

Ориентируемые геометрические бипирамиды произвольного рода построены [2] докладчиком, причем с таким свойством, что у них все вершины, кроме полюсов, лежат в одной плоскости (плоскости экватора). Более того, докладчиком доказано несуществование геометрических проективно-планарных бипирамид с таким же свойством. Что касается геометрических пирамид, Д. И. Сабитов и И. Х. Сабитов показали [3] их существование для любой четной эйлеровой характеристики, а докладчик выдвинул [4] гипотезу несуществования таковых с нечетными эйлеровыми характеристиками.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Sabitov I.Kh. Some new classes of rigid polyhedra. // Intern. topological conf. "Alexandrov Readings", Abstracts, Lomonosov Moscow State University. – 2012. – P.64–65. <http://dubrovinlab.msu.ru/files/alex12/Abs.pdf>
2. Lawrencenko S. Polyhedral suspensions of arbitrary genus // Graphs and Combinatorics. – 2010. – v. 26, N 4. – P. 537–548.
3. Сабитов Д.И., Сабитов И.Х. Многочлены объема для некоторых многогранников в пространствах постоянной кривизны. // Модел. и анализ информ. систем. – 2012. – т. 19, № 6. – С. 161–169.
4. Lawrencenko S. Geometric embeddings and immersions of pyramidal triangulations of surfaces in 3-space. Seminar on discrete math., Appl. Math. Faculty, Univ. of Sevilla. – 2013. <http://www.imus.us.es/actividad/1111>

### РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЕТЕКТОРНОГО БЛОКА ПРИБОРА ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

*Малыхина Т.В.*

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Харьков, Украина

Математические методы моделирования находят все большее применение в различных областях науки и техники. Особым классом задач являются математические задачи, связанные с разработкой приборов для поиска источников ионизирующего излучения. В настоящее время в ряде стран мира существует проблема поиска мест радиоактивного загрязнения, которая стала особенно актуальной после аварии на атомной станции Фукусима. В связи с развитием ядерных технологий достаточно важны задачи радиационного мониторинга, для решения которых необходимо разрабатывать методики и аппаратуру ускоренного поиска источников излучения, осуществлять исследования мест радиоактивного загрязнения окружающей среды и промышленных объектов. Во многих областях человеческой деятельности использование математического моделирования и компьютерных технологий позволяет существенно оптимизировать производственные процессы. При использовании информационных технологий и математического моделирования появилась возможность проведения вычислительного эксперимента без применения дорогостоящего оборудования и затрат материалов,

без существенных затрат электроэнергии, а также без привлечения большого количества персонала лабораторий. В некоторых случаях математическое моделирование позволяет имитировать условия реального эксперимента, который было бы нежелательно или невозможно проводить в связи с вредными или опасными для жизни человека условиями, например, связанный с использованием источников ионизирующего излучения. Поэтому при разработке приборов для обнаружения источников излучения математическое моделирование является достаточно актуальным.

Под математическим моделированием в технических науках понимают адекватную замену исследуемого технического устройства или процесса соответствующей математической моделью и её последующее изучение методами вычислительной математики. Задача, которую решает математическое моделирование детекторного блока прибора для регистрации излучения – изучение и уточнение технических характеристик ещё до этапа создания прототипа прибора (взаимное расположение детекторов, материал поглотителя и т. п.), а также определение диапазона однозначности функции отклика детекторов.

На первом этапе разработки математической модели осуществлялся неформальный переход от разрабатываемого технического объекта к его концептуальной модели. Содержание следующего этапа состоит в формальном, математическом описании концептуальной модели.

Математическая модель разрабатываемого детекторного блока прибора для регистрации излучения содержит математические соотношения, устанавливающие связь между параметрами, характеризующими данный технический объект. Согласно формальной классификации моделей, разрабатываемая модель является нелинейной, распределенной, динамической, стохастической моделью. Разрабатываемая математическая модель детекторного блока по способу представления объекта является структурно-функциональной. При разработке математической модели учитывались основные требования: адекватность, точность, универсальность, экономичность.

Соответствие модели реальному техническому объекту достигается путем учета наиболее важных качеств, связей и характеристик разрабатываемого детекторного блока. Математическая модель детекторного блока содержит математическое описание важнейших свойств, геометрических параметров, химического состава детекторов и физических законов. Точность модели проверялась путем калибровочных измерений, проведенных с прототипом прибора. Универсальность разрабатываемой модели состоит в применимости модели к анализу ряда однотипных систем и расширении области применимости модели для решения большего круга задач. В настоящее время на кафедре электроники и управляющих систем факультета компьютерных наук ХНУ на основе математической модели прибора для регистрации излучения разрабатывается виртуальный

лабораторный практикум для изучения процессов взаимодействия излучения с веществом. Экономичность модели подразумевает, что затраты на моделирование должны быть в разумных пределах (для имеющихся технических ресурсов), но при этом точность получаемых результатов и общность решения задачи должны соответствовать поставленным задачам. Вычислительный эксперимент, проведенный для исследования свойств разрабатываемой математической модели, основан на методе Монте-Карло и требует значительных вычислительных ресурсов.

В результате проведенного вычислительного эксперимента были исследованы важнейшие свойства математической модели детекторного блока, которые позволили оценить зависимость отклика детекторов от координат источника излучения; на основании анализа данных вычислительного эксперимента построить функцию отклика, оценить погрешность определения направления на источник излучения.

### ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ФУНКЦИИ $\|x - y\|^{2-m}$

Нгуен Ван Куинь

Харьковский национальный университет  
им. В.Н. Каразина, Украина

В статье рассматривается функция  $h_m(x - y) = \left(\sum_{i=1}^m (x_i - y_i)^2\right)^{(2-m)/2}$  как отображение из пространства  $\square_y^m$  в пространство  $L_p(\mathbb{R}^m, d\gamma(x))$ , где  $\gamma$  – некоторая положительная мера в пространстве  $\mathbb{R}^m$ .

**Теорема.** Пусть  $p \geq 1$  – произвольное фиксированное число. Пусть  $\gamma$  – положительная конечная борелевская мера такая, что

$$\sup \left\{ \int_{B(y, \delta)} |h_m(x - y)|^p d\gamma(x) : y \in \mathbb{R}^m \right\} \rightarrow 0 \quad (\delta \rightarrow 0) \quad (1)$$

Тогда функция  $h_m(x - y) : \mathbb{R}^m \rightarrow L_p(\gamma)$  является равномерно непрерывной по переменной  $y$  в  $\mathbb{R}^m$ .

Приведем примеры конкретных мер  $\gamma$ , для которых справедливо условие (1).

**Пример 1.** Пусть  $\lambda$  – мера Лебега в пространстве  $\mathbb{R}^m$ . Мы будем использовать стандартное обозначение  $d\lambda = dx$ . Рассматриваем интеграл, входящий в условие (1) и, сделав параллельный перенос и введя полярные координаты, получаем равенство:

$$J_1 = \int_{B(y, \delta)} \|x - y\|^{p(2-m)} dx = \int_{B(0, \delta)} \|x\|^{p(2-m)} dx = \sigma_{m-1} \int_0^\delta r^{(m-1)+p(2-m)} dr,$$

где  $\sigma_{m-1}$  – площадь единичной сферы в пространстве  $\mathbb{R}^m$ . Из этого следует, что при  $p \in [1, m/(m-2))$  интеграл  $J_1$  стремится к нулю при  $\delta \rightarrow 0$  равномерно относительно  $y \in \mathbb{R}^m$ .

**Пример 2.** Пусть  $\gamma$  – ограничение  $(n-1)$ -мерной меры Хаусдорфа на сферу  $S(0, R) = \{x : \|x\| = R\}$ . Имеем

$$J_2 = J_2(y, \delta) = \int_{B(y, \delta) \cap S(0, R)} \|x - y\|^{p(2-m)} dS(x) \leq \int_\sigma \frac{dS(x)}{\|\tilde{x}\|^{p(2-m)}},$$

где  $R_1 = \|y\|$ ,  $y_0 = (R_1, 0, \dots, 0)$ ,  $\tilde{x} = (x_2, \dots, x_m)$ ,  $\sigma = B(y_0, \delta) \cap S(0, R)$ .

Введём на сфере  $S(0, R)$  полярные координаты с  $\varphi = R$ . Получаем неравенство

$$J_2 \leq \int_0^{\arcsin 2\sqrt{\delta}/R} \frac{\sin^{m-2} \varphi_1}{\sin^{p(m-2)} \varphi_1} d\varphi_1.$$

Из этого неравенства, в свою очередь, следует, что при  $p \in [1, (m-1)/(m-2))$  величина  $J_2(y, \delta)$  равномерно относительно  $y \in \mathbb{R}_m$  стремится к нулю при  $\delta \rightarrow 0$ .

**Пример 3.** Пусть  $\gamma$  – ограничение  $(n-1)$ -мерной меры Хаусдорфа на гиперплоскость  $L = \{x : x_m = 0\}$ . Рассматриваем следующую величину

$$J_3 = J_3(y, \delta) = \int_{B(y, \delta) \cap L} \|x - y\|^{p(2-m)} dS(x).$$

Введём на  $L$  новые координаты  $x = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{m-1}, 0)$ . Тогда

$$J_3 \leq \int_{B^{m-1}(y, \delta)} \left( \sum_{i=1}^{m-1} (\tilde{x}_i - y_i)^2 \right)^{p(2-m)/2} d\tilde{x}_1 \dots d\tilde{x}_{m-1}.$$

Заметим, что последний интеграл можно рассмотреть, как и в примере 1, но теперь в случае пространства  $\mathbb{R}^{m-1}$ . Отсюда следует, что при  $p \in [1, (m-1)/(m-2))$  величина  $J_3(y, \delta)$  стремится к нулю при  $\delta \rightarrow 0$  равномерно относительно  $y \in \mathbb{R}^m$ .

### АНАЛОГ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ БИАНКИ В $S^3 \times \mathbb{R}^l$ И $H^3 \times \mathbb{R}^l$

Невмержицкая Е.Н., Горькавый В.А.

Харьковский национальный университет  
им. В.Н.Каразина, Украина.

ФТИНТ им. Б.И. Веркина НАН Украины, Харьков.

Цель работы – построение аналога преобразования Бианки для двумерных поверхностей в римановых пространствах  $S^3 \times \mathbb{R}^l$  и  $H^3 \times \mathbb{R}^l$ .

Классическое преобразование Бианки в трехмерных пространствах постоянной кривизны строится следующим образом. Пусть  $F^2$  – псевдосферическая поверхность в трехмерном пространстве постоянной кривизны  $M^3$ . Зафиксируем семейство параллельных геодезических на  $F^2$  и затем из каждой точки  $P$  на  $F^2$  выпустим геодезическую  $\Gamma_p$  объемлющего пространства по касательной к геодезической из выбранного семейства. На этой геодезической  $\Gamma_p$  отложим отрезок  $PP^*$  фиксированной длины  $l=l(k)$  – концы  $P^*$  откладываемых отрезков образуют новую поверхность  $F^*$  в  $M^3$ . Оказывается, что поверхность