равенству $\|\mathrm{Id}+\mathrm{T}\|=1+\|\mathrm{T}\|$, где Id – тождественный оператор на X [1].

Пространства со свойством Даугавета не рефлексивны, не обладают безусловным базисом, содержат подпространства, изоморфные ℓ_1. Классическими примерами таких пространств являются C(K), где K – компакт без изолированных точек, $L_1(\mu)$ и $L_\infty(\mu)$, где μ – безатомная мера.

В статье [1] было показано, что свойство Даугавета является сепарабельно определенным, то есть что банахово пространство X обладает свойством Даугавета тогда и только тогда, когда для любого сепарабельного подпространства $Y \subset X$ существует сепарабельное подпространство $E \subset X$, содержащее Y и обладающее свойством Даугавета.

Целью нашего исследования является обобщение понятия свойства Даугавета и полученных результатов о нём на более широкие классы банаховых пространств.

Определение 1. *Линейный непрерывный ненулевой оператор* $G: X \to Y$ *называется даугаветовым центром, если для любого линейного непрерывного одномерного оператора* $T: X \to Y$ *выполняется равенство* $\|G+T\|=\|G\|+\|T\|$.

Банаховы пространства, из которых действует даугаветов центр, и банаховы пространства, в которые действует даугаветов центр, не обязательно обладают свойством Даугавета, но на такие пространства легко распространяются многие факты, доказанные для пространств со свойством Даугавета.

В статье [2] мы получили аналог для даугаветовых центров теоремы о сепарабельной определённости свойства Даугавета:

Теорема. *Пусть X и Y – банаховы пространства. Для линейного непрерывного оператора* $G: X \to Y$ *следующие утверждения эквивалентны:*

(i) *G является даугаветовым центром;*

(ii) *для любых сепарабельных подпространств* $X_1 \subset X$ *и* $Y_1 \subset Y$ *существуют сепарабельные подпространства* $X_2 \subset X$ *и* $Y_1 \subset Y$ *такие, что* $X_1 \subset X_2$, $Y_1 \subset Y_2$, $G(X_2) \subset Y_2$ *и ограничение* $G|_{X_2}: X_2 \to Y_2$ *является даугаветовым центром.*

Этот результат был применён нами к изучению вопроса о том, насколько широким является множество операторов $T: X \to Y$, удовлетворяющих равенству $\|G+T\|=\|G\|+\|T\|$, где $G: X \to Y$ – даугаветов центр.

Определение 2. *Пусть оператор* $G: X \to Y$ *– даугаветов центр,* $\|G\|=1$, *E – банахово пространство. Линейный непрерывный оператор* $T: X \to E$ *называется G-узким оператором, если для любого числа* $\varepsilon>0$, *любого элемента* $x \in X$ *с* $\|x\|=1$, *любого элемента* $y \in Y$ *с* $\|y\|=1$ *и любого функционала* $x^* \in X^*$, $\|x^*\|=1$ *существует элемент z из единичного шара пространства* X, *удовлетворяющий неравенствам* $\|T(x-z)\|+|x^*(x-z)|<\varepsilon$ *и* $\|y+Gz\|>2-\varepsilon$.

Понятие G-узкого оператора обобщает на даугаветовы центры понятие узкого оператора [1]. Из определения G-узкого оператора легко получить, что для даугаветова центра $G: X \to Y$ любой G-узкий оператор $T: X \to Y$ удовлетворяет равенству $\|G+T\|=\|G\|+\|T\|$.

Следуя идее доказательства из статьи [3], мы показали, что для любого даугаветова центра $G: X \to Y$ множество G-узких операторов является достаточно большим: все слабо компактные операторы, операторы с сильным свойством Радона-Никодима и все операторы, не фиксирующие копии пространства ℓ_1, действующие из X в некоторое сепарабельное пространство, являются G-узкими. В статье [2] нами было показано, что условия сепарабельности образов операторов в данном утверждении является лишним, при помощи теоремы о сепарабельной определенности даугаветовых центров и следующей леммы:

Лемма. *Пусть* $G: X \to Y$ *является даугаветовым центром,* $\|G\|=1$, $T: X \to E$ *– линейный непрерывный оператор. Пусть для любой пары сепарабельных подпространств* $X_1 \subset X$ *и* $Y_1 \subset Y$ *таких, что ограничение* $G|_{X_1}: X_1 \to Y_1$ *является даугаветовым центром, ограничение оператора T на пространство* X_1 *является* $G|_{X_1}$*-узким оператором. Тогда T – G-узкий оператор.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Kadets V.M., Shvidkoy R.V., Werner D. Narrow operators and rich subspaces of Banach spaces with the Daugavet property // Studia Math. – 2001. – v.147. – P.269–298.

2. Ivashyna T. Daugavet centers are separably determined // Matematychni Studii. (to appear)

3. Aviles A., Kadets V., Martin M., Meri J., Shepelska V. Slicely countably determined Banach spaces // C.R. Math., Acad. Sci. Paris. – 2009. – v.347 – P.1277–1280.

ГЕОМЕТРИЯ СРЕЗОК ВЫПУКЛЫХ МНОЖЕСТВ И СВЯЗАННЫЕ С НЕЮ СВОЙСТВА БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВ

Кадец В.М.

