уравнения Компанейца для ударного фронта. // Астрон.журн. – 2012. – т.89. N 7 – С. 552–559.
3. Карнаушенко А.В. Решение уравнения Компанейца для ударного фронта в среде с плотностью, изменяющейся по закону гиперболического тангенса (промежуточная область и эволюция в реальном времени). // Радиофизика и радиоастрономия – 2012. – т.17. N4. – С. 311–319.
4. Конторович В.М., Пименов С.Ф. Точное решение уравнения Компанейца для сильного взрыва в середе с квадратичным законом убывания плотности. // Изв. ВУЗов Радиофизика – 1998. – т. XLI. N 6. – С. 683 – 698.

## СИСТЕМЫ ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ТРЕТЬЕГО РОДА

*Душкин В.Д.*

Академия ВВ МВСУ, Харьков, Украина

Эффективных способом построения математических моделей рассеяния электромагнитных волн на структурах сложной геометрической формы является, предложенный Ю.В. Ганделем, метод параметрических представлений интегральных преобразований [1]. С помощью этого метода, исходные краевые задачи для уравнений Гельмгольца сводятся к эквивалентным системам граничных интегральных уравнений, через решение которых выражаются параметры электродинамических полей [2]. В работе метод параметрических представлений интегральных преобразований применён для получения системы граничных интегральных уравнений задачи рассеяния электромагнитных волн на многослойной периодической системе импедансных лент.

В однородной изотропной среде располагается 2π-периодическая электродинамическая структура, состоящая из бесконечно тонких импедансных лент. Ленты расположены в N параллельных плоскостях $z = z_p$. Зависимость поля от времени даётся множителем $e^{-i\omega t}$. Из бесконечности сверху на электродинамическую структуру наклонно падает H-поляризованная плоская электромагнитная волна единичной амплитуды:

$$U(y,z) = H_x(y,z) = \exp\left(ik\left(y\cdot\sin\phi - z\cdot\cos\phi\right)\right). \quad (1)$$

В задаче необходимо найти полное поле $u(y,z)$, возникшее в результате дифракции волны на решётках. Полное поле $u(y,z)$ является решением уравнения Гельмгольца:

$$\Delta u + k^2 u = 0, \quad (2)$$

в области Ω, которая представляет часть пространства вне лент. Это решение удовлетворяет импедансным граничным условиям:

$$\frac{\partial u}{\partial n} - h\,u\Big|_{(y,z)\in\partial\Omega} = 0, \quad (1)$$

которые являются следствием граничных условий Щукина-Леонтовича; условию конечности энергии в любой ограниченной области плоскости YOZ, условию излучения Зоммерфельда и условию квазипериодичности Флоке.

В результате применения метода параметрических представлений интегральных преобразований была получена система интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} & G_q(y) - h\int_0^y F_q(\eta)d\eta - \frac{h}{\pi}\int_{L_q} \ln|y-\eta| G_q(\eta)d\eta + \\ & +\frac{h}{\pi}\int_{-\infty}^{y} \operatorname{sign}(y-\eta)F_q(\eta)d\eta + \\ & +\sum_{s=1}^{N}\frac{h}{\pi}\int_{L_s} MG_{pq}(y-\eta)G_s(\eta)d\eta - \\ & -\sum_{s=1}^{N}\frac{h}{\pi}\int_{L_s} MF_{pq}(y-\eta)F_s(\eta)d\eta = 2f_q(y), \\ & y\in\bigcup_p L_{qp}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi}\int_{L_q} \frac{F_q(\eta)}{\eta - y}d\eta - h\int_0^y F_q(\eta)d\eta + \\ & +\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{\pi}\int_{L_s} KF_{qs}(y-\eta)\,F_s(\eta)d\eta - \\ & -\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{\pi}\int_{L_q} KG_{q,s}(y-\eta)G_s(\eta)d\eta = -2g_q(y), \\ & y\in\bigcup_p L_{qp}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\int_{L_{qp}} F_q(\eta)d\eta = 0, \quad \forall L_{qp}\in L. \quad (6)$$

где

$$F_q(y) = \frac{\partial}{\partial y}\left[u(y,z_q+0) - u(y,z_q-0)\right], \quad (7)$$

$$G_q(y) = \frac{\partial}{\partial z}\left[u(y,z_q+0) - u(y,z_q-0)\right], \quad (8)$$

а $L_{qp}$–множество y-координат точек, соответствующих ленте с номером p и лежащей в плоскости $z = z_q$.

**Выводы.** Получена система граничных интегральных уравнений задачи рассеяния электромагнитных волн на многослойной периодической системе импедансных лент. Эта система отличается от системы интегральных уравнений непериодической задачи наличием в подынтегральных выражениях слагаемых, содержащих логарифмические особенности и имеющих разрывы первого рода.

