моделлю становить 20%, при η=0,5–60%, а уточнення колових напружень може перевищувати 40%.

ЛІТЕРАТУРА
1. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Голуб Г.П. Статика анизотропных оболочек с конечной сдвиговой жёсткостью. – Киев: Наук. 1987.– 216с.

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИЗОТРОПНОЙ И ОРТОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИИ СДВИГА

**Бесчетников Д.А., Львов Г.И.*

Национальный Технический Университет «Харьковский Политехнический Институт», Украина

Введение. В настоящее время одним из наиболее эффективных способов ремонта магистральных трубопроводов без остановки эксплуатации является установка бандажей из полимерных композитных материалов [1]. Перспективность данной методики подтверждается грантом «INNOPIPES» по 7-й Рамочной программе Европейского Союза. В целях проекта [2] отмечается необходимость проведения детальных исследований, направленных на повышение эффективности методик ремонта, использующих композитные материалы, ввиду несовершенства существующих стандартов их применения.

Важным аспектом в повышении эффективности бандажирования является обеспечение допустимых отрывных усилий между элементами ремонтного соединения, либо их полное устранение. Появление отрывных усилий следует из анализа реализации возможных конфигураций контакта, в которых отсутствует полное соприкосновение бандажа и цилиндрической оболочки [3]. В данной работе для двух склеенных соосных цилиндрических оболочек из изотропного и ортотропного материалов выполняется исследование влияния параметров конструкции на реализацию отрывных контактных усилий.

Постановка задачи. Рассматриваемое ремонтное соединение представлено на рис.1. Труба моделируется как длинная изотропная оболочка, а бандаж – как ортотропная короткая оболочка. Для проведения расчетов, параметры конструкции принимались следующими: R=505мм, h=10мм, h_b=10мм, L=100мм, P=6 МПа. Для упругих постоянных оболочки использовались характеристики стали: E=200 ГПа, μ=0,3. В качестве материала бандажа рассматривался стеклопластик со следующими механическими характеристиками: E_1=18,6 ГПа, E_2=24,6 ГПа, E_3=6 ГПа, μ_{12}=0,15, μ_{13}=0,42, μ_{23}=0,18, G_{12}=4 ГПа, G_{13}=3 ГПа, G_{23}=3 ГПа, R – радиус срединной поверхности; h – толщина оболочки; h_b – толщина бандажа; 2L – длинна бандажа; P – внутреннее давление.

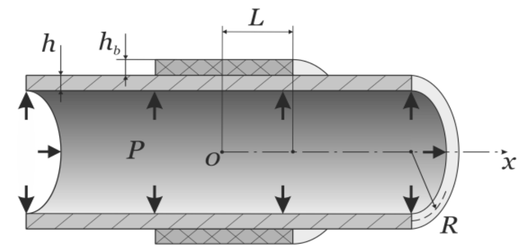

Рис.1 – Расчетная схема ремонтного соединения.

Для исследования отрывных усилий между склеенными оболочками, необходимо определить влияние параметров соединения на контактное давление. В точках, где осуществляется прижатие, контактное давление будет положительным. В точках, где возможно появление зазора – контактное давление станет отрицательным.

Решение и анализ результатов. Построение математической модели рассматриваемой конструкции выполнялось с использованием теории упругих оболочек типа Тимошенко [4], которая учитывает деформацию сдвига и позволяет получить более обоснованные результаты в контактных задачах.

При исследовании взаимодействия оболочек использовался метод сопряжения. Расчетная схема разбивалась на два участка: I (0≤x≤L) и II (x>L). Для каждого участка записывалась система дифференциальных уравнений относительно прогибов и углов поворота оболочек. Полученные в результате интегрирования решения сопрягались с помощью граничных условий. Ниже представлена полученная функция контактного давления P_K:

$$P_K = -\frac{5}{6} G_{13} h_b \left[\frac{d^2 W^I}{dx^2} + \frac{d\gamma^b}{dx} - 2g_b^2 W^I \right] \qquad (1)$$

где, W^I – прогиб оболочки на первом участке, γ^b – угол поворота в бандаже, $2g_b^2$ – функция, зависящая от упругих характеристик бандажа и его кривизны.

Для контрольных точек x=0 и x=L, были построены графики зависимостей контактного давления от геометрических параметров конструкции.

Выводы. На основе анализа полученных результатов, были сделаны следующие выводы:
– увеличение длины бандажа стабилизирует контактное давление и не приводит к появлению зон с отрицательным давлением;
– увеличение толщины бандажа приводит к появлению отрывных усилий.

Результаты данной работы могут быть полезны при проектировании бандажей из ортотропных композитных материалов, которые используются для неразрушающего ремонта магистральных трубопроводов.

ЛИТЕРАТУРА
1. Md Shamsuddoha, Md Maiunul Islam, at alias. Effectiveness of using fibre-reinforced polymer composites for underwater steel pipeline repairs // Composite structures: Elsevier, 2013. – rel.100 – P.40–54.

