равномерно ограничены и являются почти периодическими функциями, но последовательность интегралов не сходится равномерно. Этот пример показывает, что условие ограниченности от нуля показателей Фурье функций существенно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Димитрова-Бурлаенко С. Д. Необходимые и достаточные условия сходимости почти периодических функций. Сборник статей по результатам международной конференции Тараповские чтения 2012: «Современные проблемы математики, механики и информатики» – ХНУ имени В. Н. Каразина. Механико-математический факультет: Изд-во „Апостроф", 2012.
2. Левитан Б.М., Почти периодические функции. – М., Гостехиздат, 1953, 397с.
3. Sirvint G. Weak compactness in Banach spaces, Studia Math., 11, 71–94 (1949).

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ КОМПАНЕЙЦА ДЛЯ ТОЧЕЧНОГО НЕЦЕНТРАЛЬНОГО ВЗРЫВА В СФЕРИЧЕСКИ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СРЕДЕ СО СТЕПЕННЫМ ЗАКОНОМ ИЗМЕНЕНИЯ ПЛОТНОСТИ

Донец (Карнаушенко) А.В.

Радиоастрономический институт НАН Украины, Харьков

Эволюция остатков сверхновых (ОСН) и их взаимодействие с неоднородностями межзвездной среды (МЗС) представляет интерес в связи с различными физическими процессами, происходящими в области взаимодействия, и интенсивно изучается в радио, оптическом, рентгеновском и гамма диапазоне [1]. Рентгеновское и гамма-излучение от ОСН может возникать в результате нагрева плазмы ударными волнами, за счет синхротронного механизма, обратного комптоновского рассеяния, неупругих протон-протонных столкновений. Предположительным механизмом мощных гамма-всплесков может быть направленный выброс вещества при взрыве ОСН. Изучение морфологии остатков в различных диапазонах длин волн позволяет делать выводы о взаимодействии ОСН с неоднородностями МЗС и о нецентральности взрыва звезды-предка. Используем уравнение Компанейца (УК) для ударного фронта (УФ) от сильного взрыва в плоско стратифицированной среде ($\phi(z)$ – закон изменения плотности)

$$\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 - \frac{1}{\phi(z)}\left[\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 + 1\right] = 0\,, \qquad (1)$$

где $r = r(z, y)$ описывает ударный фронт в цилиндрических координатах как функцию z и «времени» Компанейца y [2,3].

В [2,3] получено полное аналитические решение УК для плотности среды, изменяющейся по закону гиперболического тангенса. Это позволило восстановить УФ и исследовать его эволюцию для различных значений положения точки взрыва z_0, перепада плотностей $\gamma = \sqrt{(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)}$ и масштаба неоднородности z_*. Решение содержит в себе многочисленные частные случаи распределения плотности, рассмотренные ранее (см. ссылки в [2,3]).

Воспользуемся тем, что преобразование $z = z_0 \ln(R/a)$ [4] позволяет перейти от известного решения при плоской стратификации к решению для нецентрального взрыва при определенной сферической стратификации. В нашем случае закон изменения плотности $\psi(R)$ для такого решения будет иметь вид:

$$\psi(R) = \alpha\frac{z_0^2}{R^2} - \beta\frac{z_0^2}{R^2}\left(\left(\frac{R}{a}\right)^{2z_0} - 1\right)\left(\left(\frac{R}{a}\right)^{2z_0} + 1\right)^{-1}$$

где $R = a$ – положение точки взрыва в среде со сферической стартификацией.

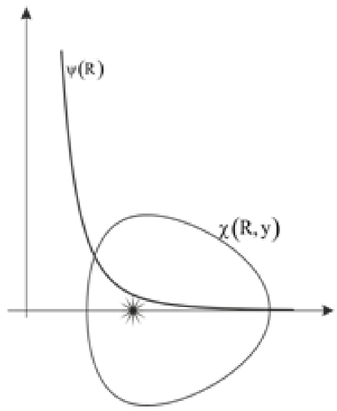

Рис.1. Пример распределения плотности среды и формы фронта при сферической стратификации для нецентрального взрыва.

Общий интеграл уравнения (1) получается методом построения огибающей частных решений, полученных методом разделения переменных. Интегрируя с учетом условия сферичности волны на малых временах и применяя преобразование $z = z_0 \ln(R/a)$ мы получаем выражения для УФ в сферических координатах (ср. работы Кориканского, цитируемые в [4]) в параметрическом виде (см. рис), где $\chi = \chi(R, y)$ описывает УФ в сферических координатах.

