

релятивистских скоростей [4]. Положение обрыва зависит от отношения напряженности магнитного поля к периоду пульсара. Критерием применимости может служить существование корреляции высокочастотного обрыва и низкочастотного завала [3], связанной с особенностями ускорения в зазоре [5] при свободном выходе электронов с поверхности звезды.

Выражение для напряженности магнитного поля  $B$  (его продольной относительно оси вращения компоненты) в терагауссах через период  $P$  в секундах и частоту обрыва спектра  $\nu_{cf}$  в гигагерцах, согласно [6], имеет вид  $B = P \cdot \nu_{cf}^2$ . Безразмерный численный коэффициент порядка единицы допускает уточнения. Сравнение с данными для Пушинской выборки показывает, что значения поля имеют нужный порядок величины (несколько терагаусс).

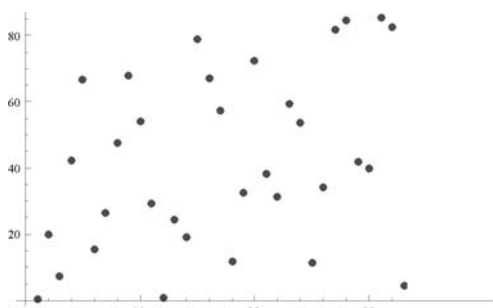


Рис. 1. Углы между осями для Пушинской выборки.

В случае магнитодипольных потерь данный метод позволяет определить такую важнейшую характеристику пульсаров как угол между осью вращения и магнитной осью (Рис.1). При этом необходимо учитывать вклад эффектов ОТО [7], что связано с близостью радиуса нейтронной звезды к её гравитационному радиусу и с керровским увлечением пространства-времени вращающейся массой звезды. Сопоставление с данными об интеримпульсах делает сомнительным исходное предположение о потерях. В случае токовых потерь [7] данный метод позволяет получить информацию о продольном токе, протекающем через магнитосферу, который является в этом случае её определяющим параметром.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Малов И.Ф. О магнитных полях и диаграмме dotP–P в радиопулсарах // Астрон. журн. – 2001. – т. 78. – С. 452–458
2. Malofeev V. M. Pulsar Radio spectra. In *Pulsars: Problems and Progress*, Ed. by S. Johnston, M. A. Walker, and M. Bailes. Astronomical Society of the Pacific, San Francisco, California, United States. – 1996. – P. 271–277.
3. Малов И.Ф. Радиопулсары. М.: Наука. – 2004. – 190 с.
4. Kontorovich V.M., Flanchik A.B. High-frequency cutoff and change of radio emission mechanism in pulsars // *Astrophys Space Sci.* – 2013. – v. 345, N1. – P.169–175; astro-ph/1201.0261

5. Kontorovich V.M., Flanchik A.B. О связи спектра радиоизлучения пульсаров с особенностями ускорения частиц в полярном зазоре // *ЖЭТФ.* – 2013. – т. 143, №1. – С.92–99; astro-ph/1210.2858

6. Kontorovich V.M. Аналогии резонатора земля-ионосфера в теориях радиоизлучения пульсаров // *EMES'2012.* – С.106–108.

7. Beskin, V.S.: *MHD Flows in Compact Astrophysical Objects.* Springer, Berlin. – 2010. – 425 p.

### К ОБОБЩЁННОЙ ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧ АНАЛИЗА ЭВОЛЮЦИИ СОБСТВЕННЫХ ФОРМ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Король Е.З.

