ЛИТЕРАТУРА
1. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства. – М.: Наука, 1969.
2. Ромакина Л.Н. Аналоги формулы Лобачевского для угла параллельности на гиперболической плоскости положительной кривизны //Сиб. электрон. матем. Изв. № 10, 2013, С. 393–407.
3. Ромакина Л.Н. Простые разбиения гиперболической плоскости положительной кривизны // Матем. сб. – 2012. – т. 203, № 9. – С. 83–116.

КЛАССИФИКАЦИЯ ТРЕХВЕРШИННИКОВ КОЕВКЛИДОВОЙ ПЛОСКОСТИ

*Ромакина Л.Н.,*Батырова А. Р., Зуев К.В., Карташова В.С., Паксюткина Л. М., , Чурилова В.О.*

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Саратов, Россия

Постановка задачи. Гиперболическое пространство $\hat{H}_3$ положительной кривизны, являющееся проективной моделью трехмерного пространства де Ситтера, содержит плоскости трех типов: эллиптические плоскости, или плоскости Римана [1]; гиперболические плоскости положительной кривизны [2]; коевклидовы плоскости [3]. В связи с необходимостью исследовать многогранники пространства $\hat{H}_3$ исследуем трехвершинники коевклидовой плоскости. Отметим, что трехвершинники эллиптической плоскости известны [1], трехвершинники гиперболической плоскости $\hat{H}$ описаны в работе [4], некоторые вопросы геометрии коевклидовой плоскости исследованы в книгах [1, 3, 5], но теория трехвершинников, или тригонометрия этой плоскости построена не полностью.

В докладе предполагаем привести результаты классификации трехвершинников коеклидовой плоскости K_2.

Методы решения. При решении поставленной задачи используем проективную модель Кэли-Клейна коевклидовой плоскости, т. е. рассматриваем плоскость K_2 как проективную плоскость с фиксированной на ней парой мнимо сопряженных прямых. Геометрия коевклидовой плоскости K_2 соответствует по принципу двойственности проективной плоскости геометрии плоскости евклидовой.

Действительную точку абсолюта плоскости K_2 обозначим P. Прямые плоскости K_2, содержащие (не содержащие) точку P, назовем *параболическими* (p) (*эллиптическими* (e)). Все углы плоскости K_2 в зависимости от положения относительно точки P можно отнести к четырем типам. Углы с конечной вершиной принадлежат трем типам: *конечные углы* (У), *псевдоуглы* (П) и *квазиуглы* (К).

Как замкнутые ломаные проективные плоскости трехвершинники на плоскости K_2 могут быть односторонними и двусторонними. Односторонние трехвершинники не разбивают плоскость K_2 на части, т. е. не обладают внутренностью. Двусторонние трехвершинники разбивают плоскость K_2 на две связные части, ту из этих частей, которая не содержит точку P, назовем *внутренностью* трехвершинника. Двусторонний трехвершинник называем *трехреберником*.

Классификацию трехвершинников проводим по типам сторон, типам углов и наличию внутренности.

Основными результатами исследования являются следующие теоремы.

Теорема 1. (Критерий трехреберника). *Трехвершинник плоскости K_2 является трехреберником тогда и только тогда, когда существует прямая, не проходящая через вершины трехвершинника и имеющая с ним две и только две общие точки.*

Теорема 2. *Пусть трехвершинники F_1, F_2 плоскости K_2 имеют общие вершины и составлены ребрами соответственно a, b, c и a, b, c', где c и c' – смежные отрезки эллиптической прямой. Тогда один и только один из трехвершинников F_1, F_2 является трехреберником.*

Теорема 3. *На коевклидовой плоскости K_2 существуют шесть типов конечных трехвершинников: eee*(ППП), eee*(ПУУ), eee*(ККУ), eee(УУУ), eee(ППУ), eee(ККУ). Трехвершинники трех типов (eee*(ППП), eee*(ПУУ), eee*(ККУ)) являются трехреберниками.*

ЛИТЕРАТУРА
1. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства. – М.: Наука, 1969.
2. Ромакина Л.Н. Аналоги формулы Лобачевского для угла параллельности на гиперболической плоскости положительной кривизны //Сиб. электрон. матем. изв. №10, 2013, С. 393–407.
3. Ромакина Л.Н. Геометрии коевклидовой и копсевдоевклидовой плоскостей – ООО Изд-во "Научная книга", Саратов, 2008.
4. Ромакина Л.Н. Тригонометрия гиперболической плоскости положительной кривизны. СГУ им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, 2012.
5. Сидоров Л.А. Коевклидово пространство // Математическая энциклопедия. Под ред. Виноградова И.М. В 5-ти тт. том 2. М.: Советская энциклопедия, 1977.

О СВОЙСТВЕ БИССЕКТРИС ТРЕХРЕБЕРНИКОВ НА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ

[1]*Ромакина Л.Н.,* [*2]*Бондарева М.А.,* [1]*Вецель Л.С.*

[1]Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия
[2]КБ "Ренессанс кредит" (ООО), Саратов, Россия

Постановка задачи. В работе [1] построена тригонометрия гиперболической плоскости положительной кривизны $\hat{H}$, показано, что на $\hat{H}$ существуют трехвершинники 22 типов, доказаны аналоги теорем синусов и косинусов и исследованы трехвершинники с параболическими ребрами. Трехреберники, содержащие одно параболическое ребро, имеют одну биссектрису. Трехреберники, содержащие более одного параболического ребра, биссектрис не имеют. Нас будут интересовать трехреберники, все ребра которых непараболические. В докладе предполагаем доказать свойства биссектрис таких трехреберников.

