решить проблему нахождения квазивырожденных состояний, типичную для этого класса задач [6].

В результате применения этого метода численно получены энергетические уровни и волновые функции состояний кольцевого биллиарда в области спектра, в которой проявляются хаотические эффекты. Путем варьирования параметра смещения внутреннего диска биллиарда получены примеры отталкивания хаотических и регулярных уровней. С помощью сравнения квантовых функций квазираспределения Хусими-Пуанкаре и классических сечений Пуанкаре детально изучено соответствие полученных квантовых состояний и классических орбит. Для отталкивающихся состояний построена временная динамика динамического туннелирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. BohigasO., etal. Quantum tunneling and chaotic dynamics. // Nuclear Physics A560, 1993
2. Frischat S.D., Doron E. Dynamical tunneling in mixed systems. // Physical Rev. Ser.E. – 1998. – v.57,N2.
3. Robinett R.W. Periodic orbit theory analysis of the circular disk or annular billiard: Nonclassical effects and the distribution of energy eigenvalues. // Am.J. Phys. – 1999. – v.67, N1.
4. Hentschel M., Richter K. Quantum chaos in optical systems: The annular billiard. //arXiv:physics/0210002
5. Acker A., et al. Quality factors and dynamical tunneling in annular microcavities. //arXiv:903.097
6. Backer A. Numerical aspects of eigenvalue and eigenfunction computations for chaotic quantum systems. //arXiv:nlin/0204061v1.

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КВАЗИЭНЕРГИЙ И КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ

[1]*Вакульчик И.Ю.*, [*2]*Черкасский В.А.*

[1]Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина
[2]ИТФ им. А.И. Ахиезера ННЦ ХФТИ НАН Украины, Харьков, Украина

Спектральный метод решения стационарного уравнения Шредингера был предложен в работе [1] и явился привлекательной альтернативой более традиционному методу диагонализации. Спектральный метод активно использовался в ряде работ [2–5] одним из авторов (Черкасский В.А.) для получения спектров энергии и стационарных волновых функций в двумерных гамильтоновых системах достаточно сложной формы, где также предложены некоторые усовершенствования этого метода. К сожалению, несмотря на свои многочисленные преимущества, спектральный метод получил недостаточную известность, чем объясняется скудный выбор литературы по его использованию в стационарных физических задачах. Напротив, при численном анализе физических моделей с периодической внешней силой (накачкой) спектральный метод быстро доказал свои преимущества, и на сегодняшний день стандартным методом вычисления квазиэнергий является численный анализ матрицы оператора эволюции, который по существу есть комбинация спектрального метода и метода диагонализации.

В настоящей работе предлагается анализ эффективности спектрального метода для вычисления спектра квазиэнергий и квазистационарных состояний в так называемых «полутора-размерных» системах, то есть одномерных физических моделях при наличии периодической внешней силы. Представленные результаты относятся к трем типам систем.

Во-первых, рассмотрен гармонический осциллятор с периодической накачкой – это одна из немногих систем, для которой квазиэнергии и квазистационарные волновые функции известны аналитически [6,7]. На примере этой точно решаемой системы проанализированы вопросы сходимости метода и наиболее эффективные пути достижения желаемой точности результата.

Во-вторых, рассмотрен нелинейный осциллятор произвольной четной степени с периодической гармонической накачкой. Такая система представляет интерес с точки зрения классического и квантового хаоса, поскольку в определенном интервале амплитуд накачки в ней с ростом энергии движения наблюдается аномальный (тройной) переход от регулярной динамики к хаотической и обратно [8]. Ввиду отсутствия точных решений для этой модели проведено сравнение результатов, полученных спектральным методом и методом диагонализации матрицы Флоке.

Наконец, в-третьих, рассмотрен случай периодической внешней силы, приложенной к семейству потенциалов, изоспектральных гармоническому осциллятору с добавленным уровнем энергии ниже основного состояния. Такое семейство точно решаемых одномерных моделей может быть получено методами суперсимметричной квантовой механики [9–11] и представляет большой интерес с точки зрения приложений. Наличие аналитических выражений для волновых функций в отсутствие накачки в таких моделях является важным преимуществом, особенно с учетом того факта, что сама форма потенциала оказывается весьма сложной и обладает несколькими локальными минимумами. В присутствии накачки не удается найти точных решений для такой модели, так что приведены численные результаты, полученные спектральным методом, методом диагонализации матрицы Флоке, а также методом теории возмущений в пределе малых амплитуд внешней силы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Feit M.D., Fleck J.A., Steiger Jr. and A. Solution of the Schrödinger Equation by a Spectral Method // J. Comp. Phys. – 1982. – v. 47. – P.412–433.
2. Berezovoj V.P., Bolotin Yu.L., Cherkaskiy V.A. Quantum Manifestations of Classical Stochasticity in the Mixed State // Prog. Theor. Phys. Supplement. – 2003. – v.150. – P. 326–329.

