При исследовании этой функции рассматриваем ее как функцию от x при фиксированных $a \in \mathbb{R}$ не ограничиваясь значениями $a \in \mathbb{Q}$.

Для любого $a \in \mathbb{R}$ функция $f(x,a)$ определена для любого $x \in \mathbb{R}$, непрерывна на $\mathbb{R}$, $f(-\infty,a) = -\infty$, $f(+\infty,a) = +\infty$.

Рассматриваемое семейство кривых при $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ состоит из всех кривых вида

$$y = \sqrt{a^2x^3 + bx^2 + cx + d}, \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\},$$

удовлетворяющих двум условиям: они проходят через точку $(0,\ 1)$ и симметричны относительно точки $(-1/a, 0)$.

Получены формулы для решений на первых двух шагах итерации касательных, проведен анализ условий выполнимости итерации в зависимости от параметра семейства. Приведены примеры, где указана и графическая иллюстрация.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рыжий В.С. О примере Ферма итерации касательных в диофантовом уравнении. //Universitates. – 2008. – N2. – С. 54–58.
2. Диофант. Арифметика. / Под ред. и с коммент. И.Г. Башмаковой. – М.: Наука, 1974. –328 с.
3. Башмакова И.Г., Славутин Е.И. История диофантова анализа от Диофанта до Ферма. –М.: Наука, 1984. – 266 с.
4. Ферма П. Исследования по теории чисел и диофантову анализу /Под ред. И.Г. Башмаковой. – М.: Наука, 1992. – 320 с.
5. Башмакова И.Г. Диофант и диофантовы уравнения. – М.: Наука, 1972. – 68 с.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ МНОГОСТАДИЙНОЙ ПЕРЕРАБОТКИ ПЛАТИНОИДОВ

Новаковская А.О.

Институт прикладной математики и механики Национальной академии наук Украины, Донецк

Актуальной задачей является прогнозирование явлений, происходящих в многостадийном технологическом процессе извлечения платиноидов из вторичных видов сырья. В современных условиях стоимость вторичного сырья определяется содержанием благородных металлов. Улучшение технологических и экономических показателей извлечения полезных компонент позволяет увеличить объемы закупаемого сырья за счет повышения цены закупки.

Существующие схемы извлечения платиноидов включают в себя десять различных каскадов, подчиненных разделению платины (Pt), палладия (Pd) и сопутствующих металлов (Rh, Ru, Ir) [1]. Основным процессом является растворение перечисленных компонент в растворе концентрированной соляной кислоты с подводом газообразного хлора. Математическая постановка задачи заключается в том, что для описания этого процесса необходимо разработать систему обыкновенных дифференциальных уравнений с нелинейными правыми частями. Процесс растворения металлов-спутников носит нелинейный характер, так как их растворимость возрастает после того, как растворились 50–60% платины и палладия. Процесс растворения сопровождается выделением тепла, поэтому математическая модель кроме уравнений материального баланса содержит уравнения теплового баланса. Математическая модель процесса гидрохлорирования позволяет прогнозировать ход и завершение процесса растворения металлов.

Модель гидрохлорирования представляет собой параметрическую структуру, для которой значения коэффициентов определяются с применением методов идентификации. Все последующие стадии процесса предназначены для разделения компонент. Прогноз показателей на каждой последующей стадии осуществляется с помощью динамических детерминированных моделей, содержащих уравнения материального и теплового баланса. Модель комплекса переработки состоит из подсистем прогноза показателей каждого каскада, причем выходные показатели предыдущего каскада являются начальными условиями задачи Коши последующего каскада.

Комплексное функционирование всей совокупности моделей и стадий позволяет оценивать и управлять кинетикой протекающих процессов, что позволит повысить технологическую эффективность функционирования процесса извлечения благородных металлов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрижко Л.С. Металлургия благородных металлов. – М.: МИСиС, 2001.– 336с.

ОБ ИНТЕГРИРОВАНИИ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

*Олейник Е. В.

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков, Украина

В работе изучается система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, которая лежит в основе построения треугольных моделей для коммутативных систем линейных несамосопряженных ограниченных операторов $\{A_1, A_2\}$ [2] действующих в гильбертовом пространстве H

$$\begin{cases} \left[Ja(x), \gamma(x)J\right] = 0, \quad x \in [0,1], \\ \gamma'(x)J = i\left[Ja(x), \sigma_2 J\right], \quad \gamma(0) = \gamma^+, \end{cases} \tag{1}$$

в случае, когда $\dim E = 3$, $a(x), \gamma(x), \sigma_2, \gamma^+$ – самосопряженные матрицы $n \times n$, причем $a(x) \geq 0$ – такова, что $\mathrm{tr}\, a(x) \equiv 1$, а $J = J^* = J^{-1}$.

Данная система возникает при продолжении условия сплетаемости вдоль цепочки инвариантных подпространств для характеристической функции коммутативного узла из двух операторов [2]. Участвующая здесь матрица-функция $a(x)$ является спектральной плотностью из мультипликативного представления Потапова для характеристической функции [3]. Ранее была рассмотрена система типа Лакса, которая является частным случаем системы (1) при $J = I$ и $n = 3$, что соответствует случаю, когда оператор A_1 – диссипативный, вольтерров и имеет n-мерную мнимую компоненту.