Методы исследования. Плоскость $\hat{H}$ рассматриваем в проективной интерпретации Кэли-Клейна [1,2], как множество всех точек проективной плоскости, внешних относительно абсолютной овальной линии γ. Применяем канонические реперы первого и второго типа. Вершины канонического репера первого (второго) типа образуют автополярный трехвершинник первого (второго) порядка относительно линии γ. Единичная точка в каноническом репере первого типа лежит на касательных к линии γ, проведенных из первых двух вершин, а в репере второго типа – принадлежит линии γ.

На плоскости $\hat{H}$ существует три типа прямых: прямые, пересекающие абсолют в двух действительных (мнимых) точках, называют гиперболическими (эллиптическими), прямые, имеющие с абсолютом одну точку касания, называют параболическими.

Трехвершинником плоскости $\hat{H}$ назовем совокупность трех не лежащих на одной прямой точек и трех отрезков, циклически соединяющих эти точки.

Трехвершинник плоскости $\hat{H}$, обладающий внутренностью, назовем *трехреберником*.

Основным результатом является следующая

Теорема. *На плоскости $\hat{H}$ биссектрисы трехреберников типов eee(I), eee(III), eeh(I), hhh(I) пересекаются в одной точке.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Ромакина Л.Н. Геометрия гиперболической плоскости положительной кривизны: в 4 ч. Ч. 1: Тригонометрия. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2013.
2. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства. М.: Наука, 1969.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ФУНКЦИЙ С НУЛЕВЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ ПО ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ НА СФЕРЕ

**Савостьянова И.М., Волчков В.В.*

Донецкий национальный университет, Украина

Изучаются четные функции на двумерной сфере с нулевыми интегралами по всем замкнутым геодезическим (большим окружностям), не проходящими через полюса сферы. Найдено допустимое асимптотическое поведение таких функций при подходе к полюсу. Подобные вопросы для некомпактного случая рассматривались ранее Ф. Йоном, Д. Смитом и другими авторами см. [1 – 2].

Пусть $S^2 = \left\{\xi \in R^3 : |\xi| = 1\right\}$, $E = \left\{\xi \in R^3 : \xi \neq \pm 1\right\}$.

Обозначим через *M* совокупность всех непрерывных функций на *E*, имеющих нулевые интегралы по каждой большой окружности из *E*. Положим

$$C_{even} = \left\{f \in C(E) : f(-\xi) = f(\xi), \forall \xi \in E\right\},$$

$$C_{odd} = \left\{f \in C(E) : f(-\xi) = -f(\xi), \forall \xi \in E\right\}.$$

Введем также классы $M_{even} = M \cap C_{even}$, $M^m{}_{even} = M_{even} \cap C^m(E)$, $m = \{0,1,2,...\}$.

Теорема. ***1)*** *Пусть* $f \in M_{even}$ *и* $f(\xi) = o\left((1-\xi_3)^{-1}\right)$ *при* $\xi_3 \to 1$. *Тогда* $f \equiv 0$.

2) *Существует ненулевая функция* $f \in M^\infty{}_{even}$ *такая, что*

$$f(\xi) = O\left((1-\xi_3)^{-1}\right) \text{ при } \xi_3 \to 1.$$

Теорема показывает, что всякая функция $f \in M$, удовлетворяющая условию $f(\xi) = o\left((1-\xi_3^2)^{-1}\right)$ при $\xi_3 \to \pm 1$ принадлежит C_{odd}. При этом символ "o" нельзя заменить на символ "O".

Сформулированные результаты можно использовать для описания функций имеющие нулевые интегралы по большим окружностям, доказательства теорем о двух радиусах,теорем единственности и т.д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Йон Ф. Плоские волны и сферические средние в применении к дифференциальным уравнениям с частными производными. – М.: ИЛ, 2011. – 156 с.
2. Volchkov V. V., Volchkov Vit. V. Offbeat integral geometry on symmetric spaces. – Basel: Birkhäuser, 2013. – 592 p.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИ РАЗМЕЩЕНИИ ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ

Сёмкин В.В., Чугай А.М.

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАНУ, Харьков, Украина

Применение математического и компьютерного моделирования при решении задач компоновки позволяет численно реализовать на компьютере такие задачи как поиск параметров размещения, оптимизирующих заданный критерий качества компоновки, оценку получаемого размещения по выбранному критерию, оценку ограничений на размещение (непересечение размещаемых объектов, расположение на заданных расстояниях, размещение внутри области размещения).

В работе для построения математической модели задачи поиска оптимального размещения трехмерных объектов был использован метод Ф–функций (построены нормализованные Ф-функции для размещаемых трехмерных объектов). Это позволило использовать на всех этапах решения задачи современные методы нелинейной оптимизации.

Разработанный в данной работе подход к поиску решения задачи предполагает выполнение следующих этапов: построение начальных точек, поиск локальных экстремумов и их перебор.

При решении оптимизационных задач размещения геометрических объектов для получения