навантаження, причому статичні навантаження залишаються незмінними.

Вирішення задачі нестаціонарних вимушених коливань на другому кроці розрахунків в рамках методу скінченних елементів полягає у знаходженні розв'язків матричних рівнянь руху пакета лопаток:

$$[M]\{\ddot{u}\}+\left([D_l]+\left[D_N\left(\{\dot{u}\}\right)\right]\right)\{\dot{u}\}+ \\ +\left([K_l]+\left[K_N\left(\{u\}\right)\right]\right)\{u\}=\{F(t)\} \quad (1)$$

де $[M]$ – матриця мас системи; $[D_l]$, $[K_l]$ – лінійні складові матриць демпфування та жорсткості системи; $[D_N]$, $[K_N]$ – нелінійні складові матриць, які виникають внаслідок контактної взаємодії у з'єднаннях бандажних полиць; $\{\ddot{u}\}$, $\{\dot{u}\}$, $\{u\}$, $\{F(t)\}$– вектори вузлових прискорень, швидкостей, переміщень та навантажень відповідно. Чисельна симуляція виконана за допомогою програмного комплексу, що використовує безпосереднє інтегрування повної системи диференційних рівнянь (1) на основі різницевої схеми Ньюмарка, де на кожному часовому кроці розв'язується нелінійна задача контактної взаємодії розширеним методом Лагранжа.

В результаті дослідження виявлено нелінійний ефект суттєвого зміщення стану рівноваги (середнього значення коливань) при дії динамічного навантаження. Складні нелінійні явища [1], які отримуються при нехтуванні статичним напруженим станом, нівелюються: повне розмикання контакту унеможливлюється, модуляція амплітуди коливань на основній гармоніці відсутня внаслідок нехтовно малого внеску амплітуд супергармонік. Отримані амплітуди нелінійних вимушених коливань менші на 5–10% за амплітуди лінійних вимушених коливань.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ларин А. А. Вынужденные нелинейные колебания турбинных лопаток с динамическим контактом в разъёмном бандаже / А. А. Ларин, А. С. Степченко // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця: Вінницький національний аграрний університет, 2011. – № 3 (63). – С. 18–26.
2. Grytsan S.O. Forced Nonlinear Vibrations of Turbine Blades Package with Pre-Stressed Detachable Shroud / S.O. Grytsan, O.O. Larin // Proceedings of the Fourth International Conference "Nonlinear Dynamics – 2013" (June, 19–22, 2013, Sevastopol). – Kharkiv: «Tochka», 2013. – P. 242–247.

МНОГОКОМПОНЕНТНЫЕ СПЛОШНЫЕ СРЕДЫ И ИХ ЧИСЛЕННЫЙ СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Дейнека В.С.

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев

При проектировании, в том числе, при использовании новых материалов, продлении ресурса сложных современных сооружений, создании новых объектов на основе нанотехнологий, решении проблем рационального природопользования, экологии, решении проблем энергетики и др. достаточно эффективными являются современные информационные технологии (ИТ), обладающие свойствами самонастраивания на исследуемый объект.

Проблемную часть предметно ориентированных ИТ составляют программно-алгоритмические средства анализа процессов: механического деформирования, формирования температурных полей в многокомпонентных сооружениях, миграции солей в пористых неоднородных структурах, а также уточнения параметров в составляющих таких тел и определения параметров моделей, описывающих эти процессы.

На протяжении последних десятилетий построены новые математические модели процессов в составных сплошных средах как новые классы математических задач с разрывными решениями [1]. Исследованы вопросы оптимального управления состояниями многих многокомпонентных распределенных систем с квадратичными функционалами качеств [2]. Путем использования классов разрывных функций метода конечных элементов для широкого множества классов математических задач в частных производных, задач на собственные значения построены вычислительные алгоритмы повышенного порядка точности их численной дискретизации, в том числе задач Неймана и типа Неймана с разрывными решениями, которые по точности не хуже аналогичных известных для соответствующих классов задач с гладкими решениями [1].

Получены значения оптимальных параметров некоторых градиентных методов для решения дискретных неравенств дискретных аналогов задач со свободными поверхностями

На основе полученных результатов по теории оптимального управления построены явные выражения градиентов функционалов-невязок для идентификации (решения линейных и нелинейных обратных задач) градиентными методами различных параметров в различных многокомпонентных распределенных систем: задачи теплопроводности в многокомпонентных средах, их механического деформирования, термоупругости, псевдопараболических, гиперболических, псевдогиперболических систем и др. [3]. Полученные результаты распространены на задачи идентификации параметров наноматериалов [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Дейнека В.С., Сергиенко И. В. Анализ многокомпонентных распределенных систем и оптимальное управление. – Киев: Наук. думка, 2007. – 703 с.
2. Sergienko I.V., DeinekaV.S. Optimal Control of Distributed Systems with Conjugation Conditions. – New York: Kluwer Academic Publishers, 2005. – 400 p.
3. Дейнека В.С. Сергиенко И.В. Системный анализ упругих и термоупругих тел. – Киев: Наук. думка, 2012. – 512 с.
4. Сергиенко И.В., Дейнека В.С. Идентификация градиентными методами параметрических задач

диффузии вещества в нанопористых средах // Пробл. управления и информатики. – 2010. – №6. – с. 5–18.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД В НЕОДНОРОДНОМ СЛОЕ, КОРЕНЬ ИЗ ПРОВОДИМОСТИ КОТОРОГО УДОВЛЕТВОРЯЕТ МЕТАГАРМОНИЧЕСКОМУ УРАВНЕНИЮ[1]

Дорофеева В.И.

