

УДК 539.374+621.7.044.4

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕТЕРОГЕННОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЙ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

*Нарыжный А.Г.*

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «Харьковский авиационный институт»,  
Харьков, Украина*

В работе описана математическая модель механических процессов в гетерогенной технологической системе с импульсным возбуждением и ударно-контактным взаимодействием элементов, имеющим различное агрегатное состояние. Для численной реализации модели использован смешанный подход ALE. Приведены особенности напряженно-деформированного состояния элементов системы.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** напряженно-деформированное состояние, гетерогенная механическая система, импульсное возмущение, электрогидравлический эффект.

## МОДЕЛЮВАННЯ ГЕТЕРОГЕННОЇ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ З ІМПУЛЬСНИМ ЗБУРЕННЯМ, ЯКА ВИКОРИСТАЄ ЕЛЕКТРОГІДРАВЛІЧНИЙ ЕФЕКТ

*Нарыжный А.Г.*

В роботі описана математична модель механічних процесів в гетерогенній технологічній системі з імпульсним збудженням і ударно-контактною взаємодією елементів, які мають різний агрегатний стан. Для чисельної реалізації моделі використаний змішаний підхід ALE. Наведено особливості напружено-деформованого стану елементів системи.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** напружено-деформований стан, гетерогенна механічна система, імпульсне збурення, електрогидравлічний ефект.

## MODELING OF HETEROGENEOUS MECHANICAL SYSTEM WITH IMPULSE EXCITATION THAT USES ELECTROHYDRAULIC EFFECT

*Naryzny A.G.*

A mathematical model of mechanical processes in a heterogeneous technological system with pulsed excitation and shock-contact interaction of elements having different physical state is presented. For the numerical implementation of the model a mixed ALE approach is used. The features of the stress-strain state of the elements of the system are studied.

**KEY WORDS:** stress-strain state, heterogeneous mechanical system, a pulsed perturbation, electrohydraulic effect

**1. Введение.** В технике и технологии используются гетерогенные механические системы, элементы которых находятся в различных агрегатных состояниях и испытывают импульсное воздействие различной природы. Для таких систем характерны в комплексе кратковременность и высокая интенсивность процессов взаимодействия элементов, большие (конечные) деформации с высокими скоростями, ударно-контактное взаимодействие элементов с неопределенной заранее зоной контакта и напряжениями контакта, волновой и колебательный характер напряжений, пластичность и разрушение твердых элементов, вязкость и образование струйных и вихревых течений жидких и газообразных элементов, кавитация жидкости.

Одно из направлений образования подобных гетерогенных систем связано с использованием электрогидравлического эффекта (ЭГЭ), который представляет собой импульсный процесс

преобразования разряда электрического тока в технологической жидкости в ее движение [1]. При разряде тока в жидкости последняя практически мгновенно испаряется, образуя быстро расширяющийся за счет начального сжатия и потока омического тепла пароплазменный канал, вовлекающий в движение и порождающий сжатие жидкости, воздействующей на технологический объект, электродную систему и камеру. Важной характеристикой эффективности промышленного применения ЭГЭ является прочность и стойкость электродной системы, включающей как сами электроды, так и электроизоляцию [2].

Ниже рассмотрена концептуальная технологическая система (ТС) электрогидравлической штамповки раздачей тонколистовой заготовки. В ТС присутствуют и взаимодействуют элементы, находящиеся в трех агрегатных состояниях – газоплазменном, жидком и твердом. Исследования механических процессов в подобных

системах проводятся в рамках направления FSI (Fluid-Structure Interaction) и представляют значительные методические трудности [3]. Основным методом FSI – компьютерное моделирование с использованием численных методов решения связанных контактных задач механики сплошных сред. При моделировании сложных механических систем ключевым является решение двух взаимосвязанных вопросов – построения адекватной механико-математической модели (МММ) и вычислительно эффективной методики ее реализации.

Статья посвящена описанию полной МММ механических процессов в ТС с учетом влияния электродов и электроизоляции, а также методики решения и особенностей движения элементов ТС.

