телом с известными механическими характеристиками. Система определяющих условий для подобной механической системы включает дифференциальные уравнения сохранения импульса, энергии и массы, а также граничные, начальные, контактные условия, реологические соотношения и уравнения состояния.

Для численного решения использовался смешанный подход ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) [1]. Механико – математическое моделирование позволило с высокой степенью точности получить те характеристики импульсного взаимодействия контактирующих тел, которые или невозможно, или затруднительно получить в эксперименте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Donea J., A. Huerta, J.-P. Ponthot, A. Rodrguez-Ferran Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods // Encyclopedia of Computational Mechanics. – John Wiley&Sons, 2004. – P.1–38.

ROPEJUMPING: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ ДЛЯ СОВЕРШЕНИЯ ПРЫЖКОВ И СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ВЫСОТНЫХ ОБЪЕКТОВ

Бокоч А.В.[1], Борисов И.Д.[2], Жеребцов Ю.А.[1], Максимов Б.А.[1], ∗ Пославский С.А.[2], Руднев Ю.А.[2] , Хархан И.Л.[1]

[1]Общественная организация «Международная федерация роуп-джампинга», Украина

[2]Харьковский национальный університет им. В.Н.Каразина, Украина

Роуп-джампинг (RopeJumping) – прыжки и полеты на веревке – технический вид спорта, приобретающий все большую популярность (http://www.youtube.com/watch?v=S2eEC16_Ws4). Некоторые типы веревочных систем для совершения прыжков и полетов с высотных объектов описаны в патенте [1]. Основными конструктивными элементами таких систем являются альпинистские веревки различных видов. Благодаря упругим и демпфирующим свойствам веревок торможение человека, совершающего прыжок, осуществляется достаточно плавно (с перегрузками, не превышающими допустимые нормы). В рекордных прыжках, выполненных к настоящему времени, фазы свободного падения и торможения в сумме достигали 360 м. (http://www.youtube.com/watch?v=ZNXS9L-GWjM).

Поскольку к безопасности прыжков предъявляются очень жесткие требования, важное значение приобретают расчеты предельных нагрузок, действующих на человека и на элементы веревочной системы. Кроме того, необходимо проведение предварительных расчетов возможных траекторий человека. Такие расчеты призваны установить безопасные режимы осуществления прыжков, исключающие столкновение человека с рельефом.

В данной работе предложены математические модели веревочных систем для совершения прыжков с высотных объектов. Альпинистские веревки в этих моделях представляются как вязкоупругие нити, подверженные переменным нагрузкам. Для исследования динамики веревочных систем на основе предложенных моделей разработаны численные конечно-разностные методы решения соответствующих начально-краевых задач для систем нелинейных дифференциальных уравнений.

Выполнены расчеты нагрузок и траекторий для конкретных веревочных систем в широком диапазоне значений определяющих параметров. Проведен подробный анализ влияния различных факторов (погодных условий, аэродинамического сопротивления, трения в элементах веревочной системы) на траекторию человека и максимальные эксплуатационные нагрузки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шкаліков О.А., Жеребцов Ю.О., Безух О.А., Хархан І.Л. Хіжняк С.В., Здоренко О.В. «Система для здійснення стрибків та вільного падіння з висотних об'єктів». Патент України на корисну модель № 69561 від 25.04.2012, Бюл. № 8.

РАВНОВЕСНЫЕ ФОРМЫ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НАМАГНИЧИВАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ И ИХ УСТОЙЧИВОСТЬ

*Борисов И.Д., *Поцелуев С.И., Руднев Ю.И.*

Харьковский национальный университет имени В.Н.Каразина

Рассматриваются равновесные формы свободной поверхности намагничивающейся жидкости, подверженной действию постоянного магнитного поля, сил поверхностного натяжения и внешнего (не зависящего от расположения жидкости в сосуде) потенциального поля массовых сил (гравитационных или инерционных). Подробно исследованы осесимметричные формы равновесия неэлектропроводной равномерно вращающейся жидкости в азимутальном магнитном поле. В этом случае напряженность магнитного поля имеет вид: $H_r = H_z = 0,\ H_\vartheta = J/(2\pi r)$ (r, ϑ, z – цилиндрические координаты, J – полный ток, охватываемый контуром $r = \text{const}$). Пусть $r = r(s),\ z = z(s)$ – уравнения равновесной линии (линии пересечения свободной поверхности с полуплоскостью $\vartheta = \text{const}$), где s – длина дуги этой линии, отсчитываемая от некоторой произвольной точки на ней. Для жидкости, намагничивающейся по закону Ланжевена: $M = M_S(\text{cth}(\gamma H)) - 1/(\gamma H))$, функции $r(s), z(s)$ являются решениями системы дифференциальных уравнений:

$$r'' = -z'k, \; z'' = r'k,$$
$$k(r,z,z') := bz - \frac{z'}{r} - \frac{q_0}{\gamma} \ln\left(\frac{r}{\alpha} \operatorname{sh} \frac{\alpha}{r}\right) - p r^2 + c, \tag{1}$$
$$(' := d/ds; \; r'^2 + z'^2 = 1), \quad b := \pm \frac{\rho g}{\sigma},$$
$$q_0 := \pm \frac{\mu_0 M_S J}{2\pi\sigma}, \quad \alpha := \frac{\gamma J}{2\pi} \quad p = \pm \frac{\rho\omega^2}{\sigma}$$

где $\rho -$ плотность жидкости, $\sigma -$ коэффициент поверхностного натяжения, $\omega -$ угловая скорость вращения жидкости, $M -$ намагниченность единицы объема жидкости, $c -$ произвольная постоянная. Параметры b, q_0, p в (1) выбираются со знаком $+(-)$, если область, занятая намагничивающейся жидкостью, расположена справа (слева) при движении вдоль равновесной линии с возрастанием s.