ЛИТЕРАТУРА
1. Gandel'. Yu.V. Boundary-Value Problems for the Helmholtz Equation and their Discrete Mathematical Models // J. Math. Sci. - 2010. - v. 171, N1. - P. 74-88.
2. Гандель Ю.В., Душкин В.Д. Математические модели двумерных задач дифракции: Сингулярные интегральные уравнения и численные методы дискретных особенностей. – Х. Акад. ВВ МВД Украины, 2012. –544с.

## ДИСКРЕТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СТАБИЛЬНОСТЬ ЭВТРОФИЦИРОВАННОГО ГИДРОБИОЦЕНОЗА

*[1]Жолткевич Г.Н., [1]*Носов К.В., [1]Беспалов Ю.Г., [2]Высоцкая Е.В., [2]Печерская А.И.*

[1]Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Украина
[2]Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина

Угрозы биобезопасности, возникающие в условиях глобального потепления в связи с эвтрофикацией водоемов, обуславливают актуальность проблемы стабильности гидробиоценозов. В рамках данной проблемы под стабильностью понимается способность системы сохранять свое состояние, определяемое как нормальное. Речь идет, среди прочего, о состоянии, при котором не происходит чреватого угрозами биобезопасности накопления биомассы, в частности – образования «пятен цветения», возникающих при массовом развитии в водоеме токсических цианобактерий. (Такая угроза, к примеру, имеет место в настоящее время на озере Киннерет, являющемся важнейшим источником питьевого водоснабжения для нескольких ближневосточных стран). Возможность нарушения стабильности может быть связана с действием одного какого-нибудь фактора (в случае эвтрофикации обычно говорят о повышении концентрации биогенных элементов – азота и фосфора) или же с наличием большого количества потенциальных сценариев такого нарушения (дисбаланс продукции и деструкции вследствие изменений температурного и светового режимов, гидродинамики, динамики развития и структуры зоопланктона, насыщающего воду своими метаболитами – питательными веществами для фотоавтотрофов и одновременно выедающего организмы фитопланктона, являющиеся конкурентами не выедаемых в живом виде цианобактерий). В рамках данной работы рассматривается второй случай, конкретно – ситуации, когда потенциальные сценарии нарушения стабильности обусловлены структурой отношений внутри зоопланктонного сообщества.

Необходимый в таком случае системный подход реализуется с помощью нового разработанного в ХНУ [1] класса математических моделей, получившего название дискретные модели динамических систем (ДМДС), на фактическом литературном материале [2] многолетних наблюдений за зоопланктоном озера Севан (Армения), подвергавшегося с 1937 г. многолетней антропогенной эвтрофикации, следствием которой с 1964 г. стало «цветение» этого высокогорного, ранее олиготрофного озера.

ДМДС позволяет найти для многокомпонентной системы в наибольшей степени соответствующие матрице корреляций (МК) между компонентами: матрицу межкомпонентных и внутрикомпонентных отношений (из перечня: «+,+», «–,–», «+,–», «+,0», «–,0», «0,0»), набор начальных значений компонентов и соответствующую этому набору и матрице отношений (МО) траекторию системы (ТС). Наблюдаются ситуации, когда одной ТС соответствует не одна МО, а класс, включающий несколько матриц. Для дальнейшего рассмотрения принимаем, что показателем стабильности (при относительной слабости нарушающих ее факторов) является сохранение вида ТС – в рамках одного класса МО, наиболее соответствующих МК. Чем меньше МО в одном таком классе, тем меньше число потенциальных сценариев нарушения стабильности. Соответственно, в рамках принятого нами понимания стабильности, она должна быть тем выше, чем меньше количество МО в классе.

Эта гипотеза подтверждается результатами дискретного динамического моделирования структуры севанского зоопланктона на разных этапах его эвтрофикации. Речь идет о структуре отношений следующих групп: циклопид, диаптомид, коловраток и дафний. В качестве дополнительного показателя стабильности использовались корреляции между частотой магнитных бурь в данном месяце данного года, биомассой и численностью отдельных групп зоопланктона в этом же месяце. На «олиготрофном» этапе 1937–57 г.г., в котором не наблюдалось статистически достоверных корреляций между магнитными бурями и количеством зоопланктеров, число МО в классе равно 8, на непосредственно предшествующем «цветению» этапе 1958–62 г.г., в котором статистически достоверная корреляционная связь между магнитными бурями и количественными параметрами зоопланктона наблюдалась, число МО в классе было равно 16.

Полученные результаты, рассматриваемые авторами как предварительные, позволяют надеяться на получение в дальнейшем других – отрывающих новые подходы к решению фундаментальных и прикладных проблем стабильности экосистем.

ЛИТЕРАТУРА:
1. Bespalov Yu., Gorodnyanskiy I., Zholtkevych G., Zaretskaya I., Nosov K., Bondarenko T., Kalinovskaya K., Carrero Y. Discrete Dynamical Modeling of System Characteristics of a Turtle's Walk in Ordinary Situations and After Slight Stress // Бионика интеллекта. – 2011. –№ 3 (77). – С. 54–59.
2. Многолетние показатели развития зоопланктона озер. Сб. статей. М.: Наука, 1973. – 204 с.