В ходе аквариумного эксперимента, имитирующего в опыте отсутствующий в контроле ДБП со вторичным загрязнением водоема мертвым органическим веществом, роль используемых в ДМДС компонентов системы играли спектральные параметры фитоперифитона. Речь идет о параметрах, отражающих количество хлорофилла (КХ), суммарное количество хлорофилла и других растительных пигментов (СП), отношение к хлорофиллу других пигментов (ОХП) и латентном компоненте (ЛК), характеризующимся отсутствием корреляции с КХ, СП и ОХП, которая может быть обусловлена связью "+,–".

Во всех матрицах отношений (МО), построенных по данным контрольного варианта аквариумного эксперимента, присутствует одинаковое влияние ЛК на КХ и ОХП и отношения «0,0» между КХ и ОХП, чему соответствует статистически достоверная положительная корреляция между КХ и ОХП и совпадение по фазе их изменений. В опыте имеем различные влияния ЛК на КХ и ОХП, отношения «+,–» между КХ и ОХП , чему соответствует отсутствие указанного выше совпадения фаз и статистически достоверной корреляции между КХ и ОХП.

Полученные результаты, рассматриваемые авторами как предварительные, создают определенные предпосылки для повышения диагностической ценности сочетания корреляционного анализа и ДМДС с целью оценки состояния гидробиоценоза .

ЛИТЕРАТУРА:

1. BespalovYu., GorodnyanskiyI., ZholtkevychG., ZaretskayaI., NosovK., BondarenkoT., KalinovskayaK., CarreroY. Discrete Dynamical Modeling of System Characteristics of a Turtle's Walk in Ordinary Situations and After Slight Stress // Бионика интеллекта. – 2011. – № 3 (77), – С. 54–59.

ВПОЛНЕ СИЛЬНО ПОРИСТЫЕ МНОЖЕСТВА И ИХ ХАРАКТЕРИЗАЦИИ

Билет В. В., Довгошей А. А.

Институт прикладной математики и механики НАН Украины, Донецк, Украина

Пусть $E \subseteq [0,+\infty)$. Напомним определение правосторонней пористости множества *E* в точке 0.

Определение 1. *Правосторонней пористостью множества E в точке 0 называется величина*

$$p^{+}(E,0) := \overline{\lim_{h\to 0}}\frac{\lambda(E,0,h)}{h},$$

где $\lambda(E,0,h)$ – *длина наибольшего открытого подинтервала* $(0,h)$, *не содержащего точек из E. Множество E называется сильно пористым справа в точке 0, если* $p^{+}(E,0)=1$.

Обзор фундаментальных результатов, связанных с понятием пористости множества в точке в различных вопросах анализа, можно найти, например, в [1].

Введем класс вполне сильно пористых множеств, являющийся собственным подклассом локально сильно пористых подмножеств *R* и представим их некоторые характеристические свойства.

Пусть $E \subseteq [0,+\infty)$, обозначим через $\boldsymbol{E}_0^d$ множество всех последовательностей $\tilde{\tau} = \{\tau_n\}_{n\in N}$ таких, что $\tau_{n+1} \le \tau_n$, $\lim_{n\to\infty}\tau_n = 0$ и $\tau_n \in E\setminus\{0\}$ для всякого $n \in N$.

Определение 2. *Пусть* $E \subseteq [0,+\infty)$ *и* $\tilde{\tau} \in \boldsymbol{E}_0^d$. *Множество E называется* $\tilde{\tau}$ *– сильно пористым (в точке 0), если существуют константа* $c \ge 1$ *и последовательность интервалов* $(a_n,b_n) \subset (0,\infty)\setminus E$ *такие, что* $\lim_{n\to\infty}(a_n/b_n)=0$ *и* $(1/c)a_n \le \tau_n \le ca_n$ *для всякого* $n\in N$. *Множество E называется вполне сильно пористым в точке 0, если E является* $\tilde{\tau}$ *– сильно пористым для всякой последовательности* $\tilde{\tau}\in\boldsymbol{E}_0^d$.