3. Berezovoj V.P., Bolotin Yu.L., Cherkaskiy V.A. Signatures of quantum chaos in wave functions structure for multi-well 2D potentials. // Phys. Lett. A. – 2004. – v.323. – P. 218–223.
4. БерезовойВ.П., БолотинЮ.Л., ЧеркасскийВ.А. Проявленияквантовогохаосавквадрупольныхповерх ностныхосцилляцияхядер // Вестник ХНУ. – 2004. – № 628. – С. 47–60.
5. Черкасский В.А. Комбинированное применение численных и аналитических методов при исследовании квантового хаоса в гладких потенциалах сложной геометрии // Вестник ХНУ. – 2005. – № 710. – С. 47–64.
6. Husimi K. Miscellanea in Elementary Quantum Mechanics, II // Progr. Theor. Phys. – 1953. – v.9(4). – P. 381–402.
7. Kerner F.H. Note on the forced and damped oscillator in quantum mechanics // Can. J. Phys. – 1958. – v.36(3). – P. 371–377.
8. BolotinYu.L., GoncharV.Yu., Granovsky M.Ya. The regularity-chaos-regularity transition in a periodically driven anharmonic oscillator // Physica D – 1995. – v.86 – P. 500–507.
9. Berezovoj V.P., Pashnev A.I, Extended N=2 supersymmetric quantum mechanics and isospectral Hamiltonians // Z. Phys. C – Particles and Fields – 1991. – v.51. – P. 525–529.
10. Berezovoj V.P., G. I. Ivashkevych, M. I. Konchatnij Exactly solvable diffusion models in the framework of the extended supersymmetric quantum mechanics // Phys. Letters A – 2010. – v. 374(9) – P. 1197–1200.
11. Berezovoj V.P., Konchatnij M.I., Nurmagambetov A.J. Tunneling dynamics in exactly-solvable models with triple-well potentials // J. Phys. A: MathematicalandTheoretical – 2013. – v. 46(6). – P.065302.

ОГЕОДЕЗИЧЕСКОМДИАМЕТРЕМНОГОГРАН НОЙПОВЕРХНОСТИ

ВласенкоД.И., ЖурбаО.В.

Харьковскийнациональныйуниверситет имениВ.Н. Каразина, Харьков, Украина

Внутренним расстоянием между точками на поверхности называется инфинум длин кривых, лежащих на поверхности и соединяющих данные точки. Внутренним или геодезическим диаметром поверхности называется максимум внутренних расстояний по всем парам точек на поверхности.

В работе рассматривается задача нахождения геодезического диаметра многогранной поверхности. В 2005 г. В.А. Залгаллером была решена задача нахождения геодезического диаметра для произвольного тетраэдра. В 2006 г. Ю.Г. Никоновым была решена аналогичная задача для произвольного прямоугольного параллелепипеда.

Оказалось, что на тетраэдре пара точек, на которых достигается геодезический диаметр, содержит одну из вершин. А для прямоугольного параллелепипеда, так будет не всегда, а только при соответствующем соотношении длин сторон. Нами изучались пятивершинные многогранники (это может быть правильная пирамида либо тригональная бипирамида). Для которых выясняется, когда пара точек, на которых достигается геодезический диаметр, содержит одну из вершин. Нами получен следующий результат:

Теорема. *На поверхности пятивершинника, пара точек, на которых достигается геодезический диаметр поверхности, содержит одну из вершин.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Залгаллер В.А.: Одна изопериметрическая задача круга для тетраэдра. // Записки научных семинаров ПОМИ. – 2005. – т.329. – С.28–56.
2. Nikonorov Y.G., Nikonorova Y.V. The intrinsic diameter of the surface of a parallelepiped. // Discrete & Computat. Geom. – 2008. –V.40, № 4. –С.504–527.

МЕТОД ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Гандель Ю.В.

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Харьков, Украина

Интегралы Фурье [1], параметрические представления интегральных и интегродифференциальных операторов в функциональных пространствах [2], индекс.

Выполнено сведение 2D краевых задач для уравнения Гельмгольца к граничным псевдодифференциальным уравнениям методами параметрических представлений упомянутых операторов на примерах: внешних краевых задач – математические модели рассеяния и дифракции электромагнитных волн на периодических и ограниченных решётках, состоящих из идеально проводящих тонких лент [3]; внутренних краевых задач – математические модели гиротрона с гофрированной идеально проводящей вставкой [4] и спектральная задача на примере “мембранной” модели.

Ряд 3D краевых задач для стационарных уравнений Максвелла сведены к граничным псевдодифференциальным уравнениям с использованием параметрических представлений интегродифференциальных операторов. Приложение к математическим моделям рассеяния и дифракции волн на плоскопараллельных структурах [5]; плоских экранах, в частности, на “коврике Серпинского” [6]; и на аксиально симметричных рефлекторах при произвольном внешнем поле [7].

Построены дискретные математические модели всех рассмотренных задач с использованием модификаций численных методов дискретных особенностей [6–8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахиезер Н.И. Лекции об интегральных преобразованиях.– Х.:Изд-во Харьк. ун-та,1984. 120с.