановка основних задач. Лінійні рівняння 2-го порядку гіперболічного типу. Перша початково-крайова задача, розв'язність задачі в просторі  $W_2^1(Q_T)$ .

Хвильове рівняння, енергетична нерівність, задача Коші, формула Кірхгофа. Формулювання задач аероакустики.

Малі коливання капілярної нев'язкої рідини в частково заповненій посудині: постановка задачі, зведення задачі до операторно-диференціального рівняння в

гільбертовому просторі. Розв'язність задачі Коші. Вільні коливання, властивості спектру частот вільних коливань рідини.

Малі коливання капілярної в'язкої рідини в частково заповненій посудині: постановка задачі; зведення задачі до операторно-диференціального рівняння в гільбертовому просторі. Розв'язність задачі Коші. Вільні коливання, властивості спектру частот вільних коливань рідини.

Лінійна теорія пружності: постановка задач, теоремі існування узагальнених розв'язків.

### **3. Рекомендована література**

1. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М., Наука, 1973. – 408 с.
2. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Бином, 2005. –260 с.
3. Ворович И.И., Лебедев Л.П. Функциональный анализ и его приложения к механике сплошной среды. М.: Вузовская книга, 2000. –320 с.
4. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980, 496 с.
5. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М., Наука, 1973. –408 с.
6. Копачевский Н.Д., Крейн С.Г., Нго Зуй Кан. Операторные методы в линейной гидродинамике. Эволюционные и спектральные задачи. М.: Наука, 1989. –416 с.
7. Копачевский Н.Д. Операторные методы математической физики. Симферополь: ООО «Форма», 2005. – 142 с.
8. Дейнека В.С., Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач в неоднородных средах. К.: Наукова думка, 2001. – 605 с.
9. Борисов И.Д., Яценко Т.Ю. О малых движениях намагничивающейся вязкой жидкости. //Математическая физика, анализ, геометрия. 2003. –Т.10. –№2. – С.135 –146.
10. Borisov I.D., Yatsenko T.Yu. Small Oscillations of Magnetizable Ideal Fluid// Journal of Mathematical Phisics, Analysis, Geometry. 2010. –V.6. –№4. – P.383 –395.

### **4. Форма підсумкового контролю успішності навчання - залік,**

- 5. Засоби діагностики успішності навчання -** поточне опитування, модульні контрольні роботи, індивідуальні завдання, теми рефератів.