Точность определения параметров механического состояния, процессы в канале разряда, в жидкости в жесткой камере и в случае податливой заготовки, а также процессы в листовой заготовке рассмотрены в [4, 5].

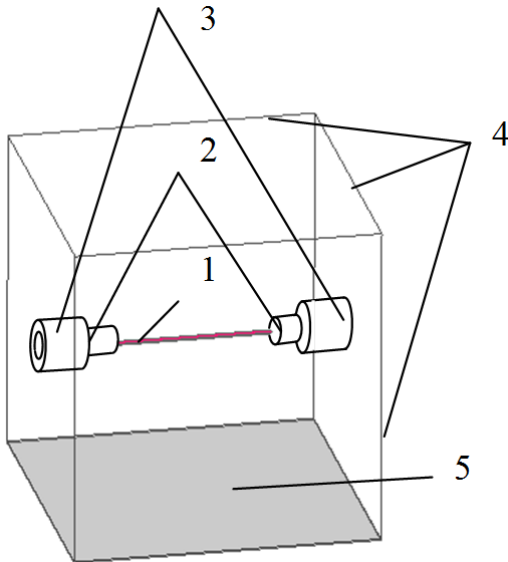


Рис. 1. Элементы системы (1– канал разряда, 2– электроды, 3– изоляция, 4– ребра камеры, 5– деформируемая заготовка).

**2. Описание модели.** На рис. 1 показана схема полной модели ТС, включающей: 1– канал электрического разряда с размерами 50×1×1 мм, изначально наполненный пароплазменной фазой, 2 – электроды, 3 –электроизоляцию, 4 – жесткий недеформируемый контейнер-камера в форме параллелепипеда с внутренними размерами 100×105×105 мм (ширина×высота×глубина, показаны ребра), наполненный жидкостью (условно не показана) и 5 – заготовку прямоугольной формы с размерами 100×105×1 мм, жестко закрепленную по контуру. В дальнейшем канал разряда развивается в парогазовую полость (ППП).

В связи с большими деформациями элементов, составляющими десятки процентов, для описания и решения нестационарных процессов в элементах ТС используется смешанный подход ALE (Arbitrary

Lagrangian–Eulerian) [6] с тремя системами отсчета: эйлеровой неподвижной с координатами  $\mathbf{x}$ , лагранжевой материальной с координатами  $\mathbf{X}$ , и движущейся по заданному закону референсной (вспомогательной) с координатами  $\chi$ . Вводятся материальная скорость

$$\mathbf{v}(\mathbf{X}, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{\mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t}, \quad (1)$$

скорость переносного движения (скорость точки референсной системы отсчета с постоянной координатой  $\chi$ )

$$\hat{\mathbf{v}}(\chi, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{\chi} \quad (2)$$

и относительная скорость (скорость конвекции) материальной точки в референсной системе отсчета

$$\mathbf{c} = \mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}. \quad (3)$$

Механические процессы в элементах системы описаны следующими соотношениями. Уравнение движения в подвижной референсной системе отсчета (4) так же, как уравнение сохранения массы (5) и уравнение баланса энергии (6) являются одинаковыми по форме для всех элементов ТС, невзирая на их фазовое состояние

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \left( \left. \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right|_{\chi} + (\mathbf{c} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b}, \quad (4)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{\chi} + \mathbf{c} \cdot \nabla \rho = \rho \nabla \cdot \mathbf{v}. \quad (5)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho \left( \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{\chi} + \mathbf{c} \cdot \nabla u \right) = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}, \quad (6)$$

где  $\rho$  – плотность материала элемента;  $\mathbf{b}$  – массовая плотность внешних сил;  $\boldsymbol{\sigma}$  – симметричный тензор напряжений Коши;  $\nabla$  – дифференциальный оператор Гамильтона,  $u$  – массовая плотность внутренней энергии;  $\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + \nabla^T \mathbf{v})$  – симметричный тензор скоростей деформации.

