

2. Русанов А.В., Ершов С.В. Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов в проточных частях турбомашин. – Х.: ИПМаш НАН Украины, 2008. – 275 с.
3. Русанов А.В., Косьянов Д.Ю. Неявная схема для численного интегрирования уравнений гиперболического типа на неструктурированных сетках // Проблемы машиностроения. – 2010. – т 13; № 3. – С. 30–37.
4. Русанов А.В. Обобщение неявной схемы расщепления для моделирования стационарных и нестационарных газодинамических процессов // Вестник НГУ «ХПИ». Серия: Математическое моделирование в технике и технологиях. – Х.: НГУ «ХПИ», 2013. – №37 (8). – С. 174–184.
5. Beem R.M., Warming R.F. An implicit factored scheme for the compressible flows. // AIAA J. –1978. – v. 16, № 4. – P. 393–402.
6. Steger J.L. Implicit finite difference simulation of flow about arbitrary two dimensional geometries. // AIAA J. –1978. – v. 16, № 7. – P. 679–686.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗРЫВА ЖИДКОГО СЛОЯ НА ПОВЕРХНОСТИ НЕСМЕШИВАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

^{*1}Краузин П. В., ^{1,2}Голдобин Д. С.

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН,
Пермь, Россия,

²Пермский государственный национальный
исследовательский университет, Россия

Результаты теоретического и практического исследования статики и динамики поверхности жидкостей, составляющих многофазную систему, особенно зоны трехфазного контакта, представляют ценную информацию для решения как научных, так и технологических проблем.

Существует три устойчивые конфигурации двух несмешивающихся жидкостей различной плотности в поле тяжести: два горизонтальных слоя (тривиальный случай), капля на поверхности нижнего слоя жидкости и разрыв верхнего слоя. Если нахождение формы капли на твердой поверхности [1] или на поверхности жидкости [2] освещено в литературе, то аналитическое рассмотрение разрыва находилось вне поля зрения теоретиков, несмотря на проведенные эксперименты [3].

Рассмотрим трехфазную систему, находящуюся в цилиндрической кювете радиуса R : воздух и две несмешивающиеся жидкости различной плотности ρ . Пусть менее плотная жидкость (ρ_1) образует на поверхности более плотной жидкости (ρ_2) слой с разрывом поверхности радиуса r в центре цилиндрической кюветы (рис. 1).

Задача обладает аксиальной симметрией, поэтому определение форм поверхностей жидкостей сводится к нахождению профилей ξ , η , ζ в диаметральной сечении кюветы из решения дифференциальных уравнений, представляющих собой формулу Лапласа [4]:

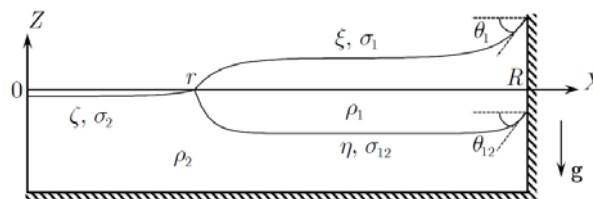


Рис. 1. Система координат.

$$\sigma(K_1 + K_2) = \Delta p. \quad (1)$$

Здесь σ – коэффициент поверхностного натяжения, K_1 и K_2 – главные кривизны поверхности, Δp – разность давлений на границе раздела фаз (поверхностное давление). В общем случае уравнение (1) не имеет аналитического решения, однако в приближении малых отклонений формы поверхности от плоской, уравнение сильно упрощается, что позволяет получить аналитический вид ξ , η , ζ .

Определим среднюю толщину верхнего слоя следующим образом:

$$h = \frac{V_1}{\pi R^2}, \quad V_1 = 2\pi \int_r^R x(\xi - \eta) dx, \quad (2)$$

где V_1 – объем первой жидкой фазы.

Сравнение результатов теоретических расчетов (сплошные линии) с экспериментальными данными [3] (символы) для системы четыреххлористый углерод-вода представлено на рис. 2. Как видно из графика, существует критическое значение h , при превышении которого разрыв невозможен. Действительно, анализ энергии системы показывает, что нижняя ветка теоретической кривой оказывается неустойчивой.

Образование разрыва верхнего слоя приводит к энергетическому выигрышу – разрыв «обнажает» нижний слой, изменяя вклады поверхностной энергии межфазных поверхностей. Однако в силу постоянства объема первой фазы, разрыв также ведет к увеличению толщины верхнего слоя у стенок кюветы, увеличивая тем самым потенциальную энергию системы. Конкуренция этих двух механизмов и определяет диаметр стационарного разрыва.

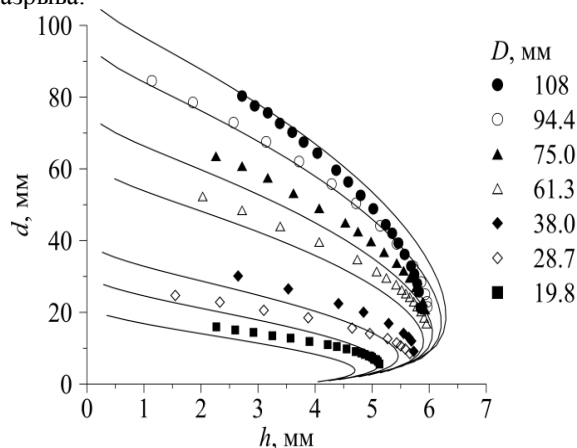


Рис. 2. Зависимость диаметра разрыва ($d = 2r$) от средней толщины верхнего слоя для различных кювет ($D = 2R$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Канчуков В.З. Определение профиля жидкой капли на твердой поверхности. // Письма в ЖТФ. – 2004. – Т. 30, Вып. 2. – С. 12–16.
2. Братухин Ю.К., Макаров С.О., Теплова О.В. О равновесных формах и устойчивости плавающих капель. // Известия РАН, сер. Механика жидкости и газа. – 2001. – Т. 36, №4. – С. 3–12.
3. Братухин Ю.К. и др. Устойчивость стационарного разрыва жидкого слоя на поверхности несмешивающейся жидкости. // Известия РАН, сер. Механика жидкости и газа. – 2009. – Т. 44, №3. – С. 11–22.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Гидродинамика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 736 с.

**МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ЧИСЛЕННО-
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ДЛЯ
ТОНКОСТЕННЫХ НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫХ
КОНСТРУКЦИЙ ВОЛНОВОДОВ
КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ**

**Кудрявцев И.В., Сильченко П.Н., Михнёв М.М.,
Барыкин Е.С., Гоцелюк О.Б.*

ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный
университет», г.Красноярск, Россия

Расчет оболочечных конструкций связан с необходимостью решения системы дифференциальных уравнений равновесия с соответствующими граничными условиями. При этом получить требуемое решение в аналитическом виде не всегда представляется возможным, особенно для оболочек с особенностями геометрического или физического характера, вида закрепления и др.

Например, если оболочечная конструкция имеет области резкого изменения геометрии в виде складок, а также неосесимметричность поперечного сечения, то такую конструкцию уже затруднительно описать одной системой дифференциальных уравнений равновесия теории оболочек. Выходом из ситуации может являться разбиение исходной конструкции на совокупность подобластей, каждую из которых будет возможно описать теорией оболочек и пластин. Общее решение в этом случае должно будет представлять собой совместное решение для систем уравнений, описывающих поведение каждой подобласти совместно с соответствующими граничными условиями и условий их взаимодействия.

Применительно к оболочечным конструкциям волноводов космических аппаратов связи, имеющим тонкостенное прямоугольное неосесимметричное поперечное сечение, нами было выполнено их моделирование набором из четырех пластин, соединенных под прямым углом друг к другу [1]. Для каждой пластинки получена система дифференциальных уравнений равновесия с условиями их взаимодействия между собой в составе конструкции волноводов в целом, а также условиями закрепления и нагружения, которая имеет вид [2]:

$$\nabla^4 \omega_i = \frac{1}{D} \left[\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \alpha_i^2} h \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial \alpha_i^2} - 2h \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \alpha_i \partial \beta_i} \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial \alpha_i \partial \beta_i} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \beta_i^2} h \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial \beta_i^2} - q_{ai} \frac{\partial \omega_i}{\partial \alpha_i} - q_{\beta i} \frac{\partial \omega_i}{\partial \beta_i} + q_{zi} - \rho h \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial t^2} \right] \quad (1)$$

$$\nabla^4 \phi_i = Eh \cdot \left(\left(\frac{\partial^2 \omega_i}{\partial \alpha_i \partial \beta_i} \right)^2 - \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial \alpha_i^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial \beta_i^2} \right),$$

где $i = 1, 2, 3, 4$.

Полученная система (1) определяет полное напряженно-деформированное состояние (НДС) прямого участка волновода в целом. Однако получить решение для общего случая нагружения даже одной пластинки является весьма трудной задачей, на что указывал еще С.П. Тимошенко в своем известном труде [3] на стр. 463. Проведенный нами анализ научной литературы показал, что это проблема является актуальной до сих пор даже для одной пластинки. В случае же расчета оболочечной конструкции волноводов общее решение будет определяться набором из четырех пластинок, что существенно усложняет задачу.

Полученные численные решения данной задачи в известных пакетах (Ansys, Nastran) показали, что результаты расчета прямого участка волновода, особенно в динамической постановке, сильно зависят от целого ряда настроек решения: количества и видов используемых конечных элементов, дискретизации сетки и др. Это приводит к большим неопределенностям в полученных решениях и не позволяет достоверно судить о действительном НДС волновода.

Для получения более достоверных данных нами была проведена серия экспериментов по исследованию НДС прямых участков волноводов на действие простых видов нагружения в статической постановке. Данные о состоянии волновода брались с миниатюрных тензодатчиков, закрепленных на нем в характерных точках таким образом, чтобы можно было оценивать как локальное, так и глобальное поведение исследуемой конструкции.

По полученным данным методом кубической интерполяции строились кривые деформированной формы тонкостенной конструкции волновода при различных простых случаях нагружения (растяжение-сжатие, изгиб, кручение).

На последнем этапе, общее численно-экспериментальное решение строим комбинированным, состоящим в основе из кубического сплайна и ряда уточняющих функций. В сумме, полное решение системы дифференциальных уравнений (1), описывающих статическое и динамическое состояние образцов будет иметь вид:

$$\omega(\alpha, \beta) = \omega_0(\beta) + \sum_n [\omega_{ш}(\alpha, \beta) + \omega_y(\alpha, \beta) + \omega_d(\beta) + \omega_3(\alpha, \beta)], \quad (2)$$

$$\phi(\alpha, \beta) = \sum_n [\phi_{ш}(\alpha, \beta) + \phi_y(\alpha, \beta) + \phi_d(\beta) + \phi_3(\alpha, \beta)]$$

где $\omega_0(\beta)$ – кубический сплайн; $\omega_{ш}(\alpha, \beta)$, $\omega_y(\alpha, \beta)$, $\omega_d(\alpha, \beta)$ – функции в виде рядов Фурье, полученные на основе аппроксимации экспериментальных данных,