ПРОБЛЕМЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ДИНАМИКИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ВИБРАЦИОННЫХ И ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗКАХ

Воробьев Ю.С.[*]

Институт проблем машиностроения
им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Многие элементы современных конструкций испытывают воздействие интенсивных вибрационных, импульсных, подвижных и ударно-волновых нагрузок. Это, прежде всего, относится к таким объектам как элементы авиационной, космической, транспортной, энергомашиностроительной и строительной техники. Сложность объектов, неоднородность материалов, наличие температурных полей, конструктивные и эксплуатационные особенности приводят к необходимости использования трехмерных моделей и численных методов исследования динамического напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкций.

Численный анализ динамических процессов в элементах современных конструкций включает следующие этапы:

1. Выбор физической модели и процесса его деформации, учитывающий все необходимые факторы.
2. Разработка адекватной математической модели и оценка области ее применимости при решении поставленной задачи.
3. Выявление закономерности поведения элементов конструкций и особенности динамического НДС при заданных нагрузках и условий эксплуатации.
4. Разработка практических рекомендаций по повышению динамической прочности элементов конструкций или определение рациональных параметров эффективных технологических процессов обработки материалов.

Для любых методов численного анализа большую роль играют основные закономерности механики и математики. Так для вариационных методов необходим выбор базисных функций, удовлетворяющих главным и естественным граничным условиям в соответствии с поставленной задачей. Метод конечных элементов, например, является разновидностью вариационных методов, и выбор функций форм также играет большую роль. Они должны обеспечивать плавное изменение деформаций и напряжений.

Для описания НДС в элементах с трещинами и повреждениями были развиты трехмерные конечные элементы, описывающие сингулярные свойства деформаций и напряжений в области фронта трещины или повреждения.

В качестве примеров приводятся результаты численного анализа вибрационных характеристик лопаточного аппарата паровых и газовых турбин. В частности рассматриваются колебания охлаждаемых монокристаллических лопаток, рабочих колес с разрезными полочными связями и лопаток с повреждениями. Эти результаты позволили повысить динамическую прочность лопаточного аппарата реальных турбин.

Второй важной группой задач являются исследования скоростного деформирования элементов конструкций под действием нестационарных, подвижных, импульсных и ударно-волновых нагрузок.

Процесс скоростного деформирования протекает как в упругой, так и в пластической стадиях. Сложность процессов скоростного деформирования требует рассматривать трехмерное динамическое напряженно-деформированное состояние и связь его с температурными параметрами. В процессе скоростного деформирования элементы конструкций испытывают деформации, которые нельзя считать малыми. Для математического моделирования таких задач необходим учет деформационных свойств материалов. Задача становится геометрически и физически существенно нелинейной.

Для решения данной задачи используют адаптивный метод конечных разностей и метод конечных элементов, которые дополняют друг друга. Адаптивный метод конечных разностей, позволяет учитывать изменяющиеся во времени динамические свойства материала в локальных областях конструкционных элементов, и большие градиенты перемещений и деформаций. Импульсные нагрузки резко меняются во времени, и градиенты напряжений и величины деформаций и напряжений также резко меняются во времени и в пространстве. При этом возникают изменяющиеся в пространстве и времени зоны пластических и упругих деформаций, требующих учета также динамических характеристик материала. Поэтому рационально создавать сетку, адаптирующуюся к условиям деформаций и функций состояния материала в данный момент. В связи с изложенными особенностями задачи проводится пошаговая линеаризация существенно нелинейной задачи при прогнозировании и коррекции величины каждого шага в пространстве и во времени.

Разработанный алгоритм численного решения задачи позволяет определять с необходимой точностью параметры напряженно-деформированного состояния элементов конструкций при всех видах рассматриваемых нагрузок.

Некоторые задачи, оказывается, удобно решать с помощью метода конечных элементов, учитывающего динамические характеристики материалов. Эти методы обеспечивают хорошую визуализацию результатов. Используются трёхмерные конечные элементы. При этом удобным оказывается использование зависимостей типа Пэжины. Когда в результате анализа находится зона наиболее интенсивных напряжений, то в ней проводится уточнения распределения динамических напряжений и перемещений с использованием более густой сетки конечных элементов.

