Т.2. / В.А.Садовничий, ред. – М.: Изд-во Московского университета. 2011. – С. 243–257.
14. Король Е.З. Эволюция гиперболо – гармонических модулированных осесимметрических форм цилиндрической оболочки при комбинированной траектории нагружения и критические характеристические линии.// Проблемы машиностроения и автоматизации. 2010. – № 1. – С.93–101.
15. Король Е.З. К решению краевых задач продольно-поперечного изгиба орторопных круговых пластин на упругом основании. // ПММ. – 2001. – т. 65, Вып. 6. – С. 995–1007.
16. Король Е.З. К определению собственных частот малых продольных и поперечных колебаний тонких ортотропных круговых пластин. // Изв. РАН. МТТ. – 2001. – № 2. – С. 163– 174.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЯВНОЙ СХЕМЫ РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГАЗОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

Косьянов Д. Ю.

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Важность задачи численного моделирования газогидродинамических процессов для энергомашиностроения, авиационной и других отраслей промышленности во многом определяется необходимостью совершенствования существующих и проектирования новых элементов энергетических установок и летательных аппаратов. Для численного решения поставленной задачи широко применяются сеточные методы, использование которых подразумевает разбиение расчётной области на конечное число контрольных объёмов (ячеек). Дискретизацию областей сложной формы удобно выполнять с помощью гибридных неструктурированных сеток, которые формируются из ячеек достаточно произвольной формы (например, треугольников и четырёхугольников в плоском случае) [1].

В последние десятилетия особое внимание уделяется разработке, усовершенствованию и исследованию свойств разностных схем высокого порядка точности, ориентированных на использование неструктурированных сеток. Для повышения эффективности таких методов при численном моделировании стационарных газогидродинамических полей широко используются неявные разностные схемы. Неявные методы с расщеплением и факторизацией по координатным и характеристическим направлениям для сеток с четырёхугольными ячейками хорошо зарекомендовали себя при решении задач газогидродинамики и продолжают активно использоваться.

В публикациях [2, 3] представлен новый неявный безытерационный конечно-объёмный метод с расщеплением по пространственным и характеристическим направлениям, который является развитием известной неявной схемы Бима-Уорминга-Стегера [4, 5] и ориентирован на использование произвольных неструктурированных сеток. В докладе приведены особенности использования метода для численного решения системы уравнений Эйлера при моделировании невязких течений сжимаемого газа и несжимаемой жидкости. Представлены решения ряда задач с непрерывным (рис. 1), разрывным (рис. 2), стационарным и

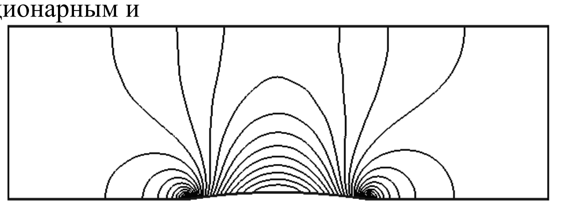

Рис.1. Изолинии коэффициента давления для дозвукового течения в канале с препятствием в виде кругового сегмента (относительная высота – 4%).

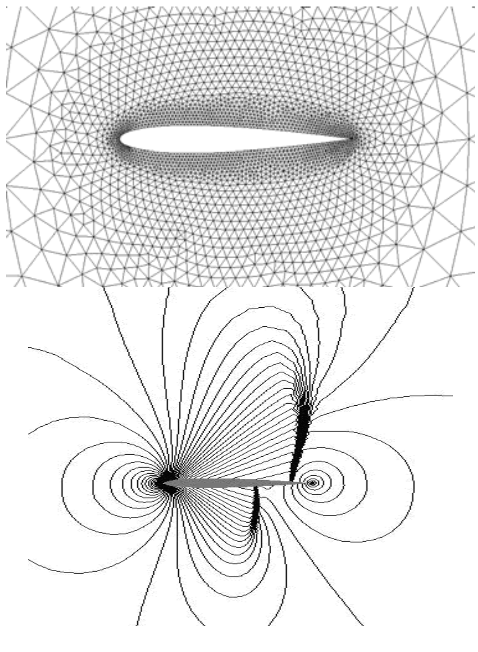

Рис.2. Схематический вид неструктурированной сетки возле профиля NACA0012 и изолинии коэффициента давления.

нестационарным распределением моделируемых физических полей. Выполнено сравнение полученных результатов с данными численного моделирования в программном комплексе вычислительной газогидродинамики FlowER-U и результатами других авторов.

Дальнейшие исследования связаны с обобщением и использованием предложенной разностной схемы для решения задачи численного интегрирования системы уравнений Навье-Стокса, осреднённых по Рейнольдсу, при моделировании трёхмерных вязких течений сжимаемого газа и несжимаемой жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Venkatakrishnan V. A perspective on unstructured grid flow solvers // Aerospace Sci. Meeting № 33 − 1996. − v. 34. − P. 533 – 547.

2. Русанов А.В., Ершов С.В. Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов в проточных частях турбомашин. − Х.: ИПМаш НАН Украины, 2008. − 275 с.

3. Русанов А.В., Косьянов Д.Ю. Неявная схема для численного интегрирования уравнений гиперболического типа на неструктурированных сетках // Проблемы машиностроения. − 2010. − т 13; № 3. − С. 30–37.

