

которые занимают толщину цилиндра. Но с другой стороны это может привести к разупрочнению материала вследствие появления в нем повреждаемости, которая проявляется как снижение модуля упругости при разгрузке на диаграммах деформирования. Также как и эффект Баушингера разупрочнение материала направлено на уменьшение остаточных напряжений. В настоящей работе повреждаемость материала моделируется согласно концепции эффективных напряжений и принципа эквивалентных деформаций [2, 3].

Для толстостенной сферы с внутренним и внешним радиусами 40 мм и 80 мм соответственно были проведены расчеты для определения оптимального давления автофретирования, при котором максимальные эквивалентные напряжения в автофретированной сфере будут наименьшими. Вычисления производились также для разных проявлений эффекта Баушингера. Для нахождения оптимального давления автофретирования были проделаны серии расчетов для определения остаточных напряжений при различных давлениях автофретирования, которые затем суммировались с напряжениями, возникающими от рабочего давления 450 МПа. Таким образом, были получены напряжения, возникающие в рабочих условиях при разных уровнях автофретирования. С повышением давления автофретирования зона максимальных эквивалентных напряжений уменьшается и смещается в сторону внешнего радиуса. При этом эквивалентные напряжения на внутреннем радиусе для случая без учета эффекта Баушингера и повреждаемости уменьшаются до тех пор, пока пластические деформации не занимают более 80% от толщины сферы. Далее по мере проявления эффекта Баушингера и повреждаемости материала меняется оптимальное давление автофретирования, при котором эквивалентные напряжения на внутреннем радиусе минимальные. На рисунке 1 показано распределение эквивалентных напряжений для разных давлений автофретирования с учетом эффекта Баушингера и повреждаемости материала. Кроме того, что в процессе автофретирования уменьшается максимальное эквивалентное напряжение, сфера нагружается более равномерно, так как разница между максимальными и минимальными эквивалентными напряжениями в рабочих условиях уменьшилась почти в два раза.

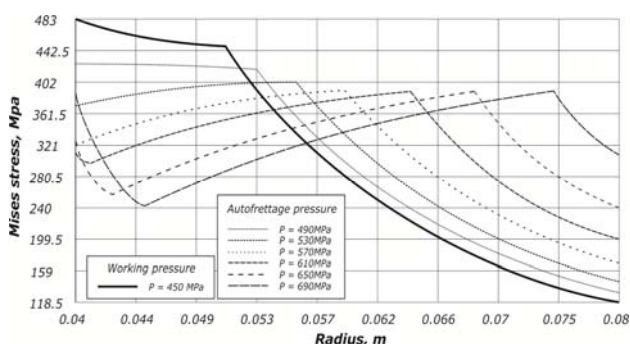


Рис. 1. Распределение эквивалентных напряжений в рабочих условиях

## ЛИТЕРАТУРА

1. Perl M., Perry J. The Beneficial Contribution of Realistic Autofrettage to the Load-Carrying Capacity of Thick-Walled Spherical Pressure Vessels // J. Pressure Vessel Technol. – 2010. – v.132.
2. Lemaître J. A. A Course on Damage Mechanics, Springer, Berlin, 1996. – 247 p.
3. Murakami S. Continuum Damage Mechanics, Springer, 2012. – 402 p.

## МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЛОСКОЙ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ ОРТОТРОПНОЙ СРЕДЫ

\*Миняйло Т.А., Шамровский А.Д.

Запорожская государственная инженерная академия,  
Запорожье, Украина

Классические модели механики деформируемого твердого тела, применяя аппарат дифференциальных уравнений, изначально базируются на сплошной и непрерывной среде. Уже при создании этих моделей в 19 веке было известно, что классические материалы, такие как дерево и железо на самом деле имеют дискретную структуру. Однако дискретность достаточно мала, что позволяло выполнять операцию сглаживания и описывать с помощью континуальной модели действительно дискретную среду.

На сегодняшний день появляются все новые виды конструкционных материалов с ярко выраженной дискретностью, так что процедура сглаживания дает слишком большую погрешность. Возникает проблема изначально дискретной модели.

Рассматривая механику деформируемого твердого тела для случая сплошной среды и изучая физические свойства определенных материалов, остро стоит вопрос о построении общей математической модели, которая учитывала бы особенности каждой из представленных сред, а также разработка универсального метода расчета для нее.

Традиционно считается, что наиболее сложные задачи теории упругости возникают в том случае, когда исследуемый материал характеризуется анизотропными свойствами.

Первые исследования в этом направлении связаны с именами С.Г.Лехницкого, Г.Н.Савина и др. С.Г.Лехницкий получил общие решения уравнений плоской задачи теории упругости анизотропной среды и изгиба тонких анизотропных пластин, изобразив их через комплексные потенциалы обобщенных комплексных переменных. В ряде последующих работ С.Г.Лехницкого [1], Г.Н.Савина [2] и других исследователей рассматривались конкретные задачи определения напряженного состояния в ортотропной пластине.

