Проведены исследования, которые позволяют оценить прочность облицовки транспортных средств (тепловозов, электровозов, вагонов, автотранспортных средств и других) при ударных воздействиях различных предметов. Результаты исследований позволяют выбрать рациональные параметры конструкционных элементов транспортных средств, которые могут моделироваться в виде пластин.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ШАРНИРНО-ОПЕРТОЙ ПЛАСТИНЫ С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ВЯЗКО-УПРУГОЙ ОПОРОЙ

Воропай А. В.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Украина

Механическая система состоит из прямоугольной упругой изотропной пластины средней толщины шарнирно-опертой по ее периметру и дополнительной сосредоточенной вязко-упругой опоры, контактирующей с пластиной в некоторой точке. Настоящая работа является логическим продолжением работ [1–2], а именно, в статье [1] рассмотрены нестационарные колебания пластины с дополнительным амортизатором, а в работе [2] – с дополнительной линейно-упругой опорой.

Считается, что дополнительная опора установлена ортогонально срединной плоскости пластины и шарнирно соединена с ее нижней лицевой поверхностью, коэффициенты жесткости и демпфирования опоры постоянны, а сила сопротивления изменяется по формуле:

$$R(t) = c \cdot w_C(x_C, y_C, t) + \kappa \cdot \frac{dw_C(x_C, y_C, t)}{dt},$$

где c – коэффициент жесткости, Н/м; κ – коэффициент демпфирования, Н·с/м.

На пластину в некоторой точке воздействует поперечная импульсная нагрузка $P(t)$, вызывающая нестационарные колебания пластины с дополнительной опорой. Воздействие дополнительной опоры на пластину моделируется в виде неизвестной нестационарной силы $R(t)$, приложенной к пластине в месте установки опоры. При решении задачи предполагалось, что координаты точек приложения нагрузки и координаты установки дополнительной опоры произвольны (любые точки, принадлежащие пластине и не лежащие на ее границе).

В рамках теории пластин С. П. Тимошенко система трех дифференциальных уравнений деформирования пластины [3], дополняется соотношением, учитывающим реакцию, возникающую между пластиной и опорой $R(t)$. Задача определения зависимости во времени нормального перемещения и углов поворота нормали $w(x,y,t)$, $\psi_x(x,y,t)$ и $\psi_y(x,y,t)$ при известных силе $P(t)$, коэффициентах жесткости с и демпфирования κ может быть сведена к интегральному уравнению Вольтерра, относительно неизвестной $R(t)$:

$$c\int_0^t P(\tau)K_P(t-\tau)d\tau = c\int_0^t R(\tau)\left[K_R(t-\tau) + \frac{1}{\kappa}\right]d\tau + R(t)\,\text{к}$$

оторое решается с использованием регуляризирующего алгоритма А. Н. Тихонова [4]. В результате находится сила взаимодействия между пластиной и опорой $R(t)$, что позволяет определять компоненты перемещения во времени во всех точках пластины (как при воздействии двух независимых нагрузок $P(t)$ и $R(t)$ на пластину без дополнительных опор).

Обратная задача (определение закона изменения во времени возмущающей силы $P(t)$ при условии, что изменение перемещения во времени некоторой точки пластины $w_s(t)$ известно) сводится к решению системы интегральных уравнений Вольтерра. В результате решения находится искомая возмущающая сила, а также сила взаимодействия между пластиной и дополнительной вязко-упругой опорой.

Согласно методу регуляризации [4], при решении некорректных задач выполняется конечномерная аппроксимация интегральных уравнений. При идентификации неизвестной возмущающей нагрузки $P(t)$ решение системы интегральных уравнений Вольтерра эквивалентно решению блочной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ -\mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{w}_s \end{bmatrix},$$

где матрицы $\mathbf{A}_{ij}$ отвечают соответствующим дискретизированным ядрам интегральных уравнений, векторы $\mathbf{P}$ и $\mathbf{R}$ соответствуют неизвестным функциям $P(t)$ и $R(t)$, а $\mathbf{w}_s$ – известной функции изменения прогиба пластины $w(x_S, y_S, t)$.

В настоящей работе описан подход, при котором воздействие дополнительной вязко-упругой опоры на пластину моделируется в виде неизвестной нестационарной силы, определяемой из решения интегрального уравнения Вольтерра. На основе предложенного подхода при моделировании нестационарного деформирования пластинчатых элементов конструкций с дополнительными опорами имеется возможность получать устойчивые аналитико-численные решения задач механики деформируемого твердого тела без использования итерационных схем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воропай А. В. Нестационарные колебания прямоугольной пластины с амортизатором // Вестник НТУ "ХПИ". Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2011. №52 – С. 42–48.
2. Воропай А. В. Нестационарные колебания прямоугольной пластины с упругой подпоркой // Вестник НТУ "ХПИ". Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2012. №55 – С. 30–37.
3. Григолюк Э. И., Селезов И. Т. Механика твердых деформируемых тел. Т.5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. – М.: ВИНИТИ, 1973 – 272 с.
4. Тихонов А. Н., Гончаровский А. В. и др. Регуля-ризирующие алгоритмы и априорная инфор-мация. – М.: Наука. // Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 200 с.