Референсная система отсчета может двигаться по некоторому заданному закону, в частности совпадать с материальной или эйлеровой системами отсчета. Важным различием решений задач гидродинамики и твердого деформируемого тела является то, что первые преимущественно используют эйлеров подход, а вторые – лагранжев. При исследовании гетерогенных механических систем, включающих элементы, находящиеся в различных агрегатных состояниях, разделенных поверхностями, по которым они входят в контактное взаимодействие, необходимо использовать единую систему отсчета или иметь возможность перехода из одной системы отсчета (например, лагранжевой) в другую (например, эйлерову).

Приведенные формы законов сохранения (4)–(6) позволяют ситуативно менять систему отсчета для определения левых частей уравнений, которые

определяют зависимость изменения напряженно-деформированного состояния (НДС) от времени, в то время как правые части, определяющие зависимость изменения в пространстве, записаны в традиционной эйлеровой форме и сохраняют свое значение, чем обеспечивается единство описания механической системы.

Изменение компонент шарового тензора и девиатора тензора напряжений элементов системы обусловлены разными причинами, поэтому они определяются по отдельности для каждого элемента. Полный тензор напряжений  $\sigma$  определяется как сумма шарового тензора и девиатора

$$\sigma = -P\mathbf{I} + \mathbf{S}, \quad (7)$$

где  $P$  – давление,  $\mathbf{I}$  – единичный тензор,  $\mathbf{S}$  – девиатор. Давление в элементах определяется с помощью (8), (10), (12), а девиаторы – с помощью (13), (14).

Возмущение в системе определяется заданием начального значения величины внутренней энергии 500 Дж и относительного объема в канале разряда, равного 0,001 (коэффициент сжатия газа 1000), а также выделением омического тепла  $J$  со скоростью  $1,373 \cdot 10^{12}$  Дж/(с м<sup>3</sup>) в течение первых  $3 \cdot 10^{-5}$  с процесса, в целом 660 Дж.

Давление в ППП зависит от плотности и внутренней энергии [1]

$$P_1 = (\gamma - 1) \frac{\rho_1}{\rho_{10}} U, \quad (8)$$

где  $P_1$  – давление газа;  $\gamma=1,26$  – постоянная адиабаты;  $\rho_1, \rho_{10}=1,25$  кг/м<sup>3</sup> – актуальная плотность и плотность газа при нормальных условиях;  $U$  – удельная внутренняя энергия как функция абсолютной температуры.

Изменение давления в ППП за счет потока омического тепла

$$JV_0 dt = dU + P_1 dV, \quad (9)$$

где  $J$  – омические потери в ППП при разряде,  $V$  – объем ППП,  $V_0$  – удельный начальный объем ППП.

Давление в жидкости линейно зависит от степени ее сжатия

$$P_2 = K_2 (1 - \rho_{20}/\rho_2), \quad (10)$$

где  $K_2=2,25 \cdot 10^9$  Па – модуль объемного сжатия,  $\rho_2, \rho_{20}=1000$  кг/м<sup>3</sup> – актуальная плотность и начальная плотность жидкости. Кавитация жидкости учитывается посредством ограничения растягивающего напряжения (давления кавитации)

$$P_2 > P_c = -10^4 \text{ Па}. \quad (11)$$

Изменение давления в деформируемых элементах (заготовке, электродах, изоляции) имеет упругий характер и описывается выражением

$$\dot{P} = -K\dot{\theta}, \quad (12)$$

где  $\dot{\theta}$  – скорость изменения относительного объема.

Девиатор напряжений  $\mathbf{S}$  в жидкой и пароплазменной фазах обусловлен вязкостью

$$S_{ij} = 2\nu\dot{\epsilon}'_{ij}, \quad (13)$$

где  $\nu$  – коэффициент динамической вязкости менялся в расчетах в пределах 0–0,01 Па·с;  $\dot{\epsilon}'_{ij}$  – элемент девиатора тензора скорости деформаций.

Девиатор напряжений в заготовке, электродах и изоляции имеет упругую и/или пластическую природу, скорость девиатора напряжений

$$\dot{S}_{ij} = 2G\dot{\epsilon}''_{ij}, \quad (14)$$

где  $G$  – модуль сдвига.

