3. Рвачев В.Л, Рвачев В.А. Неклассические методы теории приближений в краевых задачах – Киев: Наук. думка, 1979.– 196 с.
4. Рвачева Т.В. Вычисление преобразования Фурье с помощью атомарных рядов Тейлора. // Радіоелектронні і комп’ютерні системи. – 2011. – №1(49). – С. 113–116.
5. Рвачев В.А., Рвачева Т.В., Томилова Е.П. Применение атомарных обобщенных рядов Тейлора к решению интегральных уравнений электродинамики и теории антенн. // Радіоелектронні і комп’ютерні системи. – 2013. – №1(60). – С. 7–14.
6. Бахвалов Н.С., Жидков М.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2007. – 630 с.
7. Рвачова Т. В. Про асимптотику базисних функцій узагальненого ряду Тейлора // Доповіді Національної академії наук України. – 2003. – № 5. – С. 37 – 41.
8. Рвачева Т.В. Об асимптотике базисных функций обобщенного ряда Тейлора // Вісник Харківського національного університету. Сер. «Математика, прикладна математика і механіка». – 2003. – вып. 53(602). – С. 94 – 104.

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ РОБАСТНОГО СИНТЕЗА

Ревина Т. В.

ХНУ им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина

В настоящей работе рассматривается задача робастного позиционного синтеза для линейной системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = (A_0 + p(x,t)R)x + b_0 u,$$
$$-d_1 \le p(x,t) \le d_2, \quad d_1, d_2 > 0,$$

где x – фазовый n – мерный вектор; u – скалярное управление, удовлетворяющее ограничению $|u| \le 1$; A_0, R, b_0 – вещественные постоянные матрицы параметров объекта, причем при $p(x,t)=0$ система полностью управляема. Под позиционным синтезом ограниченного управления будем понимать нахождение такого управления $u(x)$, удовлетворяющего ограничению $|u(x)| \le 1$, что траектория $x(t)$ системы $\dot{x} = (A_0 + p(x,t)R)x + b_0 u(x)$, выходящая из произвольной точки x_0, оканчивается в точке $x_1 = 0$ в некоторый конечный момент времени $T(x_0,p) \le \infty$ при любом допустимом p.

Решение проводится на основе метода функции управляемости В. И. Коробова [1]. Обозначим матрицы

$$F = \left(\int_0^1 (1-t) e^{-A_0 t} b_0 b_0^* e^{-A_0^* t} dt \right)^{-1}, \; D(\Theta) = \mathrm{diag}\left(\Theta^{-\frac{2n-2i+1}{2}} \right)_{i=1}^{n}.$$

Функция управляемости $\Theta = \Theta(x)$ определяется как положительное решение уравнения

$$2a_0\Theta = (D(\Theta)FD(\Theta)x, x), \quad x \ne 0, \quad \Theta(0)=0, \quad 0 < a_0 < 2/f_{nn}. \quad (1)$$

Управление задается формулой

$$u(x) = -b_0^* D(\Theta) F D(\Theta) x / 2 \quad (2)$$

Обозначим матрицы

$$S = \Theta(FD(\Theta)RD^{-1}(\Theta) + D^{-1}(\Theta)R^* D(\Theta)F), \quad H = diag\left(-(2n-2i+1)/2\right)_{i=1}^{n},$$

$$F^1 = F - FH - HF.$$

Зададим $0 < \gamma < 1$ и потребуем, чтобы $\dot{\Theta} \le -\gamma$. Из [1,2] вытекает

Теорема. *Пусть* $d_1 = \dfrac{1-\gamma}{\lambda_{\min}((F^1)^{-1}S)}$, $d_2 = \dfrac{1-\gamma}{\lambda_{\max}((F^1)^{-1}S)}$, *функция управляемости* $\Theta(x)$ *есть положительное решение уравнения (1), а управление задается формулой (2). Тогда траектория системы, выходящая из произвольной точки* x_0*, оканчивается в точке* $x_1 = 0$ *в некоторый конечный момент времени* $T(x_0,p) \le \Theta(x_0)/\gamma$.

Пример. Пусть система имеет вид $\dot{x}_1 = (1 + p(x_1,x_2,x_3,t))x_2$, $\dot{x}_2 = x_3$, $\dot{x}_3 = u$, тогда

$$-\frac{(1-\gamma)(\sqrt{6}+1)}{10} \le p(x_1,x_2,x_3,t) \le \frac{(1-\gamma)(\sqrt{6}-1)}{10}.$$

Решение проиллюстрировано для конкретных p, например, пусть

$$p(x_1,x_2,x_3,t) = \begin{cases} -0.34\sin(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) & t \in [0.9.2] \\ 0.14\cos(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) & t \in [9.2,18.4] \end{cases}$$

Выберем начальную точку $x_0 = (4;-4;1)$. Тогда положительное решение уравнения (1) равно $\Theta_0 \approx 18.55$, время попадания в начало координат $T(x_{0,}p) \approx 18.4$. Траектория представлена на рис 1, производная от функции управляемости на траектории в силу системы – на рис 2.

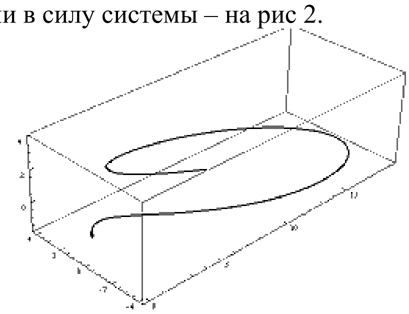

Рис. 1: Траектория.

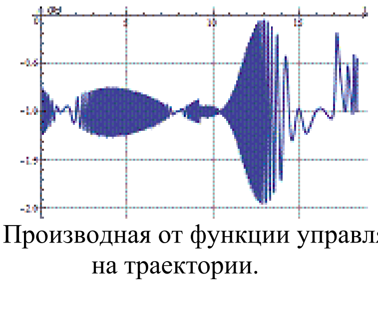

Рис. 2: Производная от функции управляемости на траектории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коробов В. И. Метод функции управляемости. – М.–Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2007. – 576 с.
2. Fu M., Barmish B. R. Maximal unidirectional perturbation bounds for stability of polinomials and matrices.// Systems & Control Letters. – 1988. – N 11. – P. 173–179.