Проведены исследования, которые позволяют оценить прочность облицовки транспортных средств (тепловозов, электровозов, вагонов, автотранспортных средств и других) при ударных воздействиях различных предметов. Результаты исследований позволяют выбрать рациональные параметры конструкционных элементов транспортных средств, которые могут моделироваться в виде пластин.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ШАРНИРНО-ОПЕРТОЙ ПЛАСТИНЫ С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ВЯЗКО-УПРУГОЙ ОПОРОЙ

Воропай А. В.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Украина

Механическая система состоит из прямоугольной упругой изотропной пластины средней толщины шарнирно-опертой по ее периметру и дополнительной сосредоточенной вязко-упругой опоры, контактирующей с пластиной в некоторой точке. Настоящая работа является логическим продолжением работ [1–2], а именно, в статье [1] рассмотрены нестационарные колебания пластины с дополнительным амортизатором, а в работе [2] – с дополнительной линейно-упругой опорой.

Считается, что дополнительная опора установлена ортогонально срединной плоскости пластины и шарнирно соединена с ее нижней лицевой поверхностью, коэффициенты жесткости и демпфирования опоры постоянны, а сила сопротивления изменяется по формуле:

$$R(t) = c \cdot w_C(x_C, y_C, t) + \kappa \cdot \frac{dw_C(x_C, y_C, t)}{dt},$$

где c – коэффициент жесткости, Н/м; κ – коэффициент демпфирования, Н·с/м.

На пластину в некоторой точке воздействует поперечная импульсная нагрузка *P*(*t*), вызывающая нестационарные колебания пластины с дополнительной опорой. Воздействие дополнительной опоры на пластину моделируется в виде неизвестной нестационарной силы $R(t)$, приложенной к пластине в месте установки опоры. При решении задачи предполагалось, что координаты точек приложения нагрузки и координаты установки дополнительной опоры произвольны (любые точки, принадлежащие пластине и не лежащие на ее границе).

В рамках теории пластин С. П. Тимошенко система трех дифференциальных уравнений деформирования пластины [3], дополняется соотношением, учитывающим реакцию, возникающую между пластиной и опорой $R(t)$. Задача определения зависимости во времени нормального перемещения и углов поворота нормали $w(x,y,t)$, $\psi_x(x,y,t)$ и $\psi_y(x,y,t)$ при известных силе *P*(*t*), коэффициентах жесткости c и демпфирования κ может быть сведена к интегральному уравнению Вольтерра, относительно неизвестной $R(t)$:

$$c\int_0^t P(\tau)K_P(t-\tau)d\tau = c\int_0^t R(\tau)\left[K_R(t-\tau) + \frac{1}{\kappa}\right]d\tau + R(t)\,\kappa$$

оторое решается с использованием регуляризирующего алгоритма А. Н. Тихонова [4]. В результате находится сила взаимодействия между пластиной и опорой $R(t)$, что позволяет определять компоненты перемещения во времени во всех точках пластины (как при воздействии двух независимых нагрузок $P(t)$ и $R(t)$ на пластину без дополнительных опор).

Обратная задача (определение закона изменения во времени возмущающей силы $P(t)$ при условии, что изменение перемещения во времени некоторой точки пластины $w_s(t)$ известно) сводится к решению системы интегральных уравнений Вольтерра. В результате решения находится искомая возмущающая сила, а также сила взаимодействия между пластиной и дополнительной вязко-упругой опорой.

Согласно методу регуляризации [4], при решении некорректных задач выполняется конечномерная аппроксимация интегральных уравнений. При идентификации неизвестной возмущающей нагрузки *P*(*t*) решение системы интегральных уравнений Вольтерра эквивалентно решению блочной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ -\mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{w}_s \end{bmatrix},$$

где матрицы $\mathbf{A}_{ij}$ отвечают соответствующим дискретизированным ядрам интегральных уравнений, векторы $\mathbf{P}$ и $\mathbf{R}$ соответствуют неизвестным функциям $P(t)$ и $R(t)$, а $\mathbf{w}_s$ – известной функции изменения прогиба пластины $w(x_S, y_S, t)$.

В настоящей работе описан подход, при которомвоздействие дополнительной вязко-упругой опоры на пластину моделируется в виде неизвестной нестационарной силы, определяемой из решения интегрального уравнения Вольтерра. На основепредложенного подхода при моделировании нестационарного деформирования пластинчатых элементов конструкций с дополнительными опорами имеется возможность получать устойчивые аналитико-численные решения задач механики деформируемого твердого тела без использованияитерационных схем.