4. Русанов А.В. Обобщение неявной схемы расщепления для моделирования стационарных и нестационарных газодинамических процессов // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: Математическое моделирование в технике и технологиях. – Х.: НТУ «ХПИ», 2013. – №37 (8). – С. 174–184.

5. Beem R.M., Warming R.F. An implicit factored scheme for the compressible flows. // AIAA J. –1978. – v. 16, № 4. – P. 393–402.

6. Steger J.L. Implicit finite difference simulation of flow about arbitrary two dimensional geometries. // AIAA J. –1978. – v. 16, № 7. – P. 679–686.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗРЫВА ЖИДКОГО СЛОЯ НА ПОВЕРХНОСТИ НЕСМЕШИВАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

*[1]*Краузин П. В.*, [1, 2]*Голдобин Д. С.*

[1]Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия,

[2]Пермский государственный национальный исследовательский университет, Россия

Результаты теоретического и практического исследования статики и динамики поверхности жидкостей, составляющих многофазную систему, особенно зоны трехфазного контакта, представляют ценную информацию для решения как научных, так и технологических проблем.

Существует три устойчивые конфигурации двух несмешивающихся жидкостей различной плотности в поле тяжести: два горизонтальных слоя (тривиальный случай), капля на поверхности нижнего слоя жидкости и разрыв верхнего слоя. Если нахождение формы капли на твердой поверхности [1] или на поверхности жидкости [2] освещено в литературе, то аналитическое рассмотрение разрыва находилось вне поля зрения теоретиков, несмотря на проведенные эксперименты [3].

Рассмотрим трехфазную систему, находящуюся в цилиндрической кювете радиуса R: воздух и две несмешивающиеся жидкости различной плотности ρ. Пусть менее плотная жидкость (ρ_1) образует на поверхности более плотной жидкости (ρ_2) слой с разрывом поверхности радиуса r в центре цилиндрической кюветы (рис. 1).

Задача обладает аксиальной симметрией, поэтому определение форм поверхностей жидкостей сводится к нахождению профилей ξ, η, ζ в диаметральном сечении кюветы из решения дифференциальных уравнений, представляющих собой формулу Лапласа [4]:

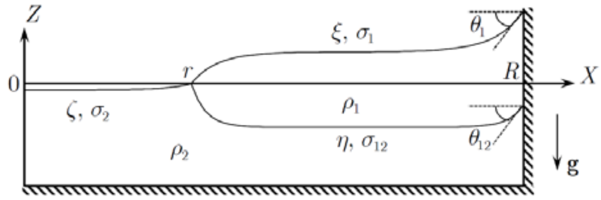

Рис. 1. Система координат.

$$\sigma\left(K_1 + K_2\right) = \Delta p. \qquad (1)$$

Здесь σ – коэффициент поверхностного натяжения,K_1 и K_2 – главные кривизны поверхности, Δp – разность давлений на границе раздела фаз (поверхностное давление). В общем случае уравнение (1) не имеет аналитического решения, однако в приближении малых отклонений формы поверхности от плоской, уравнение сильно упрощается, что позволяет получить аналитический вид ξ, η, ζ.

Определим среднюю толщину верхнего слоя следующим образом:

$$h = \frac{V_1}{\pi R^2}, V_1 = 2\pi \int_r^R x\left(\xi - \eta\right)dx, \qquad (2)$$

где V_1 – объем первой жидкой фазы.

Сравнение результатов теоретических расчетов (сплошные линии) с экспериментальными данными [3] (символы) для системы четыреххлористый углерод-вода представлено на рис. 2. Как видно из графика, существует критическое значение h, при превышении которого разрыв невозможен. Действительно, анализ энергии системы показывает, что нижняя ветка теоретической кривой оказывается неустойчивой.

Образование разрыва верхнего слоя приводит к энергетическому выигрышу – разрыв «обнажает» нижний слой, изменяя вклады поверхностной энергии межфазных поверхностей. Однако в силу постоянства объема первой фазы, разрыв также ведет к увеличению толщины верхнего слоя у стенок кюветы, увеличивая тем самым потенциальную энергию системы. Конкуренция этих двух механизмов и определяет диаметр стационарного разрыва.

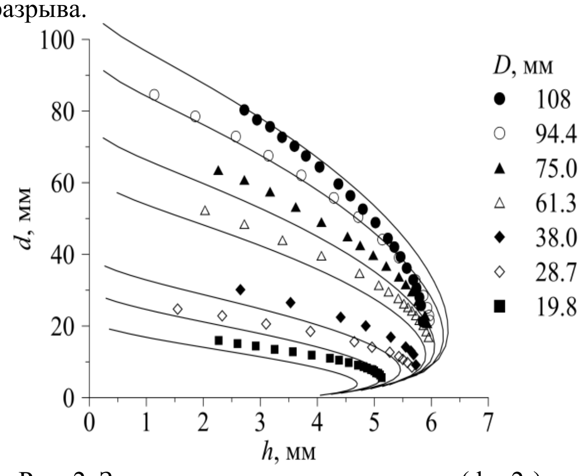

Рис. 2. Зависимость диаметра разрыва (d = 2r) от средней толщины верхнего слоя для различных кювет (D = 2R).