3. Berezovoj V.P., Bolotin Yu.L., Cherkaskiy V.A. Signatures of quantum chaos in wave functions structure for multi-well 2D potentials. // Phys. Lett. A. – 2004. – v.323. – P. 218–223.
4. Березовой В.П., Болотин Ю.Л., Черкасский В.А. Проявления квантового хаоса в квадрупольных поверхностных осцилляциях ядер // Вестник ХНУ. – 2004. – № 628. – С. 47–60.
5. Черкасский В.А. Комбинированное применение численных и аналитических методов при исследовании квантового хаоса в гладких потенциалах сложной геометрии // Вестник ХНУ. – 2005. – № 710. – С. 47–64.
6. Husimi K. Miscellanea in Elementary Quantum Mechanics, II // Progr. Theor. Phys. – 1953. – v.9(4). – P. 381–402.
7. Kerner F.H. Note on the forced and damped oscillator in quantum mechanics // Can. J. Phys. – 1958. – v.36(3). – P. 371–377.
8. BolotinYu.L., GoncharV.Yu., Granovsky M.Ya. The regularity-chaos-regularity transition in a periodically driven anharmonic oscillator // Physica D – 1995. – v.86 – P. 500–507.
9. Berezovoj V.P., Pashnev A.I, Extended N=2 supersymmetric quantum mechanics and isospectral Hamiltonians // Z. Phys. C – Particles and Fields – 1991. – v.51. – P. 525–529.
10. Berezovoj V.P., G. I. Ivashkevych, M. I. Konchatnij Exactly solvable diffusion models in the framework of the extended supersymmetric quantum mechanics // Phys. Letters A – 2010. – v. 374(9) – P. 1197–1200.
11. Berezovoj V.P., Konchatnij M.I., Nurmagambetov A.J. Tunneling dynamics in exactly-solvable models with triple-well potentials // J. Phys. A: Mathematical and Theoretical – 2013. – v. 46(6). – P.065302.

О ГЕОДЕЗИЧЕСКОМ ДИАМЕТРЕ МНОГОГРАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Власенко Д.И., Журба О.В.

Харьковский национальный университет
имени В.Н. Каразина, Харьков, Украина

Внутренним расстоянием между точками на поверхности называется инфинум длин кривых, лежащих на поверхности и соединяющих данные точки. Внутренним или геодезическим диаметром поверхности называется максимум внутренних расстояний по всем парам точек на поверхности.

В работе рассматривается задача нахождения геодезического диаметра многогранной поверхности. В 2005 г. В.А. Залгаллером была решена задача нахождения геодезического диаметра для произвольного тетраэдра. В 2006 г. Ю.Г. Никоноровым была решена аналогичная задача для произвольного прямоугольного параллелепипеда.

Оказалось, что на тетраэдре пара точек, на которых достигается геодезический диаметр, содержит одну из вершин. А для прямоугольного параллелепипеда, так будет не всегда, а только при соответствующем соотношении длин сторон. Нами изучались пятивершинные многогранники (это может быть правильная пирамида либо тригональная бипирамида). Для которых выясняется, когда пара точек, на которых достигается геодезический диаметр, содержит одну из вершин. Нами получен следующий результат:

Теорема. *На поверхности пятивершинника, пара точек, на которых достигается геодезический диаметр поверхности, содержит одну из вершин.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Залгаллер В.А.: Одна изопериметрическая задача круга для тетраэдра. // Записки научных семинаров ПОМИ. – 2005. – т.329. – С.28–56.
2. Nikonorov Y.G., Nikonorova Y.V. The intrinsic diameter of the surface of a parallelepiped. // Discrete & Computat. Geom. – 2008. –V.40, № 4. –С.504–527.

МЕТОД ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Гандель Ю.В.

Харьковский национальный университет
имени В.Н. Каразина, Харьков, Украина

Интегралы Фурье [1], параметрические представления интегральных и интегродифференциальных операторов в функциональных пространствах [2], индекс.