НИИ механики МГУ, Москва, Россия

К указанным многопараметрическим механическим системам относятся, в частности, оболочки вращения и круговые пластинки, которые в критических состояниях до или после потери устойчивости или в состоянии свободных колебаний принимают сложные модулированные собственные формы различных видов. Выделяются четыре типа задач: спектрального анализа минимальной несущей и модулирующей частот (или длин волн) и всего спектра частот (или длин волн) осцилляций определённого (заданного) вида модуляции при заданной траектории нагружения; анализа собственных форм осцилляций определённого (заданного) вида модуляции при заданной траектории нагружения; комбинаторного анализа спектра частот и собственных форм осцилляций различных (не заданных) видов модуляции и произвольных (допустимых) траекториях нагружения и анализа оптимальных траекторий нагружения при заданных (допустимых) видах модуляции, собственных формах и спектре частот (длин волн) осцилляций. Линейные дифференциальные операторы (ЛОД) разрешающих уравнений (ЛОДУ) Эйлерова, Бесселева или гипергеометрического типа четвёртого и выше порядков

Дифференциальное уравнения форм записывается в нескольких разных видах: в виде операторных полиномов обобщённых дифференциальных операторов Лапласа и Эйлера второго порядка, в виде полиномов обобщённых операторов Эйлера, в виде произведений обобщённых операторов Бесселя второго порядка. Для классификации видов модуляции используется пространство «коэффициентов жёсткости», в котором задаётся траектория нагружения и определены области К-разбиения, в которых указаны каждая из возможных модуляций, характерные линии раздела модуляций (ЛРВМ), семейства изопараметрических линий уровня частот (ЛУЧ) и точки их пересечения (точки бинарности). Для их определения установлены соотношения связности «коэффициентов жёсткости» или «коэффициентов Бесселевых добавок» и структурных параметров (частот, сдвигов фазы и т.п.).

**Обобщённая постановка задач анализа форм.** Расширенная постановка включает: линейное обыкновенное дифференциальное уравнение состояния; задание траектории нагружения; классификацию видов модуляций; классификацию областей видов модуляции и их границ; соотношения связности «коэффициентов жёсткости» ЛОДУ и структурных параметров; классификацию критических линий - изопараметрических ИПЛ и точек; линейные краевые условия дифференциального типа; детерминантно – краевые уравнения (ДКУ).

Основная особенность и трудность этих задач состоит в том, что для указанных многопараметрических (по значениям «коэффициентов жёсткости») механических систем высшего (четвёртого и выше) порядка структурных параметров (значений частот и сдвигов фазы) всегда два и более, а осцилляционных составляющих – фундаментальных (ФСР) решений четыре и более. Трудность, в первую очередь, заключается в наличии «неопределённости», т.е. параметрической зависимости «коэффициентов жёсткости» ЛОДУ (они же коэффициенты характеристических показательных полиномов эйлеровых). Во вторую очередь – отсутствие аналитических решений для трансцендентных или тригонометрических детерминантно – краевых уравнений высокого (четвёртого и выше) порядков. И, в третью очередь, форма представления фундаментальной системы (ФСР) решений ЛОДУ эйлерова типа должна быть универсальной. В частности, непрерывной по структурным параметрам и обладать свойством непрерывного перехода от одного вида модуляции к другому, как в случае простых (некратных параметров), так и в случае кратных.

**Цилиндрическая оболочка.** Указываются основные осцилляционные собственные формы ЛОДУ четвёртого порядка: амплитудно-фазовая (К) гиперболическая (крыловская), амплитудно-фазовая бигармоническая (Z), гиперболическая (Т), амплитудно-фазовая ( $L_{K-Z}$ ) полиномиальная ( $L_{Z-T}$ ). Выделяется траектория, соответствующая минимальной частоте, как главная, отделяющая подобласть устойчивых не критических состояний. В области бигармонических модулированных форм существует подобласть устойчивости в виде криволинейного треугольника. Анализ эволюции собственных форм в задаче устойчивости цилиндрической оболочки при осевом сжатии по траектории Тимошенко-Лоренца (Л-Т) показал, что в области амплитудно-фазовой К-модуляции «наблюдается расчётно» смена частот (числа осцилляций) при значениях продольного усилия равных  $k \approx 0.2$ , т.е. ниже «лоренцовой» и более соответствующих экспериментально определённым. При этом в диапазоне нагрузок  $k \approx 0.4 - 0.6$  происходит «скачок» сдвига фазы. В области Z число осцилляций бесчисленное множество. Показано также, что на траектории Л-Т собственные функции изогональны.