Пусть $\boldsymbol{I}_E^d$ – множество последовательностей $\{(a_n,b_n)\}_{n\in N}$ открытых интервалов $(a_n,b_n)\subset[0,\infty)$ такое, что: (1) всякое a_n является строго положительным; (2) $a_{n+1}\le a_n$ для всякого $n\in N$; (3) $(a_n,b_n)\cap E=\varnothing$, но для всякого $(a_n,b_n)\subseteq(a,b)$ имеет место импликация

$$((a,b)\ne(a_n,b_n)) \Rightarrow ((a,b)\cap E\ne\varnothing);$$

(4) $\lim_{n\to\infty}a_n=0$ и $\lim_{n\to\infty}(b_n-a_n)/b_n=1$.

Определение 3. *Множество* $E\subseteq[0,+\infty)$ *называется равномерно сильно пористым (в точке 0), если существует константа* $c\ge1$ *такая, что для всякой последовательности* $\tilde{\tau}\in\boldsymbol{E}_0^d$ *существуют* $\{(a_n,b_n)\}_{n\in N}\in\boldsymbol{I}_E^d$ *и* $n(\tilde{\tau})\in N$ *такие, что* $(1/c)a_n\le\tau_n\le ca_n$ *для всякого* $n\ge n(\tilde{\tau})$.

Определение 4. *Пусть* $\boldsymbol{A} := \{(a_n,b_n)\}_{n\in N}\in\boldsymbol{I}_E^d$ *и* $\boldsymbol{L} := \{(l_n,m_n)\}_{n\in N}\in\boldsymbol{I}_E^d$. *Тогда* $\boldsymbol{A}\le\boldsymbol{L}$, *если существуют натуральное число* $N_1=N_1(\boldsymbol{A},\ \boldsymbol{L})$ *и функция* $f: N_{N_1}\to N$, *где* $N_{N_1}:=\{N_1,N_1+1,...\}$ *такие, что* $a_n=l_{f(n)}$ *для всякого* $n\in N_{N_1}$. *Элемент* $\boldsymbol{L}\in\boldsymbol{I}_E^d$ *является универсальным, если* $\boldsymbol{A}\le\boldsymbol{L}$ *для всякого* $\boldsymbol{A}\in\boldsymbol{I}_E^d$.

Пусть $\boldsymbol{L} := \{(l_n,m_n)\}_{n\in N}\in\boldsymbol{I}_E^d$ – универсальный элемент. Определим величину

$$M(\boldsymbol{L}) := \overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{l_n}{m_{n+1}}.$$

Теорема. *Пусть* $E\subseteq[0,+\infty)$ *– сильно пористое справа в нуле множество и пусть 0 – предельная точка множества E. Следующие утверждения эквивалентны.*

(i) E является вполне сильно пористым множеством.

(ii) Множество $\boldsymbol{I}_{\mathrm{E}}^{\mathrm{d}}$ *содержит универсальный элемент* $\mathbf{L}$ *такой, что* $M(\mathbf{L}) < \infty$.
(iii) E является равномерно сильно пористым множеством.

Сформулированные результаты используются для описания условий равномерной ограниченности и равномерной дискретности пространств, предкасательных к заданному метрическому пространству в фиксированной точке (см. [2]). Для описания условий ограниченности всех пространств, предкасательных к заданному метрическому пространству в отмеченной точке, рассматривается некоторая модификация $\tilde{\tau}$ – сильно пористые множества в точке (см. [3]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Thomson B. S. Real Functions. Lecture Notes in Mathematics, v. 1170. Springer–Verlag, Berlin, Heidelberg, NewYork, Tokyo, 1985. – 229 p.
2. БилетВ. В., ДовгошейА. А. Инфинитезимальнаяограниченностьметрическихпространствисильнаяодностороннняяпористость //Доповіді НАН Україні. – 2013. – № 2. – С. 13 – 18.
3. Bilet V. V., Dovgoshey O. A. Boundedness of pretangent spaces to general metric spaces // Annales Academiæ Scientarum Fennicæ Mathematica. – 39. – doi: 10.5186 / aasfm 2014.3902 (in print).