Выполнено сведение 2D краевых задач для уравнения Гельмгольца к граничным псевдодифференциальным уравнениям методами параметрических представлений упомянутых операторов на примерах: внешних краевых задач – математические модели рассеяния и дифракции электромагнитных волн на периодических и ограниченных решётках, состоящих из идеально проводящих тонких лент [3]; внутренних краевых задач – математические модели гиротрона с гофрированной идеально проводящей вставкой [4] и спектральная задача на примере “мембранной” модели.

Ряд 3D краевых задач для стационарных уравнений Максвелла сведены к граничным псевдодифференциальным уравнениям с использованием параметрических представлений интегро-дифференциальных операторов. Приложение к математическим моделям рассеяния и дифракции волн на плоскопараллельных структурах [5]; плоских экранах, в частности, на “коврике Серпинского” [6]; и на аксиально симметричных рефлекторах при произвольном внешнем поле [7].

Построены дискретные математические модели всех рассмотренных задач с использованием модификаций численных методов дискретных особенностей [6–8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахиезер Н.И. Лекции об интегральных преобразованиях.– Х.:Изд-во Харьк. ун-та,1984. 120с.

2. Gandel Yu.V. Parametric Representations of Integral and Psevdodifferential Operators in diffraction Problems. // X Intern. Conf. on Mathem. Methods in Electromagnetic Theory. Dnipropetrovsk, Ukraine, 2004. –P. 57 – 62.
3.Gandel Yu.V. Boundary–Value Problems for the Helmholtz Equation and their Discrete Mathematical Models // J. Math. Sci.– 2010. – v.171, N1,– P. 74–88.
4. Гандель Ю.В., Кононенко А.С. Обоснование численного решения одного гиперсингулярного интегрального уравнения // Диф. уравнения. –2006. – т. 42, N9. – С. 1256 – 1262.
5.Гандель Ю.В., Мищенко В.О. Псевдодифференциальные уравнения электромагнитной дифракции на плоскопараллельной структуре и их дискретная модель // Вестник Харьковского национального университета. – 2006. –N6(733). – С. 58 – 75.
6.Гандель Ю.В., Булыгин В.С. Граничные интегральные уравнения задач дифракции на плоских экранах и их дискретные математические модели // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2010. – т. 15. – № 2. – С. 9 – 21.
7. Bulygin V.S., Nosich A.I., and Gandel Yu.V. Nystrom-Type-Method in Three-Dimensional Electromagnetic Diffraction by a Finit PEC Rotationally Simmetric Surface // IEEE Trans. AntennasandPropagation. – 2012. – v.60, N10. – P. 4710 – 4718.
8.Гандель Ю.В., Душкин В.Д. Математические модели двумерных задач дифракции: сингулярные интегральные уравнения и численные методы дискретных особенностей. Монография. – Х.: Акад. ВВ МВД Украины. – 2012. – 544 с.

БИМОДАЛЬНЫЕ ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

*Гордевский В.Д., *Лемешева Н.В.*

Харьковский национальный университет
имени В.Н. Каразина, Харьков, Украина

Проблема поиска точных и приближенных, в том или ином смысле, решений нелинейного уравнения Больцмана занимает важное место среди различных направлений исследований в кинетической теории газов. Единственным точным решением, известным на данный момент для моделей твердых сфер, является максвелловское распределение (максвеллиан). Другие, не максвелловские точные решения удается найти только для отдельных моделей взаимодействия между частицами газа – максвелловских молекул и некоторых их обобщений.

Вместе с тем, очень важной и актуальной является проблема описания взаимодействия между двумя или несколькими максвелловскими потоками в разреженном газе.

Одно из возможных приближенных бимодальных решений уравнения Больцмана для модели твердых сфер представлено ниже. А именно, рассматривается неоднородная, нестационарная линейная комбинация двух максвеллианов с различными гидродинамическими параметрами, т.е. распределение $f = \phi_1 M_1 + \phi_2 M_2$, где коэффициентные функции $\varphi_i = \varphi_i(t,x), i = 1,2$ предполагаются неотрицательными и гладкими, а M_i имеют вид: $M_i = \bar{\rho}_i \cdot \left(\frac{\beta_i}{\pi}\right)^{3/2} \cdot e^{\beta_i(2\bar{u}_i x - v^2 + 2v(\bar{v}_i - \bar{u}_i t))}$,

где $\bar{\rho}_i = \mathrm{const}$, $\beta_i = (2T_i)^{-1}$ – обратные температуры.