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ БЕСКОНЕЧНО ДЛИННОЙ ПРИЗМЫ В СРЕДЕ ПСЕВДОКОССЕРА

*[*1]Воропай Н. И., [2]Янютин Е.Г.*

[1]Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Украина,
[2]Харьковский государственный университет питания и торговли, Украина

Несимметричная (моментная, микроструктурная) теория упругости используется в техслучаях, когда существенными являются градиенты напряжений, например, при наличии концентраций напряжений вокруг отверстий или выточек.В задачах о колебаниях при распространении коротких волн и при вынужденных высокочастотных (ультразвуковых) колебаниях в телах конечных и бесконечных размеров. Применяется для описания явлений, происходящих в зернистых средах, и при прохождении акустических волн через кристаллы, поликристаллические металлы и полимеры с высокой молекулярной массой.

Для описания вышеуказанных случаев классической теории упругости не достаточно, что подтверждается значительным различием результатов между теорией и экспериментом. В [1–3] указывается, что потеря точности в классической механике континуума происходит по причине не учета дискретного характера структуры вещества, состоящего из отдельных частиц, связанных сложными силами взаимодействия.

Истоки моментной теории восходят к трудам В. Фойгта [3], который впервые рассмотрел модель среды с вращательным взаимодействием ее частиц при изучении упругих свойств кристалла. Общая теория несимметричной упругости была разработана братьями Коссера [4].

Разработка алгоритмов идентификации неизвестных нагрузок, которые воздействуют на элементы конструкций, работающих в нестационарных режимах, является основой методов оценки прочности и является актуальной научной задачей механики деформируемого твердого тела и в рамках классической теории упругости, и в рамках несимметричной теории упругости. Следует отметить, что в научной литературе решения обратных нестационарных задач для среды Коссера, относящихся к восстановлению силовых воздействий, не обнаружено.

В настоящем исследовании рассматривается прямая и обратная задачи для части трехмерного пространства, ограниченной координатными плоскостями $x = 0$, $x = l$, $z = 0$, $z = m$, которая является бесконечной вдоль оси $0y$, в рамках несимметричной теории упругости на основе уравнений среды псевдокоссера. При этом деформирование осуществляется в поле массовых нестационарных сил $\vec{X}$.

Прямая задача заключается в рассмотрении нестационарного деформирования бесконечной призмы, на которуюдействуеттолько сила X_x, на основе уравнения(1) [2]

$$\begin{gathered}\mu\nabla^2\vec{u} + (\mu+\lambda)\text{grad}\,\text{div}\vec{u} + \\ + \frac{1}{4}(\gamma+\varepsilon)\text{rot}\,\text{rot}\nabla^2\vec{u} + \vec{X} = \rho\ddot{\vec{u}}\end{gathered} \quad (1)$$

где γ, ε – физические константы материала в рамках моментной теории упругости. Отметим, что при численном расчете в рассмотренном примере значения механических параметров соответствуют синтетическому полиуретану и были приняты из работы [1].

Решение задачи строится при нулевых начальных условиях и граничных условия, соответствующих равенству нулю перемещений на границе исследуемого объекта.

Неизвестные функции $u_x(x,z,t)$ и $u_z(x,z,t)$ находятся с помощью метода Бубнова–Галеркина, позволяющего разложить решение по базисным функциям, вид которых зависит от граничных условий.

Численные результаты, полученные согласно различным приближениям решения уравнения(1), сравнивались между собой и с результатами, полученными в рамках классической теории упругости. Исследовалось влияние различных значений механических параметров среды пвесдокоссера на характер перемещений.

Обратная задача состоит в определении неизвестных временных составляющих сил, в предположении, что соответствующие перемещения как исходные данные в виде функции времени заданы в одной точке. Решение в этом случае сводится к анализу уравнений Вольтерра I рода. Эти уравнения исследуются с применением метода регуляризации А.Н. Тихонова [5], который позволяет построить устойчивый численный алгоритм для их решения.

Полученные результаты подтверждают, что использование регуляризирующего алгоритма А.Н. Тихонова позволяет получить достаточно устойчивые решения в такого рода задачах.