**Круговая пластинка и коническая оболочка.** Постановка задач дополняется выражениями

«соотношений связности» между «коэффициентами бесселевых добавок» или «коэффициентами жёсткости» и «структурными параметрами» и указанием «траектории нагружения». Введено обобщение преобразования Ломмеля – Томсона, позволяющее выделить ЛОДУ высшего порядка бесселева типа, которые сводятся несвязной системе «стандартных» ЛОДУ бесселева типа второго порядка. Согласно этому преобразованию, характеристические ЛДО показатели таковы, что разности значений характеристических показателей для пар одного номера, начиная с меньшего номера, одинаковы; разности характеристических показателей для каждых последовательных пар постоянны. Основные типы собственных форм для задач круговой пластины и конической оболочки: выражаются «стандартными» цилиндрическими функциями второго порядка Неймана, Вебера, Ханкеля, Макдональда, Кельвина) при нулевых значениях Эйлеровы (степенные).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Корнев Б.Г. Введение в теорию бесселевых функций. – М.: Наука. 1971. – 287
2. Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа. ч.2. – М.: Физматлит. 1963. – 327 с.
3. Кан С.Н. Строительная механика оболочек. – М.: Машиностроение, 1966. – 508
4. Коллатц Л. Задачи на собственные значения. — М.: Наука, 1968. – 503 с.
5. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
6. Кильчевский Н.А., Никулинская С.Н. Об осесимметричной форме потери устойчивости круговой цилиндрической оболочки // Прикл. механика. – 1965. – т.1, № 11. – С. 1–6.
7. Lorenz R. // Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, v.52, Leipzig. 1908. S.1706.
8. Тимошенко С.П. К вопросу о деформациях и устойчивости цилиндрической оболочки. // Вестн. о-ва технол. – 1914. – т.21. – С.785–792.
9. Григолюк Э.И., Кабанов В.В.. Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
10. Король Е.З., Фундаментальная система решений дифференциальных уравнений N-ого порядка бесселева типа и их приложения в МТДТ. Часть I. Цилиндрические функции N-ого порядка. Обобщение формул Неймана-Вебера-Шлефли. /НИИ Механики МГУ. М.: 1998, 78 с. Деп. ВИНТИ 03.04.98, № 990–В98.
11. Король Е.З. Операторные методы интегрирования эйлеровых и бесселевых уравнений (N+2M)-го порядка. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. Матем. Мех. – 2001. – № 4. – С. 31–40.
12. Король Е.З. Новые методы операторного интегрирования обобщённых эйлеровых и бесселевых уравнений (N+2M)-го порядка. // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2003. – № 6. – С. 8–21.
13. Король Е.З. Операторный и операторно - рекуррентный методы интегрирования обобщённых эйлеровых и бесселевых уравнений порядка (N+2M). В сб.: Избранные проблемы современной механики.

Т.2. / В.А. Садовничий, ред. – М.: Изд-во Московского университета. 2011. – С. 243–257.

14. Король Е.З. Эволюция гипербола – гармонических модулированных осесимметрических форм цилиндрической оболочки при комбинированной траектории нагружения и критические характеристические линии. // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2010. – № 1. – С.93–101.

15. Король Е.З. К решению краевых задач продольно-поперечного изгиба ортотропных круговых пластин на упругом основании. // ПММ. – 2001. – т. 65, Вып. 6. – С. 995–1007.

16. Король Е.З. К определению собственных частот малых продольных и поперечных колебаний тонких ортотропных круговых пластин. // Изв. РАН. МТТ. – 2001. – № 2. – С. 163–174.