ХНУ имени В.Н. Каразина, Харьков, Украина

Срезкой множества A в банаховом пространстве X называется часть, отрезаемая от A замкнутой гиперплоскостью. Целый ряд свойств банаховых пространств описывается в терминах геометрических свойств срезок выпуклых множеств в этих пространствах, и геометрия срезок накладывает отпечаток на аналитические по своей природе свойства пространства.

В этом обзорном докладе мы поговорим некоторых таких свойствах. Во-первых, мы бегло расскажем об уже классическом *свойстве Радона - Никодима*, означающем, с одной стороны, что у любого ограниченного замкнутого выпуклого множества в X есть срезки сколь угодно малого диаметра, а, с другой стороны, что у абсолютно непрерывных мер ограниченной вариации со значениями в X есть производная Радона - Никодима. Во-вторых, мы расскажем о двух свойствах банаховых пространств, в изучение которых существенный вклад внёс докладчик: о *свойстве Даугавета* и об *альтернативном свойстве Даугавета*. Первое из этих свойств, грубо говоря, означает, что все срезки единичного шара имеют очень большой размер (в частности, диаметр каждой срезки равен диаметру самого шара), а второе – что среди срезок шара есть много очень больших. При этом оба свойства можно сформулировать в терминах поведения линейных непрерывных операторов в X. Свойство Даугавета означает, что для любого одномерного оператора $T: X \to X$ выполнено *равенство Даугавета* $\|Id + T\| = 1 + \|T\|$, а альтернативное свойство Даугавета (в вещественном случае), – что выполнено *альтернативное равенство Даугавета* $\max_{\pm} \|Id \pm T\| = 1 + \|T\|$.

Мы также расскажем о недавно введённом классе SCD-операторов (включающем в себя, в частности, все слабо компактные операторы), оказавшимся весьма полезным при изучении упомянутых выше свойств. В частности, в пространстве с (альтернативным) свойством Даугавета каждый SCD-оператор подчиняется (альтернативному) равенству Даугавета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kadets V.M., Shvidkoy R.V., Sirotkin G.G., Werner D. Banach spaces with the Daugavet property // Trans. Amer. Math. Soc. – 2000. – v. 352. – P. 855–873.
2. Avilés A., Kadets V., Martín M., Merí J., Shepelska V. Slicely countably determined Banach spaces // Trans. Amer. Math. Soc. – 2010. – v. 362. – P. 4871–4900.

ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ИМПЕДАНСНОЙ РЕШЁТКОЙ: ЗАВИСИМОСТЬ ХАРАКТЕРА ОТРАЖЕНИЯ ОТ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ЛЕНТАМИ

**Костенко А.В.*

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, Украина

Характер рассеяния электромагнитных волн решёткой зависит от расстояний между соседними лентами. Например, две ленты рассеивают электромагнитную волну, как одна лента, если расстояние между ними не превышает половину длины волны.

Целью работы является математическое обоснование и анализ этого эффекта. Для этого изучается математическая модель рассеяния и дифракции плоской монохроматической электромагнитной волны на решётке из импедансных лент. Её построение основано на методе, предложенном в [1], широко представленном в [2] и модифицированном в [3]. Так же, как в [3], задача рассеяния сведена к двум третьим краевым задачам для уравнения Гельмгольца относительно искомых компонент векторов электромагнитного поля. Решения этих задач должны удовлетворять условиям Зоммерфельда и условию Майкснера (см. [3]).

Третья краевая задача для уравнения Гельмгольца с указанными дополнительными условиями сведена к граничным интегральным уравнениям: одно имеет логарифмическую особенность в ядре, а второе – гиперсингулярное (см. [4]).

На основе этой математической модели был проведён численный эксперимент. Исследовано рассеяние E- и H-поляризованных падающих волн различными решётками. Результаты подтвердили эмпирические наблюдения.

Также был проведён частотный анализ, который выявил более сложные, менее предсказуемые, эффекты отражения – резонансы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гандель Ю. В., Кравченко В. Ф., Пустовойт В. И. Рассеяние электромагнитных волн тонкой сверхпроводящей лентой. / Доклады РАН. – 1996. – т. 351, № 4. – С. 462–464.
2. Гандель Ю. В., Душкин В. Д. Математические модели двумерных задач дифракции: сингулярные интегральные уравнения и численные методы дискретных особенностей. Монография. – Харьков: Изд-во Академии внутренних войск Министерства внутренних дел Украины, 2012. – 544 с.
3. Костенко А. В. Ещё раз о дифракции плоской монохроматической электромагнитной волны на импедансной ленте. // Вестник Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина. Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления. – 2012. – т. 20, № 1037. – С. 110–124.
4. Костенко А. В. Численный метод решения гиперсингулярного интегрального уравнения второго рода. // Украинский математический журнал. – 2013. – т. 65, № 9. – С. 1228–1236.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИБЫЛИ ЛИЦЕНЗИАТА ОТ ПРОДАЖИ ЕДИНИЦЫ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОДУКТА

Котляров И.Д.

Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, Санкт-Петербург, Россия

При принятии решения о приобретении лицензии на право выпуска и продажи продукта под товарным знаком лицензиара потенциальному лицензиату необходимо спрогнозировать свой доход от продажи лицензионного продукта. В соответствии с традиционной моделью чистая дополнительная прибыль лицензиата π_1 от продажи единицы