ОТТАЛКИВАНИЕ УРОВНЕЙ И ДИНАМИЧЕСКОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ В КОЛЬЦЕВОМ БИЛЛИАРДЕ

*[*1]Вакульчик И.Ю., [2]Черкасский В.А.*

[1]Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина
[2]ИТФ им. А.И. Ахиезера ННЦ ХФТИ НАН Украины, Харьков, Украина

В течение последних десятилетий начала активно развиваться новая область исследований, посвященная изучению так называемого квантового хаоса. Под этим понятием подразумевается поведение квантовых систем, чей классический аналог демонстрирует хаотическую динамику.

Одним из наиболее простых классов систем, проявляющих хаотичность, являются плоские биллиарды: двумерные одночастичные беспотенциальные системы, ограниченные в конечной области. Динамика (как классическая, так и квантовая) таких систем определяется исключительно геометрией границы. В данной работе граница выбрана следующим образом: движение происходит в области между двумя окружностями различного радиуса. Такая система называется кольцевым биллиардом. Кольцевой биллиард является чисто регулярным, если окружности его границы имеют общий центр, и демонстрирует хаотическую динамику в ином случае. Кольцевой биллиард – широко изучаемая в данном контексте система [1–3]. Помимо удобства для изучения фундаментальных свойств квантового хаоса, кольцевой биллиард представляет интерес для экспериментальных и прикладных исследований, в рамках которых является моделью микроволновых полостей [4–5].

При смещении центра внутренней окружности от центра внешней система перестает быть интегрируемой (регулярной) и постепенно начинает проявлять хаотические свойства. Для классической системы это проявляется в постепенном разрушении регулярных торов. Удобным инструментом, позволяющим изучать этот процесс, является построение сечений Пуанкаре для биллиардов. Они сводят полную динамику системы к отображениям координат и углов падения частицы в моменты столкновений с границей.

В квантовом случае важным эффектом хаотизации является появление так называемых отталкиваний уровней (avoided crossings). Заключается он в следующем: при изменении параметра сдвига центра внутреннего диска меняются энергии всех состояний системы. Некоторые из уровней энергии начинают сближаться. Но, ввиду ограничений, накладываемых симметрией, энергии уровней одинаковой симметрии не могут пересечься, поэтому при достаточно большом приближении они начинают отталкиваться. Это явление может повлечь за собой появление так называемого динамического туннелирования: туннелирования между состояниями, переход между которыми в классическом случае запрещен не наличием потенциального барьера, а уравнениями динамики [2].

Цель данной работы: изучить отталкивание хаотических и регулярных уровней в кольцевом биллиарде, а так же возникающее при этом динамическое туннелирование. Кроме рассмотрения собственно квантовой задачи проведено сопоставление результатов с классической динамикой путем изучения взаимосвязи классического сечения Пуанкаре и одного из его квантовых аналогов, функций Хусими-Пуанкаре.

Математически, задача о квантовом биллиарде выражается двумерным свободным уравнением Шредингера

$$\left(\mathrm{k}^2 + \Delta\right)\psi(\mathbf{r}) = 0,\ \mathbf{r} \in \Omega, \qquad (1)$$

где Ω – область биллиарда. Упругим стенкам соответствует граничное условие Дирихле

$$\psi(\mathbf{r} \in \partial\Omega) = 0. \qquad (2)$$

Для численного решения уравнения (1) использован метод интеграла по границе. Он позволяет с помощью функций Грина однородного уравнения Шредингера свести двумерное дифференциальное уравнение (1) с граничными условиями (2) к одномерному интегральному уравнению относительно нормальной производной волновой функции на границе. Получаемое таким образом интегральное уравнение путем дискретизации приводится к системе линейных однородных уравнений, решения которых находятся из анализа сингулярного разложения матрицы системы. Данный метод позволяет эффективно