на интервале времени порядка $\varepsilon^{-1}$, с помощью метода усреднения.

Для решения поставленной задачи применяется методика, разработанная Л.Д. Акуленко, Д.Д. Лещенко, Ф.Л. Черноусько [1]. Данная методика используется для усреднения системы (1) при возмущениях, зависящих от медленного времени $\tau$ и допускающих усреднение по углу нутации $\theta$. Усредненная система уравнений примет вид:

$$\frac{du_i}{d\tau} = U_i\left(u_1, u_2, u_3\right), \; u_i(0) = u_i^0, \; i = 1,2,3. \qquad (2)$$

Здесь $u_1, u_2, u_3$ – вещественные корни кубического многочлена [6]

$$Q(u) = A^{-2}[(2H - Cr^2 - 2\mu u)(1-u^2)A - (G_z - Cru)^2],$$

$$-1 \le u_1 \le u_2 \le 1 \le u_3 < +\infty,$$

$G_z$ – проекция вектора кинетического момента на вертикаль $Oz$, $H$ – полная энергия тела.

Рассмотрим возмущенное движение близкое к случаю Лагранжа под действием внешней среды. Примером может служить внешняя среда, медленно изменяющая свойства вязкости вследствие изменения плотности, температуры, состава среды. Возмущающие моменты $M_i$ $(i = 1,2,3)$ являются линейно-диссипативными и медленно изменяются во времени:

$$M_1 = -a(\tau)p, \quad M_2 = -a(\tau)q, \quad M_3 = -b(\tau)r^2, \qquad a(\tau), b(\tau) > 0, \quad \tau = \varepsilon t \qquad (3)$$

где $a(\tau)$, $b(\tau)$ – интегрируемые функции, зависящие от свойств среды.

Рассмотрим случаи, когда $a(\tau)$, $b(\tau)$ имеют вид:

а) $a(\tau) = a_0 + a_1\tau, \quad b(\tau) = b_0 + b_1\tau,$

$$a_0, \; a_1, \; b_0, \; b_1 - \text{const}; \qquad (4)$$

б) $a(\tau) = a_0 + \Delta a_1 e^{-\sigma\tau}, \quad b(\tau) = b_0 + \Delta b_1 e^{-\sigma\tau},$

$$a_0, \; \Delta a_1, \; b_0, \; \Delta b_1, \; \sigma - \text{const}. \qquad (5)$$

Усредненная система (2) с учетом условий (3–5) проинтегрирована численно и построены графики решения при разных начальных условиях и параметрах задачи.

При сравнении полученных результатов можно отметить, что при определенных начальных условиях в случае (4) проекция вектора кинетического момента $G_z$ и $r$ быстрее убывают к нулю, чем в случае (5). Полная энергия тела монотонно убывает. Величины $u_1$ и $u_2$ стремятся к значению –1, переменная $u_3$ стремится к единице. Под действием возмущающего момента (3) твердое тело стремится к устойчивому нижнему положению равновесия быстрее, чем в [1,5].


ЛИТЕРАТУРА

1. Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д., Черноусько Ф.Л. Возмущенные движения твердого тела, близкие к случаю Лагранжа. // Прикл. матем. мех. – 1979. – т.43, №5. –С. 771–778.
2. Акуленко Л.Д.,Лещенко Д.Д., Черноусько Ф.Л. Возмущенные движения твердого тела, близкие к регулярной. // Изв. АН СССР. Мех. тв. тела. – 1986. – №5. –С.3–10.
3. Лещенко Д.Д., Шамаев А.С. Возмущенные вращательные движения твердого тела, близкие к регулярной прецессии в случае Лагранжа. // Изв. АН СССР. Мех. тв. тела. – 1987. – №6. –С.8–17.
4. Сазонов В.В., Сидоренко В.В. Возмущенные движения твердого тела, близкие к регулярным прецессиям Лагранжа. // Прикл. матем. мех. – 1990. – т.54, №6.–С.951–957.
5. Лещенко Д.Д., Козаченко Т.А., Рачинская А.Л. Вращения волчка Лагранжа под действием нестационарных диссипативных моментов. // Вісник Одеськ. нац. ун-ту. Матем. і мех. – 2011. – т. 16, Вип. 16., Фіз. - мат. науки. – С. 152–157.
6. Суслов Г. К. Теоретическая механика. – М.: Гостехиздат, 1946 – 655с.


## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОМЕРНОГО ВРАЩЕНИЯ НА СТРУННОМ ПОДВЕСЕ ВОЛЧКА ЛАГРАНЖА С ДВУХСЛОЙНОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ


*Антоньева Н.В., Кононов Ю.Н.*

Донецкий национальный университет, Донецк, Украина


Задача о движении подвешенного на струне твердого тела с полостями, содержащими жидкость, является дальнейшим обобщением задачи о движении твердого тела с жидкостью вокруг неподвижной точки и представляет большое теоретическое и практическое значение.

Струнный подвес используется на практике при конструировании различного рода устройств с быстровращающимися телами, в том числе и заполненными жидкостью.

Рассмотрена задача об устойчивости равномерного вращения на струне волчка Лагранжа с цилиндрической полостью, заполненной двумя идеальными несмешивающимися жидкостями разной плотности. В предположении, что внутренняя поверхность двухслойной жидкости при достаточно большой величине угловой скорости вращения близка к цилиндрической, выведено частотное уравнение колебаний на струне волчка Лагранжа с двухслойной идеальной жидкостью. Получены и исследованы необходимые условия устойчивости равномерного вращения для случая массивного твердого тела и малого количества жидкости. На основании проведенных исследований показан принципиально различный характер эволюции устойчивости тривиального вращения волчка и тела с жидкостью на струне, в зависимости от соотношения моментов инерции, угловой скорости и плотностей жидкости. Данная работа обобщает рассмотренную в [1–3] задачу на случай струнного подвеса.