

**РАСЧЁТ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО
ПОТЕНЦИАЛА СФЕРИЧЕСКОГО СЕГМЕНТА,
РАЗМЕЩЁННОГО ВНУТРИ ДВУХ
СЕКЦИОНИРОВАННЫХ СФЕР**

*Резуненко В.А., *Зологина Е.А.

Харьковский национальный университет имени В.Н.
Каразина, Харьков, Украина

Ключевым моментом при моделировании прикладных задач является построение эффективного численно-аналитического алгоритма, позволяющего рассматривать изменение параметров задач в широком диапазоне. К актуальным прикладным задачам относится расчет различных электростатических характеристик сложных физических структур.

Пусть центр сферического сегмента и центры двух экранирующих сегмент секционированных замкнутых сфер помещены в начало декартовой и сферической системы координат. Пусть a_0 – радиус сферического сегмента, θ_0 – полярный угол, измеряющий сегмент (на сегменте $\theta_0 < \theta \leq \pi$); b_1 , b_2 – радиусы соответственно внутренней и внешней секционированных сфер ($b_1 < a_0 < b_2$).

Электростатические поля \vec{E} и вектор

электрической индукции \vec{D} всюду вне сегмента и вне секционированных сфер должны удовлетворять уравнениям Максвелла и материальным уравнениям:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \quad \vec{D} = \vec{E},$$

где ρ – плотность зарядов на поверхности проводников. Задачу электростатики решаем в строгой постановке, используя метод разделения переменных в сферической системе координат, метод частичных областей, метод регуляризации матричного оператора задачи [1–3]. Область исследования разбиваем на четыре области $0 \leq r < b_1$, $b_1 < r < a_0$, $a_0 < r < b_2$, $r > b_2$. В каждой области ищем полный потенциал. Например, во второй области один из искомого потенциал представим рядом Фурье:

$$U_3 = \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^n P_n(\cos \theta), \quad b_1 < r < a_0,$$

где B_n – искомые коэффициенты из пространства \tilde{I}_2 , $P_n(\cos \theta)$ – полиномы Лежандра. Применение граничных условий позволяет получить парные сумматорные функциональные уравнения по полиномам Лежандра. Введя в функциональные уравнения параметр малости

$$\tilde{\beta}_n = \frac{\left(\frac{b_1}{a_0}\right)^{2n+1} + \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{2n+1} + \left(\frac{a_0}{b_1}\right)^{2n+1} + \left(1 - \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{2n+1}\right)}{1 + \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{2n+1}},$$

выполнив линейные преобразования с коэффициентами B_n , и используя интегральные представления Мелера-Дирихле для полиномов Лежандра

$$P_n(\cos \theta) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_0^\theta [\cos(n + \frac{1}{2})y] \sqrt{\cos y - \cos \theta} dy,$$

получаем интегральные уравнения типа Абеля

$$\int_0^\theta g(y) / \sqrt{\cos y - \cos \theta} dy = 0.$$

Решив интегральные уравнения, в результате получаем искомую систему линейных алгебраических уравнений второго рода:

$$B_n^{(1)} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[B_m^{(1)} \tilde{\beta}_m + J_{m,1}^{(N)} \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^m + V_0 \delta_{m,0} \right] (\delta_{m,0} - \omega_{n,m}) + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\Delta_k^{(0)}} \left[J_{k,1}^{(N)} \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{k+1} - J_{k,2}^{(M)} \right] \omega_{k,n}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

где $B_n^{(1)}$ новые искомые коэффициенты

$\Delta_n^{(0)} = a_0^{-n-1} b_2^n - a_0^n b_2^{-n-1}$, $J_{k,1}^{(N)}$, $J_{k,2}^{(M)}$ и V_0 – известные величины, – символ Кронекера,

$$\omega_{k,n} = \frac{\sin[(k-n)\theta_0]}{\pi(k-n)} - \frac{\sin[(k+n+1)\theta_0]}{(k+n+1)},$$

$$\omega_{n,n} = \frac{\theta_0}{\pi} - \frac{\sin[(2n+1)\theta_0]}{2n+1}.$$

Система (1) имеет вполне непрерывный матричный оператор в I_2 . Система (1) эффективно разрешима численно для любых значений параметров задачи и аналитически для предельных значений параметров. Метод, примененный в работе, допускает обобщение для расчёта электростатических полей, например, для нескольких сферических сегментов в присутствии секционированных сфер. В докладе рассматриваются примеры расчёта электростатических потенциалов.

ЛИТЕРАТУРА

- Конторович М.И., Лебедев Н.Н. Об одном методе решения некоторых задач дифракции и родственных ей проблем. // Журн. Тех. Физ. – 1938. – т.8, N 10–11. – С.1193–1206
Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. – М.: Мир, –1987. – С.312.
Sign B.M. Rokne J.G and Dhalival R.S. Two-Dimensional Electrostatic Problem in a Plane With Earthed Elliptic Cavity due to One or Two Collinear Charged Electrostatic Strips // Intern. J. Math. Mathem. Sci. – 2007. – v.2007, Article ID 60595.

ЗАЛЕЖНІСТЬ ВРОЖАЮ ЗЕРНОВИХ КУЛЬТУР ВІД ПОГОДНИХ ФАКТОРІВ

*Резуненко В.А., *Кобченко Ю.Ф., Кобченко О.Ю.,
Камішанов Д.О.

Харьковский национальный университет
имени В.Н. Каразина, Украина

Вивчення залежності урожайності (ц/га) від кількості посушливих днів за рік є актуальним завданням багатьох галузей знань у тому числі і математичного моделювання. В роботі аналізуються