Означення 3. *Дивідірою 2-го роду функції* $f(x)$ *у точці* x *називається функція*

$$\overleftrightarrow{\frac{\delta f(x)}{\delta x}} := \lim_{x_1 \to x} \overleftrightarrow{\frac{f(x_1):f(x)}{x_1:x}} = \lim_{h \to 1} \overleftrightarrow{\frac{f(x \times h):f(x)}{h}} =$$

$$= \lim_{h \to 1} \log_h \left(\frac{f(x \times h)}{f(x)} \right).$$

Означення 4. *Операцію, обернену до* $\overleftrightarrow{\frac{\delta f}{\delta x}}$, *назвемо невизначеним мультигралом другого роду від функції* $f(x)$ *і позначимо так* ($C = \text{const}$)*:*

$$\mathrm{n}\,\delta x \uparrow f(x) = \mathrm{n}\,\delta x^{f(x)} := F(x)C \Leftrightarrow \overleftrightarrow{\frac{\delta F(x)}{\delta x}} = f(x).$$

Властивості дивідір першого роду:

$\delta_Y(t) = \frac{dY(t)}{dt}\left(Y(t)\right)^{-1}$, $\delta_K(t) = \frac{dK(t)}{dt}\left(K(t)\right)^{-1}$ і $\delta_L(t) = \frac{dL(t)}{dt}\left(L(t)\right)^{-1}$ – темпи випуску продукції Y, капіталу K і праці L відповідно

Економічна інтерпретація дивідір другого роду. Нехай $D(P)$ – попит на продукцію в залежності від ціни P. Тоді еластичність попиту від ціни є дивідірою другого роду від попиту $E_D(P) = \frac{P}{D(P)} \times \frac{dD(P)}{dP}$.

В доповіді будуть наведені теореми, що стосуються побудови явних формул для виробничих функцій двох змінних $u(x,y)$ із заданими змінними коефіцієнтами еластичності [2], а також результати і аналіз обчислювального експерименту, проведеного з виробничою функцією, яка зв'язує Y – обсяг випуску продукції, K – капітал, L – кількість працюючих і K/Y – фондоозброєність. Аналіз результатів обчислювального експерименту в роботі [3] дозволив зробити висновок про адекватність моделі Кобба – Дугласа експериментальним даним зі статті [4], присвяченій побудові виробничої функції, що відображує економічні основи розвитку легкої промисловості США.

ЛІТЕРАТУРА

1. Литвин О.М. Дивідіріальні та мультигральні числення. Монографія. – К.: Наук. думка, 2006. – 144 с.
2. Артюх М.В., Литвин О.М. Деякі теореми про виробничі функції від двох змінних зі змінними коефіцієнтами еластичності та їх застосування // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Зб.наук. праць. Темат.вип.: «Математичне моделювання в техніці та технологіях». – Харків: НТУ «ХПІ». – 2012. – №2. – с. 23–29.
3. Артюх М.В., Литвин О.М. Виробнича функція зі змінними коефіцієнтами еластичності, побудована на основі даних Кобба – Дугласа // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Зб.наук. праць. Темат.вип.: «Математичне моделювання в техніці та технологіях». – Харків: НТУ «ХПІ». – 2012. – №27. – с. 124–129.
4. Cobb C.W., Douglas P.H. A Theory of Production // Amer. Econ.Rev. – 1928. – December. – P. 139–165.

ПИРАМИДЫ С ПРАВИЛЬНЫМИ ДВУМЕРНЫМИ ГРАНЯМИ НАД МНОГОГРАННИКАМИ, ОТЛИЧНЫМИ ОТ ПРАВИЛЬНЫХ

[*]Архаров Д.В., Гурин А.М., Петров Л.В., Попов А.Н., Чёрный А.С.

Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина, Украина

Многогранники, отличные от правильных, но с правильными двумерными гранями, в разные года, в той или иной мере подробности, изучались, что отражено в обширном списке публикаций по теме многогранников. К поиску полного перечня выпуклых многогранников с правильными двумерными гранями в трехмерном евклидовом пространстве приступили после работы Есауловой в 1946 году. Методом Есауловой впервые найден полный список так называемых простых многогранников Залгаллера с правильными двумерными гранями без вершин и ребер, лежащих на одном лишь ребре или одной лишь грани, называемых условными вершинами и условными ребрами [1]. Заметим, что имеются определения иных простых многогранников, но в случае выпуклости и правильных граней они включаются в класс простых многогранников Залгаллера. Каждый многогранник Джонсона [2] суть либо простой многогранник, либо состоит из простых многогранников Залгаллера [1]. В [3] доказано, что список выпуклых многогранников с правильными гранями Джонсона суть полный список многогранников в классе выпуклых многогранников с правильными гранями без условных вершин и ребер [3]. В [3] указаны так же все выпуклые многогранники с правильными гранями, некоторые ребра которых суть условные ребра. Результат работы [3] проверен и доказан с применением компьютерной алгебры в [4]. В евклидовых пространствах размерности $n > 3$ так же изучались многогранники с теми или иными свойствами правильности. Например, для любого n, начиная от публикации [5], хорошо изучены все правильные многогранники. Изучались и однородные многогранники, но системное изучение выпуклых многогранников, у которых двумерные грани правильные, началось с работ [6, 7], где получены все пирамиды над правильными многогранниками в евклидовом пространстве произвольной размерности. Работа [7] завершила решение задачи, предложенной в виде примера в [5], о перечислении выпуклых пирамид и бипирамид с правильными двумерными гранями и с основаниями на правильных многогранниках.