Популярным также является метод конечных элементов, на основе которого создано достаточно много программных продуктов, которые сейчас пользуются спросом и позволяют расширить область исследований на задачи геометрической

нелинейности при моделировании поведения в случае закритических деформаций.

Данный вопрос рассмотрен в работах Д.Н. Колесника под руководством профессора А.Д. Шамровского. Ими предложена дискретная модель для анизотропной сплошной среды и метод последовательных перемещений для решения поставленных задач. Была разработана дискретная модель для ортотропной среды [3], представлен и применен метод последовательных перемещений для ее расчета [4].

Изучение результатов, представленных в работе [3], позволяет расширить область задач и применить предложенный метод дискретизации для моделирования плоского элемента ортотропной среды с учетом основных свойств последнего. В частности, рассматривая физические параметры среды, учитывая разделение на продольные и поперечные направления в бесконечной среде, для плоской задачи теории упругости, получим из экспериментов модуль упругости, коэффициент Пуассона для каждого ортогонального направления отдельно, а также жесткость упругих связей, которые формируют соответствующую дискретную модель.

Для данной модели были решены классические задачи: растяжение - сжатие, изгиб и сдвиг конструкции. Полученные решения сопоставлялись с соответствующими аналитическими результатами.

Еще одной особенностью данного подхода является возможность рассмотрения различных видов нагрузок: постоянной и следящей. Отличие последней — сохранять направление изначально приложенной нагрузки.

Таким образом, применена предварительно разработанная дискретная модель сплошной среды для решения задач механики твердых тел (случай ортотропной среды), представлен метод определения жесткостей модели в зависимости от вида деформаций. Подход применен для случаев постоянной и следящей нагрузки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий Г.С. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. – 446 с.
2. Савин Г.Н. Основная плоская статическая задача теории упругости для анизотропной среды. Тр. Института строительной механики АН УССР. – 1938. – № 32. – С.1–55.
3. Шамровский А.Д., Лымаренко Ю.А., Колесник Д.Н. Решение плоских статических задач механики деформируемого твердого тела при помощи дискретных моделей, получаемых на основе экспериментальных данных. // Пробл. обчисл. мех. і міцн. конструкцій. Зб. наук. праць. – Дніпропетровськ: Ліра. – 2011. – вип. 17. – С. 274 – 288.
4. Шамровський О.Д., Міняйло Т.О. Дискретна модель плоского елемента скінчених розмірів для ортотропного середовища // Методи розв'язання прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. Зб. наук. праць. – Дніпропетровськ, 2012. – Вип.13. – С.428–436.
5. Шамровский А.Д., Миняйло Т.А., Колесник Д.Н. Усовершенствованный метод последовательных

перемещений для расчета стержневых конструкций // Нові матеріали і технології в металургії і машинобудуванні. – 2011. – № 2. – С. 107–111.

#### МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДЕФОРМИРОВАНИЯ СОСТАВНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

*\*Михайлуца Е.Н., Пожугев А.В.*

Государственная инженерная академия, Запорожье,  
Украина

Задачи исследования динамических характеристик конструкций, моделями которых являются двухслойные цилиндрические оболочки, возникают при проектировании подземных и подводных емкостей и трубопроводов, облицовки тоннелей метро, разработке элементов твердотопливных двигателей и т.п. Реализация математических моделей для подобного вида составных конструкций как в стационарной так и в нестационарной постановке связана с большими трудностями, определяемыми в первую очередь отсутствием эффективных методов обращения преобразования Лапласа для случая, когда подынтегральная функция является сложной, более того сама является интегралом Фурье, поскольку, как правило, здесь необходимо применять двух- и даже трехкратные интегральные преобразования. Поэтому в последнее время появилось достаточно много научных трудов, в которых используются классические аналитические методы решения задач механики деформируемого твердого тела с доведением к конкретному результату с помощью современных компьютерных программ [1].

Рассматриваются задачи о движении нагрузки вдоль бесконечно длинной двухслойной цилиндрической оболочки, как для случая, когда скорость движения нагрузки постоянна, так и для случая действия внезапно приложенной, а затем перемещающейся вдоль поверхности конструкции с постоянной скоростью нормальной нагрузки. Механические характеристики слоев считаются различными, а между слоями имеется прослойка (склейка), обладающая податливостью в нормальном и касательном направлениях.

При построении моделей динамического поведения таких конструкций рассматривается точная постановка, когда движение каждого из слоев описывается динамическими уравнениями теории упругости при точном учете механизма контакта между слоями. Так, для случая двухслойной цилиндрической оболочки, с учетом малой толщины прослойки и ее инерциальности, условие состыковки имеет вид [2]:

$$\sigma_{rr}^{(1)} = \left[ \frac{E}{h} + \eta_n \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] (U_r^{(1)} - U_r^{(2)}),$$

$$\sigma_{rx}^{(1)} = \left[ \frac{G}{h} + \eta_s \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] (U_x^{(1)} - U_x^{(2)}), \quad (1)$$