Орловский государственный университет, Россия

Рассматривается математическое моделирование процесса оседания бугра грунтовых вод, где используется модель совместного движения двух жидкостей в постановке Лейбензона–Маскета (модель «поршневого» вытеснения). В этой модели внешняя жидкость рассматривается как фиктивная и, после построения основной системы интегрального и дифференциального уравнений, выбирается предельный случай, в котором вязкость и плотность внешней жидкости стремятся к нулю.

В работах [1,2] показано, что эволюция границы раздела жидкостей с различными вязкостями и плотностями описывается системой интегрального и дифференциального уравнения. Эта система при пренебрежении вязкостью и плотностью внешней жидкости, и при наличии дренажного устройства для откачки воды в пласте грунта принимает вид:

$$g - 2G[g, L_t] = f + 2\phi_0,$$

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial t} = \vec{V}_0 + \vec{V}[g, L_t] \text{ на } L_t,\ t > 0; \vec{x} = \vec{x}_0(\Theta), t = 0,$$

где $G[g, L_t](\vec{x}) = \int\limits_{L_t} g(\vec{y}, t)\Omega(\vec{x}, y)dl_{\vec{y}}$ – оператор квазипотенциала двойного слоя, ядро $\Omega(\vec{x}, \vec{y}) = P(\vec{y})\dfrac{\partial \Phi_1(\vec{x}, \vec{y})}{\partial \vec{n}_{\vec{y}}}$, $\Phi_1(\vec{x}, \vec{y})$ – квазипотенциал стока с полным расходом, равным -1 $P(\vec{y}) = K(\vec{y})H(\vec{y})$ – проводимость слоя, $K(\vec{y})$ – проницаемость грунта, $H(\vec{y})$ – толщина слоя, $f = -2\Pi$, $\Pi = -x_2$ –потенциалсилы тяжести, $\vec{V}[g, L_t](\vec{x}) = \int\limits_{L_t} \dfrac{\partial g(\vec{y}, t)}{\partial \vec{l}_{\vec{y}}}\vec{V}_2(\vec{x}, \vec{y})dl_{\vec{y}}$ – оператор скорости квазипотенциала двойного слоя, $\vec{V}_2(\vec{x}, \vec{y}) = \dfrac{1}{H(M)}\left(\dfrac{\partial \Psi_2(\vec{x}, \vec{y})}{\partial x_2}\vec{e}_1 - \dfrac{\partial \Psi_2(\vec{x}, \vec{y})}{\partial x_1}\vec{e}_2\right)$ – скорость вихря с полной циркуляцией, равной -1, $\Psi_2(\vec{x}, \vec{y})$ -функция тока этого вихря, $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$ - единичные орты, V_0 =Kgradϕ_0 - скорость квазипотенциала невозмущенного течения ϕ_0, K - проницаемость грунта. Полученная математическая модель была протестирована на известных точных результатах [2,3]. Для численной реализации использован метод дискретных особенностей.

Рассмотрим процесс оседания бугра грунтовых вод в среде без сложных геологических включений в неоднородном слое, корень из проводимости которого удовлетворяет метагармоническому уравнению $P(\vec{x}) = e^{-2\mu x_2}$. Полагаем, что проницаемость грунта $K(\vec{x}) = e^{-2\mu x_2}$ и *H=1.* В основной системе функции $\Phi_1(\vec{x}, \vec{y})$ и $\Psi_2(\vec{x}, \vec{y})$ выбираются в виде [3]:

$$\Phi_1(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{K_0(\mu|\vec{x} - \vec{y}|)}{2\pi\sqrt{P(\vec{x})P(\vec{y})}} + \frac{K_0(\mu|\vec{x} - \vec{\bar{y}}|)}{2\pi\sqrt{P(\vec{x})P(\vec{\bar{y}})}},$$

$$\Psi_1(\vec{x}, \vec{y}) = -\frac{\sqrt{P(\vec{x})P(\vec{y})}K_0(\mu|\vec{x} - \vec{y}|)}{2\pi} + \frac{\sqrt{P(\vec{x})P(\vec{\bar{y}})}K_0(\mu|\vec{x} - \vec{\bar{y}}|)}{2\pi},$$

где $K_0(\mu|\vec{x} - \vec{y}|)$ есть модифицированная функция Бесселя 2-го рода.

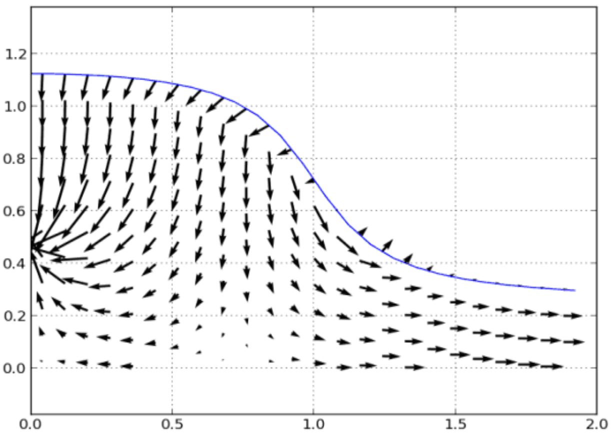

Рис.1. Поле скоростей в слое с проводимостью $P(\vec{x}) = e^{-2\mu x_2}$ при $t = 0$ и дренажном устройстве с координатами (0;0.5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Никольский Д.Н. Вычисление скорости перемещения границы раздела различных жидкостей в неоднородном слое методом дискретных вихревых пар // Математическое моделирование. – 2009. – т.21,№12. – С.122–128.

2. Никольский Д.Н., Дорофеева В.И. Математическое моделирование двумерного процесса изменения уровня грунтовых вод под действием силы тяжести методом дискретных особенностей // Вычислительные методы и программирование,. – 2011. – т.12. – С.85–89.

3. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.:Наука, – 1977. – 644 с.

[1]Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.B37.21.0388.