Условие пластического течения фон Мизеса [7] материала заготовки и электродов

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_j S_{ij} S_{ij} - \frac{\sigma_Y^2}{3} \leq 0, \quad (15)$$

где  $\sigma_Y = \sigma_{Y0} + \eta\epsilon_P$  – актуальный предел текучести,  $\sigma_{Y0}$  – начальный предел текучести,  $\eta$  – модуль линейного деформационного упрочнения,  $\epsilon_P$  – пластическая деформация.

Материал заготовки – деформируемый алюминиевый сплав с линейно упругой разгрузкой [7]. Модуль упругости первого рода  $E=1,3 \cdot 10^{11}$  Па, коэффициент Пуассона  $\mu=0,33$ , модуль упрочнения  $\eta=10^9$  Па, плотность  $\rho=2700$  кг/м<sup>3</sup>, начальный предел текучести  $\sigma_{Y0}=10^8$  Па. Материал электродов – сталь. Модуль упругости первого рода  $E=2 \cdot 10^{11}$  Па, коэффициент Пуассона  $\mu=0,3$ , модуль упрочнения  $\eta=10^{10}$  Па, плотность  $\rho=7800$  кг/м<sup>3</sup>, начальный предел текучести  $\sigma_{Y0}=5 \cdot 10^8$  Па. Материал электроизоляции – упругий пластик. Объемный модуль упругости  $K=2 \cdot 10^9$  Па, модуль упругости второго рода  $G=5 \cdot 10^9$  Па, плотность  $\rho=1600$  кг/м<sup>3</sup>.

Контактное взаимодействие элементов (ППП и жидкости, ППП и твердотельных элементов, жидкости и твердотельных элементов) описывается кинематическим условием непроникания тела одного элемента в тело другого

$$u''_{\xi} - u'_{\xi} \leq \Delta, \quad (16)$$

где  $\Delta$  – величина зазора до деформации;  $u''_{\xi}, u'_{\xi}$  – перемещения точек вдоль нормали к линии контакта и условием равнодействия границ

$$-\sigma'_{\xi} (\cos \alpha')^{-1} = -\sigma''_{\xi} (\cos \alpha'')^{-1} \leq 0, \quad (17)$$

где  $\sigma'_{\eta}, \sigma''_{\xi}$  – проекции тензора напряжений на касательную и нормаль к поверхности контакта,  $\alpha', \alpha''$  – углы между осью  $\eta$  и касательной к границе. Условие (17) означает непрерывность и сжимающий характер нормальных напряжений на

границе возможного контакта. В случае контакта с трением по Кулону

$$|\sigma'_{\eta}| \leq f |\sigma'_{\xi}|, \quad |\sigma''_{\eta}| \leq f |\sigma''_{\xi}|, \quad (18)$$

где  $f$  – коэффициент трения по Кулону; выражения определяют условие начала движения границ в касательном направлении [8].

**3. Методика решения.** Система (4)–(18) представляет МММ ТС. Некоторые из определяющих механических условий выражены неравенствами (например, условия пластического течения (15) и разгрузки твердых сред, кавитации жидкости (12), неклассического контактного взаимодействия (16–18)), которые превращают систему в существенно нелинейную. Решения задач в этом случае имеют исключительно численный характер. Основной метод дискретизации по пространственным переменным – метод Галеркина с конечно-элементной аппроксимацией полей, а по времени – явный метод конечных разностей. Для жидкости и газа использованы в рамках ALE основные эйлеровы конечноэлементные сетки и вспомогательные лагранжевы, для твердотельных элементов – только лагранжевы. Для аппроксимации граничных и контактных условий использован метод множителей Лагранжа.

Алгоритмы ALE воплощены в различных пакетах программного обеспечения, например: Adina, Abaqus, Dytran, а также LS-Dyna [9], который был использован в работе.

**4. Результаты и обсуждение.** Процессы в ППП, жидкости и заготовке в общем подобны тем, которые обсуждаются в [4, 5]. Рассмотрим особенности поведения ППП и жидкости, вызванные наличием электродов, а также НДС самих электродов.