2. http://cordis.europa.eu/projects/rcn/104754_en.html международный Европейский проект «Innopipes».
3. Бесчетников Д.А., Львов Г.И. Контактная задача для цилиндрической оболочки с бандажом из композитного материала // Вестник НТУ «ХПИ». – 2012. – № 67. – С. 19–25.
4. Пелех Б.Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью – К.: Наукова думка, 1973. – 246с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЕЙ

Бобылев Д.Е.

Криворожский национальный университет, г. Кривой Рог, Украина

При решении однородных задач на внешней границе обычно задаются только вектор усилия и уравнение системы

$$u_i^{[n]}(Q) = \int_{\partial\Omega^{[n]}} I_{i;k}^{[n]}(Q, q_0) f_k^{[n]}(q_0) dl \qquad (1)$$

не используется. Однако при рассмотрении кусочно-однородных тел на внутренних контактах приходится иметь дело с данным уравнением, которое является интегральным уравнением первого рода. Это обстоятельство, а также достаточно высокий порядок системы

$$\left.\begin{aligned} b_{xi} &= \sum_{j=1}^{N} A_{ij}^{'} f_{xj} + \sum_{j=1}^{N} B_{ij}^{'} f_{yj} \\ b_{yi} &= \sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{'} f_{xj} + \sum_{j=1}^{N} D_{ij}^{'} f_{yj} \end{aligned}\right\} i = 1, \ldots, N \qquad (2)$$

и отсутствие диагонального преобладания приводит к плохой обусловленности. Уравнения, полученные в (2) для близко расположенных друг к другу граничных элементов слабо различимы. Данный факт приводит к невозможности получения корректного численного решения при непосредственном применении к системе (2) известных методов решения линейных уравнений. Итерационные методы демонстрировали расхождение невязки уже с первых итераций. Прямые методы давали решение, не соответствующее физической природе рассматриваемых задач.

Данные результаты послужили причиной разработки методики регуляризации численного решения СЛАУ, основанной на методе А.Н. Тихонова [1, 3].

Метод регуляризации. При численном решении система интегральных уравнений метода граничных элементов с использованием квадратурной формулы прямоугольников приводится к системе линейных алгебраических уравнений (2). Представим данную систему в виде:

$$Ax = b . \qquad (3)$$

Вследствие неустойчивости системы существует множество решений системы, которые с заданной степенью точности удовлетворяют (3). Тогда её решение неоднозначно и пусть Q – совокупность всех возможных решений. В этих условиях ставится задача нахождения нормального решения x^* относительно некоторого вектора x_0. Это решение определяется условием

$$\left\| x^* - x_0 \right\| = \inf_{x \in Q} \left\| x - x_0 \right\| . \qquad (4)$$

Доказано [2], что для замкнутого и выпуклого множества Q элемент x^* определён однозначно и в случае регулярных задач совпадает с единственным решением системы. Таким образом, понятие нормального решения обобщает понятие решения как «плохих», так и хороших систем.

Следовательно, необходимо из этого множества выбрать решение, отвечающее определённым требованиям. Поставим задачу отбора решения, которое обеспечивает минимум функционала

$$\Omega[x] = \left\| x - x_0 \right\|^2 , \qquad (5)$$

где Ω – сильно выпуклый функционал, определённый в гильбертовом пространстве X элементов x, и такой, что множество $\bar{X} = \{x : \Omega[x] \le C, C > 0\}$ – есть компакт в X. Естественно, что решение задачи при точных исходных данных является элементом множества $\bar{X}$. Согласно определению (4), отобранное таким образом решение естественно назвать приближённым решением.

Поскольку функционал (5) регуляризующий, а также квазимонотонный [5], то задача минимизации (5) на множестве элементов X эквивалентна задаче минимизации сглаживающего параметрического функционала А.Н. Тихонова [5] на множестве элементов x

$$f(x) = \left\| Ax - b \right\|^2 + \alpha \left\| x \right\|^2 , \qquad (6)$$

где $\alpha = \alpha > 0$ параметр регуляризации, A – матрица СЛАУ из (3), b – вектор граничных условий.

Доказано [3], что решение задачи (6) является регуляризующим, поскольку отвечает основным принципам регуляризации: решение существует, единственно и устойчиво.

В данной работе изложен легко реализуемый на практике алгоритм решения задачи (6), который состоит из многократных формирований и решений систем линейных уравнений конечными методами. Алгоритм содержит внешний и внутренний циклы, которые обеспечивают выполнение условия, свидетельствующего о получении регуляризованного решения системы (3).

Построен алгоритм регуляризации решения плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений, появляющихся после дискретизации системы интегральных уравнений, описывающих задачу расчёта напряжённого состояния кусочно-однородных тел.