Дуапризмами Коксетер [8] назвал выпуклые многогранники в четырехмерном евклидовом пространстве, каждый из которых составлен из двух и только двух видов трехмерных призм с правильными двумерными гранями так, что все вершины той или иной дуапризмы одинаково устроены. Комбинаторную структуру каждой дуапризмы найдем при помощи прямого произведения двух соответствующих правильных n- и m-угольников. Граф произвольной дуапризмы найдем при помощи декартового произведения двух соответствующих циклов. Например, прямое произведение двух квадратов дает комбинаторную структуру дуапризмы, тождественную четырехмерному кубу. Коксетер установил, что для каждой позиции матрицы размером (n, m), где n, m = 3, 4, 5, … можно поставить в соответствие одну и только одну дуапризму, полученную при помощи прямого произведения n- и m-угольников. Дуапризму Коксетера, полученную в результате прямого произведения n и m многоугольников будем обозначать скобками (n, m).

Постановка задачи. Назовем пирамиды над дуапризмами Коксетера пирамидами Коксетера первого рода. Очевидно это многогранники пятимерного пространства. Если вершина пирамиды расположена в пространстве основания пирамиды, то имеет в таком случае, например, для четырехмерного куба, лишь разбиение основания на пирамиды. Пирамиды с основаниями на пирамидах Коксетера первого рода назовем пирамидами Коксетера второго рода. Пирамиды Коксетера n – го рода это пирамиды над пирамидами Коксетера (n – 1) – го рода и расположены в (n + 4) – мерном пространстве. Аналогичная терминология вводится для бипирамид. То есть рассматриваются бипирамиды первого рода, пирамиды и бипирамидами второго рода с основаниями в виде пирамид и бипирамид первого рода и, аналогично, n – го рода. Таким образом, каждый представитель класса пирамид и бипирамид Коксетера n – го рода имеет в своем составе граней лишь одну дуапризму Коксетера. В сообщении будет приведено описание полного перечня пирамид и бипирамид Коксетера n – го рода. Метод изучения данного класса пирамид аналогичен методу, разработанному в [6, 7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Залгаллер В.А. Выпуклые многогранники с правильными гранями// Записки научн.семинаров ЛОМИ. – 1967. – С.1–220.
2. Johnson N.W. Convex polyhedra with regular faces// Canad. J. Math. – 1966. –v.18,№1. –P.169–200.
3. Гурин А.М, Залгаллер В.А. К истории изучения выпуклых многогранников с правильными гранями и гранями, составленными из правильных// Труды Санкт Петербургского матем. о–ва. – 2008. – т.14, – С.215–292.
4. Тимофеенко А.В. Выпуклые правильногранники с правильными гранями// Матем. Тр. – 2008. –т.11, №1.–С132–152.
5. Gosset Thorold. On the regular and semi-regular figures in space of n dimensions // Messenger of Mathematics. – 1900. – v.29, – P.43–48.
6. Петров Л.В., Гурин А.М., Попов А.Н. Выпуклые пирамиды 4-х мерного евклидового пространства с правильным гранями// Тез. докл. междунар. конф. «Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях». – 2011. – С.148.
7. Гурин А.М., Петров Л.В., Попов А.Н. Пирамиды и бипирамиды в E^n с правильными гранями и правильными многогранниками в основании// Тез. докл. междунар. конф. «Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях». – 2012.– С.42–43.
8. Coxeter H.S.M. Regular Skew Polyhedra in Three and Four Dimensions // Proc. LondonMath. Soc. – 1937. –v.43, –P.33–62.

ОБРАЩЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВНА ОСНОВЕ ДВУХ ОПЕРАТОРНИХ ТОЖДЕСТВ

Аршава Е.А.

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры, Украина

Изучается задача обращения интегральных операторов методом операторных тождеств, что является продолжением исследований, представленных в работах [1–3].

В качестве интегрального оператора рассмотрим ограниченный оператор в $L_2(U)$, где $U = \{x : 0 < x_1 < \omega_1, 0 < x_2 < \omega_2\}$ – прямоугольник на плоскости, вида

$$Sf = \frac{\partial}{\partial x_k}\frac{\partial}{\partial x_j}\int_U V(x,t)f(t)dt, \qquad (1)$$

$x = (x_1, x_2), t = (t_1, t_2), V(x,t) \in L_2(u), \forall x \in U.$ Такое представление для оператора верно при $k = 1, j = 2; k = 2, j = 1$.

Введем операторы

$$\hat{A}_1 f = \int_0^{x_1}(t_1 - x_1)f(t_1, x_2)dt_1,\ \hat{A}_1^* f = \int_{x_1}^{\omega_1}(x_1 - t_1)f(t_1, x_2)dt_1,$$

$$\hat{A}_2 f = \int_0^{x_2}(t_2 - x_2)f(x_1, t_2)dt_2,\ \hat{A}_2^* f = \int_{x_2}^{\omega_2}(x_2 - t_2)f(x_1, t_2)dt_2,$$

то есть $\hat{A}_1 = A_1^2,\ \hat{A}_{21} = A_2^2,$ где

$$A_1 f = i\int_0^{x_1} f(t_1, x_2)dt_1,\ A_2 f = i\int_0^{x_2} f(x_1, t_2)dt_2.$$

Доказаны

Теорема 1.*Если ядро оператора (1) удовлетворяет дифференциальному уравнению:*

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t_i^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}\right)\frac{\partial}{\partial x_j}V(x,t) = 0,\ i = 1, j = 2; i = 2, j = 1,$$

тогда $(\hat{A}_k S - S\hat{A}_k^*)f = M_{1k} \cdot M_{2k} f, k = 1, 2,$ где

$M_{11} f = x_1, M_{12} f = x_2,$