На рис. 2 показана зависимость от времени давления в ППП вблизи торцевой поверхности электрода, которое является причиной изменения НДС электрода. Кривая имеет выраженный максимум в момент времени  $3 \cdot 10^{-6}$  с, равный  $8 \cdot 10^8$  Па. На рис. 3 показана зависимость напряжений фон Мизеса на поверхности электрода (кривая А в эпицентре разряда, В – на ребре). Максимальные значения напряжений вызваны, очевидно, максимумом давления. Меньшие значения напряжений на кривой А объясняются стеснением деформирования.

На рис. 4 показан вид ППП в момент времени  $8 \cdot 10^{-6}$  с (слева и справа показаны контуры электродов, показана тоновая шкала для расшифровки поля давлений, показаны контуры конечных элементов).

ППП принимает форму, близкую к цилиндрической, что объясняется ограничивающим влиянием электродов. При отсутствии такого влияния ППП значительно увеличивалась в осевом направлении [3,4] и принимала форму, близкую к эллипсоиду вращения. Объем ППП увеличился в 517 раз (от  $4,5 \cdot 10^{-8}$  м<sup>3</sup> до  $2,33 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>). На торцах

электроды взаимодействуют с ППП, а на цилиндрической поверхности – с жидкостью.

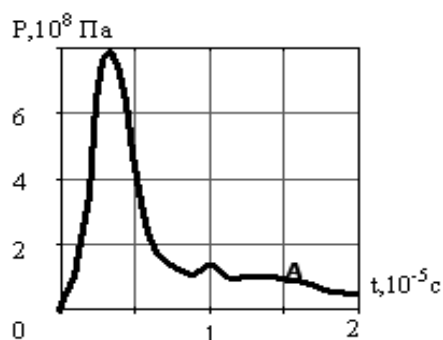


Рис. 2 Зависимость давления в ППП на поверхности электрода от времени.

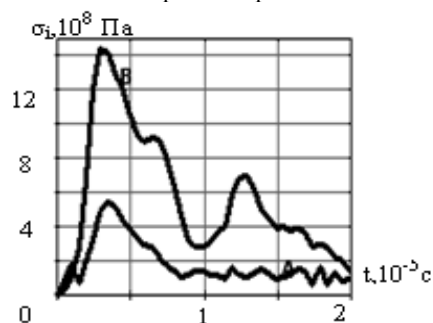


Рис. 3. Зависимость напряжений на поверхности электрода от времени.

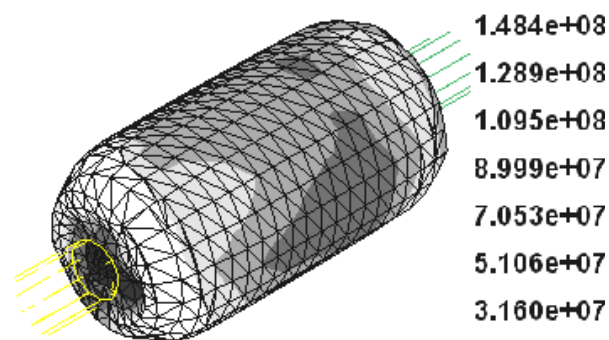


Рис.4. Вид ППП и картина распределения давлений на ее поверхности.

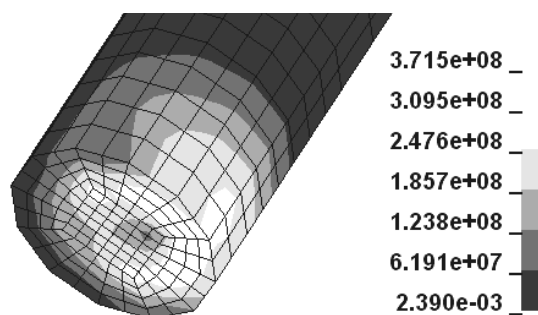


Рис. 5. Вид волны напряжений в электроде.

