

лабораторный практикум для изучения процессов взаимодействия излучения с веществом. Экономичность модели подразумевает, что затраты на моделирование должны быть в разумных пределах (для имеющихся технических ресурсов), но при этом точность получаемых результатов и общность решения задачи должны соответствовать поставленным задачам. Вычислительный эксперимент, проведенный для исследования свойств разрабатываемой математической модели, основан на методе Монте-Карло и требует значительных вычислительных ресурсов.

В результате проведенного вычислительного эксперимента были исследованы важнейшие свойства математической модели детекторного блока, которые позволили оценить зависимость отклика детекторов от координат источника излучения; на основании анализа данных вычислительного эксперимента построить функцию отклика, оценить погрешность определения направления на источник излучения.

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ФУНКЦИИ $\|x - y\|^{2-m}$

Нгуен Ван Куинь

Харьковский национальный университет
им. В.Н. Каразина, Украина

В статье рассматривается функция $h_m(x - y) = \left(\sum_{i=1}^m (x_i - y_i)^2\right)^{(2-m)/2}$ как отображение из пространства \square_y^m в пространство $L_p(\mathbb{R}^m, d\gamma(x))$, где γ – некоторая положительная мера в пространстве \mathbb{R}^m .

Теорема. Пусть $p \geq 1$ – произвольное фиксированное число. Пусть γ – положительная конечная борелевская мера такая, что

$$\sup \left\{ \int_{B(y, \delta)} |h_m(x - y)|^p d\gamma(x) : y \in \mathbb{R}^m \right\} \rightarrow 0 \quad (\delta \rightarrow 0) \quad (1)$$

Тогда функция $h_m(x - y) : \mathbb{R}^m \rightarrow L_p(\gamma)$ является равномерно непрерывной по переменной y в \mathbb{R}^m .

Приведем примеры конкретных мер γ , для которых справедливо условие (1).

Пример 1. Пусть λ – мера Лебега в пространстве \mathbb{R}^m . Мы будем использовать стандартное обозначение $d\lambda = dx$. Рассматриваем интеграл, входящий в условие (1) и, сделав параллельный перенос и введя полярные координаты, получаем равенство:

$$J_1 = \int_{B(y, \delta)} \|x - y\|^{p(2-m)} dx = \int_{B(0, \delta)} \|x\|^{p(2-m)} dx = \sigma_{m-1} \int_0^\delta r^{(m-1)+p(2-m)} dr,$$

где σ_{m-1} – площадь единичной сферы в пространстве \mathbb{R}^m . Из этого следует, что при $p \in [1, m/(m-2))$ интеграл J_1 стремится к нулю при $\delta \rightarrow 0$ равномерно относительно $y \in \mathbb{R}^m$.

Пример 2. Пусть γ – ограничение $(n-1)$ -мерной меры Хаусдорфа на сферу $S(0, R) = \{x : \|x\| = R\}$. Имеем

$$J_2 = J_2(y, \delta) = \int_{B(y, \delta) \cap S(0, R)} \|x - y\|^{p(2-m)} dS(x) \leq \int_\sigma \frac{dS(x)}{\|\tilde{x}\|^{p(2-m)}},$$

где $R_1 = \|y\|$, $y_0 = (R_1, 0, \dots, 0)$, $\tilde{x} = (x_2, \dots, x_m)$, $\sigma = B(y_0, \delta) \cap S(0, R)$.

Введём на сфере $S(0, R)$ полярные координаты с $\varphi = R$. Получаем неравенство

$$J_2 \leq \int_0^{\arcsin 2\sqrt{\delta/R}} \frac{\sin^{m-2} \varphi_1}{\sin^{p(m-2)} \varphi_1} d\varphi_1.$$

Из этого неравенства, в свою очередь, следует, что при $p \in [1, (m-1)/(m-2))$ величина $J_2(y, \delta)$ равномерно относительно $y \in \mathbb{R}_m$ стремится к нулю при $\delta \rightarrow 0$.

Пример 3. Пусть γ – ограничение $(n-1)$ -мерной меры Хаусдорфа на гиперплоскость $L = \{x : x_m = 0\}$. Рассматриваем следующую величину

$$J_3 = J_3(y, \delta) = \int_{B(y, \delta) \cap L} \|x - y\|^{p(2-m)} dS(x).$$

Введём на L новые координаты $x = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{m-1}, 0)$. Тогда

$$J_3 \leq \int_{B^{m-1}(y, \delta)} \left(\sum_{i=1}^{m-1} (\tilde{x}_i - y_i)^2 \right)^{p(2-m)/2} d\tilde{x}_1 \dots d\tilde{x}_{m-1}.$$

Заметим, что последний интеграл можно рассмотреть, как и в примере 1, но теперь в случае пространства \mathbb{R}^{m-1} . Отсюда следует, что при $p \in [1, (m-1)/(m-2))$ величина $J_3(y, \delta)$ стремится к нулю при $\delta \rightarrow 0$ равномерно относительно $y \in \mathbb{R}^m$.

АНАЛОГ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ БИАНКИ В $S^3 \times \mathbb{R}^l$ И $H^3 \times \mathbb{R}^l$

Невмержицкая Е.Н., Горькавый В.А.

Харьковский национальный университет
им. В.Н.Каразина, Украина.

ФТИНТ им. Б.И. Веркина НАН Украины, Харьков.

Цель работы – построение аналога преобразования Бианки для двумерных поверхностей в римановых пространствах $S^3 \times \mathbb{R}^l$ и $H^3 \times \mathbb{R}^l$.

Классическое преобразование Бианки в трехмерных пространствах постоянной кривизны строится следующим образом. Пусть F^2 – псевдосферическая поверхность в трехмерном пространстве постоянной кривизны M^3 . Зафиксируем семейство параллельных геодезических на F^2 и затем из каждой точки P на F^2 выпустим геодезическую Γ_P объемлющего пространства по касательной к геодезической из выбранного семейства. На этой геодезической Γ_P отложим отрезок PP^* фиксированной длины $l=l(k)$ – концы P^* откладываемых отрезков образуют новую поверхность F^* в M^3 . Оказывается, что поверхность