Лемма 1. *Пусть* $\sigma_2 = \mathrm{diag}(b_1 I_{n_1}, ..., b_r I_{n_r}$ *;* $n_1 + ... + n_r = n$, $\gamma^+ = (\gamma^+_{jk})^r_{j,k=1}$, $\gamma^+_{jk} \in C^{n_j \times n_k}$, $j,k \in \{1,...,r\}$. *Пусть далее пара* $\{a(x), \gamma(x)\}$ *удовлетворяет системе (1), причем* $\gamma(x) = (\gamma_{jk}(x))^r_{j,k=1}$, $\gamma_{jk}(x) \in C^{n_j \times n_k}$, $j,k \in \{1,...,r\}$. *Тогда* $\gamma_{jj}(x) = \gamma^+_{jj}$, $x \in [0,1]$, $j \in \{1,...,r\}$.

Лемма 2. *Пусть при каждом* $x \in [0,1]$ *матрица-функция* $Ja(x)$ *имеет простой спектр и* $\{h_k(x)\}^n_1$ – *базис соответствующих собственных векторов. Тогда вектора* $\gamma(x)Jh_k(x)$ *также являются ее собственными векторами, причем* $\gamma(x)Jh_k(x) = \xi_k(x)h_k(x)$, *где* $\xi_k(x) \in C$. *Если* $\xi_k(x) \in R$ *, то они от x не зависят.*

Лемма 3. *Пусть* $\xi_k(x) \in C$ *– собственные значения оператора* $\gamma(x)J$, *тогда* $\xi_k(x)$ *допускают представление* $\xi_k(x) = v^k\left(2\int_0^x n^k(t)dt + i\right)$, *где* $\langle J(h'_k(x), h_k(x)\rangle = in^k(x)$, *а* $n^k(x), v^k \in R$, *причем* v^k *от x не зависят.*

Теорема 1. *Пусть* $\mu_k(x) \in C$ *– собственные значения матрицы* $Ja(x)$, *а* $\{h_k(x)\}^n_1$ *соответствующий базис собственных векторов, причем* $\mu_k(x) \neq \overline{\mu_s}(x)$ $(k \neq s)$. *Если* $\xi_k(x) \in C$ *– собственные значения оператора* $\gamma(x)J$, *тогда справедливо соотношение*

$$h_k{}'(x) = i\sum_{s \neq k} \alpha_{sk}(x) \frac{\mu_s(x) - \mu_k(x)}{\xi_k(x) - \overline{\xi_s}(x)} h_s(x), \ x \in [0,1]. \quad (2)$$

Получены конкретные решения (2) при дополнительных условиях в различных вариантах действия оператора $\sigma_2 J$ на базисные вектора $\{h_k(x)\}^3_1$.

Итак, для случая $n = 3$, $J \neq I$, и простого спектра гладкой матрицы $Ja(x)$ показано, что можно найти собственные вектора матрицы $Ja(x)$ при известных собственных значениях матриц $Ja(x)$, $\gamma(x)$ и действии σ_2 в базисе этих собственных векторов, а это позволяет представить явный вид решений изучаемой системы уравнений. В дальнейшем предполагается использовать результат на случай $n > 3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Золотарев В. А. Временные конусы и функциональная модель на римановой поверхности // Мат. сб. – 1990. – т.181, № 7. – С. 965–994.
2. Золотарев В.А. Аналитические методы спектральных представлений несамосопряженных и неунитарных операторов. – Харьков: ХНУ, 2003. – 342 с.
3. Лившиц М.С., Янцевич А.А. Теория операторных узлов гильбертовых пространствах. – Харьков: Изд-во. Харьк. ун-та, 1971. – 160 с.
4. Олейник Е.В. Решение нелинейных уравнений специального вида // Вестник ХНУ. Сер. «Математика, прикладная математика и механика». – 2012, № 1018. – с. 62–75.
5. Золотарев В.А. Спектральный анализ несамосопряженных коммутативных систем операторов и нелинейные дифференциальные уравнения // Теория функций и функцион. анализ, и их приложения. Респ. Сб. Харьков. – 1983. – Вып. 40. – С. 68–71.
6. Като Т. Теория возмущений линейных операторов, М.: Мир, 1972. – 740 с.
7. Левитан Б.М. Обратные задачи Штурма–Лиувилля, М.: Наука, 1984. – 240с.

РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ СЧЁТА В ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ МДО ДИФРАКЦИИ ВОЛН Е-ТИПА НА ПРОВОДЯЩИХ ЭКРАНАХ

Паточкин Б.В., Мищенко В.О.

Харьковский национальный университет
имени В. Н. Каразина, Украина.

Исследуется скорость вычислений на компьютере при решении задачи дифракции Е-поляризованной волны на идеально проводящих цилиндрических экранах по методу дискретных токов Ю. В. Ганделя [1]. Цель – обеспечить предсказание времени счёта в стандартной и параллельной реализациях.

Пусть падающее поле – плоская волна Е-типа, а рассеиватель – система идеально проводящих цилиндрических экранов, представленных контурами: $C = \bigcup_{n=0}^{N-1} C_n$ с параметризациями $C_n : [-1;1] \to R^2$ Зависимость от времени задается множителем $e^{i\omega t}$. Полное поле $\vec{E}^{tot} = \vec{E} + \vec{E}_0$, $\vec{H}^{tot} = \vec{H} + \vec{H}_0$, где $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ – падающее поле, $\vec{E}, \vec{H}$ – рассеянное, причем $H_0 = \left(\frac{1}{i\omega\mu}\frac{\partial U_0}{\partial y}, \frac{1}{i\omega\mu}\frac{\partial U_0}{\partial x}, 0\right)$, $E_0 = (0, 0, U_0)$, следовательно, $E^{tot} = (0, 0, U^{tot})$,