На рис. 5 показано распределение напряжений фон Мизеса электроде в момент времени  $1,46 \cdot 10^{-6}$  с, которое имеет вид волны напряжений, распространяющейся в тело электрода с торцевой

поверхности и вызванной действием ППП (диаметр электрода 8 мм, темный тон отмечает невозмущенную зону).

Распределение напряжений по торцу сильно неоднородно (см. также рис. 3), что объясняется неоднородностью и неодновременностью выхода волны давления в ППП на поверхность контакта. Смещение максимума напряжений в радиальном направлении объясняется эксцентричным положением оси разряда в начальном состоянии. Пластическое деформирование и разрушение электрода начинается на кромках. Наиболее опасное с точки зрения разрушения электрода положение канала разряда – вблизи кромки.

**5. Выводы.** Разработана адекватная смешанная дискретная модель ТС на основе ЭГЭ, отражающая известные особенности поведения элементов ТС в их характерном взаимодействии в составе системы. Модель нуждается в совершенствовании в направлении вычислительной эффективности и вычислительной устойчивости при больших длительностях процесса. Модель позволяет решать задачи прочности заготовки, накопления остаточных напряжений детали, оптимизации технологического процесса и конструкции ТС, прочности и стойкости оснастки (в частности, электродов) на основе анализа НДС.

Для моделирования механических процессов в гетерогенных системах применены для отдельных элементов и совмещены в рамках единой модели различные подходы и методы (дискретизации), отражающие специфические особенности поведения, а именно – большие деформации в виде течений для жидких и газообразных элементов, большие пластические деформации твердых элементов с учетом больших перемещений контактных поверхностей..

Включение или, наоборот, невключение отдельных элементов ТС в модель (например, электродов) существенно изменяет характер взаимодействия прочих элементов ТС. Ограниченные по составу модели могут неадекватно отражать существенные стороны процессов.

В решении наблюдается самопроизвольный (как в действительности) характер перехода

движения и НДС от волнового к колебательному режимам, а затем к квазистатике. Использование суженных моделей или методов, предполагающих частный, например, сугубо осциллирующий характер НДС, может приводить к ложным решениям.

НДС электродов и изоляции имеет волновой характер в связи с чем следует использовать модели материалов с скоростным упрочнением.

Целесообразно расширить и применить модель для изучения ТС со свободной поверхностью жидкости, что часто наблюдается в производстве.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мазуровский Б.Я., Сизев Ф.Н. *Электрогидравлический эффект в листовой штамповке*. Киев: Наукова думка. – 1983. – 192 с.
2. Тараненко М.Е. *Электрогидравлическая штамповка: теория, оборудование, техпроцессы*. Харьков: ХАИ. – 2011. – 272 с.
3. *Fluid Structure Interaction II. Modelling, Simulation, Optimization*. H.-J. Bungartz, M. Mehl, M. Schafer, eds. Springer. – 2010. – 424 p.
4. Нарыжный А.Г. Вычислительная модель электрогидравлического эффекта. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. *Сб. науч. тр. Нац. аэрокосмич. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*. Вып. 54. Харьков: ХАИ. – 2012. – С. 112–124.
5. Нарыжный А.Г. Моделирование свободной задачи заготовки электрогидравлическим методом. Обработка материалов давлением. *Сб. науч. тр. Донбас. гос. машиностроит. академия*. №1 (30), Краматорск, ДГМ. – 2012. – С. 53–60
6. Donea J. Arbitrary Lagrangian–Eulerian methods. In: Donea J., Huerta A., Ponthot J.P., Rodriguez-Ferran A. *Encyclopedia of Computational Mechanics*. John Wiley & Sons. – 2004. – P. 1–38.
7. Коларов Д., Балтов А., Бончева Н. *Механика пластических сред*. – М.: Мир. – 1979. – 302 с.
8. Бураго Н.Г. *Численное решение задач МСС с подвижными границами раздела*: Дис...докт. физ.-мат. наук.: 01.02.04. М. – 2003. – 222 с.
9. *LS-DYNA. Keyword user's manual. Version 971*. Livermore: LSTC. – 2006. – 2102 p.