В случае полного магнитного насыщения жидкости ($M = M_S = \text{const}$) в (1) следует принять

$$k(r,z,z') = bz - z'/r - q_0/r - pr^2 + c,$$

а в случае линейного намагничивания:

$$k(r,z,z') = bz - z'/r - q_1/r^2 - pr^2 + c,$$
$$q_1 := \mu_0(\mu - 1)J^2/(8\pi^2\sigma)$$

Подробно изучены качественные свойства решений полученных уравнений. Показано, в частности, что семейство интегральных линий системы (1) на плоскости (r,z) при $b = 0$ (условия невесомости) содержит замкнутые кривые, отвечающие кольцеобразным фигурам равновесия жидкости.

На основе принципа минимума потенциальной энергии получены условия устойчивости равновесных конфигураций намагничивающейся равномерно вращающейся жидкости, сводящиеся к проверке знака наименьшего собственного значения $\lambda_{\min}$ спектральной краевой задачи:

$$-\sigma\Delta_\Gamma\zeta + a\zeta + \eta +$$
$$+\left\{B_n \frac{\partial\psi}{\partial n} + \mu_0\mu_H(\vec{e}_H \cdot \nabla\psi)H_n^2 - \left(\vec{B}_\tau \cdot \nabla_\Gamma\psi\right)\right\}_\Gamma = \lambda\zeta;$$
$$\frac{\partial\zeta}{\partial\nu} + \kappa\zeta = 0 \;\; \text{на} \;\; \partial\Gamma; \qquad \int_\Gamma \zeta \, d\Gamma = 0;$$
$$\operatorname{div}\mu^{(k)}\widehat{\nabla}^{(k)}\psi^{(k)} = 0 \quad \text{в} \;\; \Omega_k, \quad k=1,2,3;$$
$$\mu_0\left\{\mu\frac{\partial\psi}{\partial n} + \mu_H(\vec{e}_H \cdot \nabla\psi)H_n\right\}_\Gamma = -\left\{\operatorname{div}_\Gamma\zeta\vec{B}_\tau\right\}_\Gamma,$$
$$\{\psi\}_\Gamma = \{H_n\}_\Gamma\,\zeta \;\; \text{на} \;\; \Gamma;$$
$$\{\psi\}_S = 0, \quad \mu_0\left\{\mu\frac{\partial\psi}{\partial n} + \mu_H(\vec{e}_H \cdot \nabla\psi)H_n\right\}_S = 0 \;\; \text{на} \;\; S;$$
$$\psi(\vec{x}) \to 0 \;\; \text{при} \;\; |\vec{x}| \to \infty;$$
$$a := \rho\vec{n}\cdot\nabla\Phi/\sigma - (k_1^2 + k_2^2) + \left\{b^{\alpha\beta}H_\alpha B_\beta - (k_1 + k_2)H_n B_n\right\}_\Gamma,$$
$$\Phi = gz - \omega^2 r^2/2,$$
$$\kappa := (k_\Gamma\cos\alpha + k_S)/\sin\alpha, \quad \vec{e}_H^{(k)}(\vec{x}) = \vec{H}^{(k)}(\vec{x})/H^{(k)}(\vec{x})$$

Здесь $\zeta -$ отклонения возмущенной свободной поверхности жидкости Γ, отсчитываемые по нормали $\vec{n}$ к Γ; $S -$ поверхность контакта жидкости с твердой стенкой; $\psi -$ возмущение потенциала магнитного поля (остальные обозначения см. в [1,2]). Фигурные скобки с нижним индексом Γ или S означают скачок заключенной в них величины при переходе поверхности раздела сред, указанной в качестве индекса: $\{A\}_\Gamma := \left(A^{(2)} - A^{(1)}\right)\Big|_\Gamma$.

Равновесное состояние жидкости устойчиво, если $\lambda_{\min} > 0$, и неустойчиво, если $\lambda_{\min} < 0$.

В пространстве безразмерных параметров определены области устойчивости осесимметричных равновесных форм намагничивающейся жидкости, заключенной между двумя горизонтальными пластинами и окружающей вертикальный проводник с током, между двумя коаксиальными цилиндрами, и в ряде других случаев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисов И.Д. Устойчивость равновесия намагничивающейся капиллярной жидкости. // Магнитная гидродинамика. – 1983. – N2. – С.45–54.
2. BorisovI.D., YatsenkoT.Yu. Smalloscillationsofmagnetizableidealfluid. // J. Math. Physics, Analysis, Geometry. – 2010. – v.6. – N4. – P. 383 – 395.

РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ В ЧИСЛЕННОМ ИССЛЕДОВАНИИ АЭРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ В ТУРБОМАШИНАХ

Ванин В.А., Русанов А.В.

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Наиболее широкое распространение получили методы построения конечномерных моделей для математических моделей аэрогидродинамических процессов, которые условно можно разделить на два. Методы основанные на конечноэлементном представлении решения (метод Галеркина (МГ), метод конечных элементов (МКЭ), метод конечных суперэлементов (МКСЭ)) и конечноразностные (метод конечных разностей(МКР), метод конечных объемов(МКО)). Отметим наличие между ними глубокой внутренней связи [1].

Начавшийся процесс их взаимопроникновения приводит к новым численным методам и новым теоретическим предположениям о дальнейших путях развития. В конечноразностных методах появляется реконструкция (восполнения) распределения искомых параметров в пределах расчетных ячеек, представляющая аналог координатного элемента как в методе Галеркина. Аналогично, в методе Галеркина используют координатные функции, порождающие системы алгебраических уравнений с разреженной матрицей