Полученное решение позволяет восстановить УФ во всех областях и исследовать его эволюцию при любых значениях параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vink J. Supernova remnants: the X-ray perspective. // The Astronomy and Astrophysics Review – 2012. – v.20. – I. 1.
2. Банникова Е.Ю., Карнаушенко А.В., Конторович В.М. Шульга В.М., Новое точное решение

уравнения Компанейца для ударного фронта. // Астрон.журн. – 2012. – т.89. N 7 – С. 552–559.
3. Карнаушенко А.В. Решение уравнения Компанейца для ударного фронта в среде с плотностью, изменяющейся по закону гиперболического тангенса (промежуточная область и эволюция в реальном времени). // Радиофизика и радиоастрономия – 2012. – т.17. N4. – С. 311–319.
4. Конторович В.М., Пименов С.Ф. Точное решение уравнения Компанейца для сильного взрыва в середе с квадратичным законом убывания плотности. // Изв. ВУЗов Радиофизика – 1998. – т. XLI. N 6. – С. 683 – 698.

СИСТЕМЫ ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ТРЕТЬЕГО РОДА

Душкин В.Д.

Академия ВВ МВСУ, Харьков, Украина

Эффективных способом построения математических моделей рассеяния электромагнитных волн на структурах сложной геометрической формы является, предложенный Ю.В. Ганделем, метод параметрических представлений интегральных преобразований [1]. С помощью этого метода, исходные краевые задачи для уравнений Гельмгольца сводятся к эквивалентным системам граничных интегральных уравнений, через решение которых выражаются параметры электродинамических полей [2]. В работе метод параметрических представлений интегральных преобразований применён для получения системы граничных интегральных уравнений задачи рассеяния электромагнитных волн на многослойной периодической системе импедансных лент.

В однородной изотропной среде располагается 2π-периодическая электродинамическая структура, состоящая из бесконечно тонких импедансных лент. Ленты расположены в N параллельных плоскостях $z = z_p$. Зависимость поля от времени даётся множителем $e^{-i\omega t}$. Из бесконечности сверху на электродинамическую структуру наклонно падает H-поляризованная плоская электромагнитная волна единичной амплитуды:

$$U(y,z) = H_x(y,z) = \exp\left(ik\left(y\cdot\sin\phi - z\cdot\cos\phi\right)\right). \quad (1)$$

В задаче необходимо найти полное поле $u(y,z)$, возникшее в результате дифракции волны на решётках. Полное поле $u(y,z)$ является решением уравнения Гельмгольца:

$$\Delta u + k^2 u = 0, \quad (2)$$

в области Ω, которая представляет часть пространства вне лент. Это решение удовлетворяет импедансным граничным условиям:

$$\frac{\partial u}{\partial n} - h\,u\Big|_{(y,z)\in\partial\Omega} = 0, \quad (1)$$

которые являются следствием граничных условий Щукина-Леонтовича; условию конечности энергии в любой ограниченной области плоскости YOZ, условию излучения Зоммерфельда и условию квазипериодичности Флоке.

В результате применения метода параметрических представлений интегральных преобразований была получена система интегральных уравнений:

$$\begin{gathered} G_q(y) - h\int_0^y F_q(\eta)d\eta - \frac{h}{\pi}\int_{L_q} \ln|y-\eta| G_q(\eta)d\eta + \\ + \frac{h}{\pi}\int_{-\infty}^{y} \operatorname{sign}(y-\eta)F_q(\eta)d\eta + \\ + \sum_{s=1}^{N}\frac{h}{\pi}\int_{L_s} MG_{pq}(y-\eta)G_s(\eta)d\eta - \\ - \sum_{s=1}^{N}\frac{h}{\pi}\int_{L_s} MF_{pq}(y-\eta)F_s(\eta)d\eta = 2f_q(y), \\ y \in \bigcup_p L_{qp}, \end{gathered} \quad (2)$$

$$\begin{gathered} \frac{1}{\pi}\int_{L_q} \frac{F_q(\eta)}{\eta - y}d\eta - h\int_0^y F_q(\eta)d\eta + \\ + \sum_{s=1}^{N}\frac{1}{\pi}\int_{L_s} KF_{qs}(y-\eta)\,F_s(\eta)d\eta - \\ - \sum_{s=1}^{N}\frac{1}{\pi}\int_{L_q} KG_{q,s}(y-\eta)G_s(\eta)d\eta = -2g_q(y), \\ y \in \bigcup_p L_{qp}; \end{gathered} \quad (5)$$

$$\int_{L_{qp}} F_q(\eta)\,d\eta = 0, \quad \forall L_{qp} \in L. \quad (6)$$

где

$$F_q(y) = \frac{\partial}{\partial y}\left[u\left(y, z_q + 0\right) - u\left(y, z_q - 0\right)\right], \quad (7)$$

$$G_q(y) = \frac{\partial}{\partial z}\left[u\left(y, z_q + 0\right) - u\left(y, z_q - 0\right)\right], \quad (8)$$

а L_{qp} –множество y-координат точек, соответствующих ленте с номером p и лежащей в плоскости $z = z_q$.

Выводы. Получена система граничных интегральных уравнений задачи рассеяния электромагнитных волн на многослойной периодической системе импедансных лент. Эта система отличается от системы интегральных уравнений непериодической задачи наличием в подынтегральных выражениях слагаемых, содержащих логарифмические особенности и имеющих разрывы первого рода.