Для построения таких бимодальных распределений, которые описывают взаимодействие между двумя максвелловскими потоками из твердых сфер типа «ускорение-уплотнение», рассматривается некая норма разности *D(f)=Q(f,f)*, взятая в качестве невязки между частями уравнения Больцмана.

Найдены такие функции ϕ_i, $i = 1,2$ и такое поведение всех имеющихся параметров, при которых «смешанная невязка с весом» $\tilde{\Delta} = \sup\limits_{(t,x)\in R^4} \frac{1}{1+|t|} \int\limits_{R^3} |D(f) - Q(f,f)| dv$ стремится к нулю.

Теорема:*Пусть*

$$\phi_i(t,x) = \psi_i(t,x)\exp\{-\beta_i(\bar{v}_i - \bar{u}_i t)^2\}, \; i = 1,2, \qquad (1)$$

причем выражения $t\psi_1\psi_2 \exp\{2\beta_1\bar{u}_1 x + 2\beta_2\bar{u}_2 x\}$; $\frac{\partial\psi_i}{\partial t}\exp\{2\beta_i\bar{u}_i x\}$; $t\psi_i \exp\{2\beta_i\bar{u}_i x\}$; $\left|\frac{\partial\psi_i}{\partial x}\right|\exp\{2\beta_i\bar{u}_i x\}$; $t\left(\bar{u}_i, \frac{\partial\psi_i}{\partial x}\right)\exp\{2\beta_i\bar{u}_i x\}$, $i = 1,2$

ограничены с весом $\frac{1}{1+|t|}$.

Пусть, кроме этого, предположение

$$\bar{u}_i = \bar{u}_{oi}\beta_i^{-n_i}, \; i = 1,2, \qquad (2)$$

где $\bar{u}_{oi}$ *– произвольные фиксированные векторы в* R^3*, выполняется для* $n_i \ge 1$.

Тогда справедлива оценка сверху $\tilde{\Delta} \le \tilde{\Delta}'$*, причем существует конечный предел величины* $\tilde{\Delta}'$*. При этом для* $n_i > 1$

$$\lim_{\beta_1,\beta_2\to+\infty} \tilde{\Delta}' = \sum_{i,j=1,i\ne j}^{2} \bar{\rho}_i \sup_{(t,x)\in R^4} \frac{1}{1+|t|} \left| \begin{matrix} \frac{\partial\psi_i}{\partial t} + \bar{v}_i \frac{\partial\psi_i}{\partial x} + \\ +\psi_1\psi_2\pi d^2 \bar{\rho}_j |\bar{v}_1 - \bar{v}_2| \end{matrix} \right| +$$

$$+2\pi d^2 \bar{\rho}_1\bar{\rho}_2 |\bar{v}_1 - \bar{v}_2| \sup_{(t,x)\in R^4} \frac{1}{1+|t|}(\psi_1\psi_2),$$

а при $n_i = 1$

$$\lim_{\beta_1,\beta_2\to+\infty} \tilde{\Delta}' = \sum_{i,j=1,i\ne j}^{2} \bar{\rho}_i \sup_{(t,x)\in R^4} \frac{1}{1+|t|} \left| \mu_i(x)\left(\frac{\partial\psi_i}{\partial t} + \bar{v}_i \frac{\partial\psi_i}{\partial x}\right) + \right.$$

$$\left. +\psi_1\psi_2\mu_1(x)\mu_2(x)\pi d^2 \bar{\rho}_j |\bar{v}_1 - \bar{v}_2| \right| + 2\pi d^2 \bar{\rho}_1\bar{\rho}_2 |\bar{v}_1 - \bar{v}_2| \times$$

$$\times \sup_{(t,x)\in R^4} \frac{1}{1+|t|}(\mu_1(x)\mu_2(x)\psi_1(t,x)\psi_2(t,x)) +$$

$$+2\sum_{i=1}^{2} \bar{\rho}_i |(\bar{u}_{oi}, \bar{v}_i)| \sup_{(t,x)\in R^4} \frac{1}{1+|t|}\{\mu_i(x)\psi_i(t,x)\},$$