### ПРИМЕНЕНИЕ НЕЯВНОЙ СХЕМЫ РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГАЗОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

*Косьянов Д. Ю.*

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Важность задачи численного моделирования газогидродинамических процессов для энергомашиностроения, авиационной и других отраслей промышленности во многом определяется необходимостью совершенствования существующих и проектирования новых элементов энергетических установок и летательных аппаратов. Для численного решения поставленной задачи широко применяются сеточные методы, использование которых подразумевает разбиение расчётной области на конечное число контрольных объёмов (ячеек). Дискретизацию областей сложной формы удобно выполнять с помощью гибридных неструктурированных сеток, которые формируются из ячеек достаточно произвольной формы (например, треугольников и четырёхугольников в плоском случае) [1].

В последние десятилетия особое внимание уделяется разработке, усовершенствованию и исследованию свойств разностных схем высокого порядка точности, ориентированных на использование неструктурированных сеток. Для повышения эффективности таких методов при численном моделировании стационарных газогидродинамических полей широко используются неявные разностные схемы. Неявные методы с расщеплением и факторизацией по координатным и характеристическим направлениям для сеток с четырёхугольными ячейками хорошо зарекомендовали себя при решении задач газогидродинамики и продолжают активно использоваться.

В публикациях [2, 3] представлен новый неявный безытерационный конечно-объёмный метод с расщеплением по пространственным и характеристическим направлениям, который

является развитием известной неявной схемы Бима-Уорминга-Стегера [4, 5] и ориентирован на использование произвольных неструктурированных сеток. В докладе приведены особенности использования метода для численного решения системы уравнений Эйлера при моделировании невязких течений сжимаемого газа и несжимаемой жидкости. Представлены решения ряда задач с непрерывным (рис. 1), разрывным (рис. 2), стационарным и

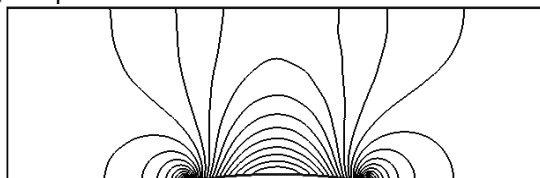


Рис.1. Изолинии коэффициента давления для дозвукового течения в канале с препятствием в виде кругового сегмента (относительная высота – 4%).

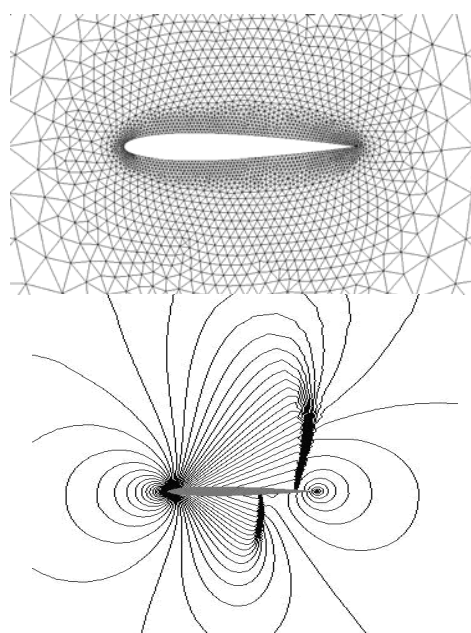


Рис.2. Схематический вид неструктурированной сетки возле профиля NASA0012 и изолинии коэффициента давления.

нестационарным распределением моделируемых физических полей. Выполнено сравнение полученных результатов с данными численного моделирования в программном комплексе вычислительной газогидродинамики FlowER-U и результатами других авторов.

Дальнейшие исследования связаны с обобщением и использованием предложенной разностной схемы для решения задачи численного интегрирования системы уравнений Навье-Стокса, осреднённых по Рейнольдсу, при моделировании трёхмерных вязких течений сжимаемого газа и несжимаемой жидкости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Venkatakrishnan V. A perspective on unstructured grid flow solvers // Aerospace Sci. Meeting № 33 – 1996. – v. 34. – P. 533 – 547.