статистичні ряди з урожайності зернових культур в Харківській області, що показали різний рівень урожайності культур як у часі – за окремі роки, так і по адміністративним районам.

Були використані наступні дані за 1975–2012 роки, які характеризувалися підвищеною посушливістю погодних умов за останні роки. Дані зведені в групи по три числа: перше число – це врожай (ц/га), наступне число в дужках показує рік і третє число – кількість посушливих днів за рік:
42(75)/36, 12(76)/9, 18(77)/19, 14(78)/14, 57(79)/38, 8(80)/4, 18(81)/17, 11(82)/8, 25(83)/26, 28(84)/31, 26(85)/28, 41(86)/35,12(87)/10, 21(88)/22, 6(89)/1, 10(90)/5, 8(91)/3, 20(92)/21, 11(93)/7,12(94)/11, 7(95)/2, 17(96)/16, 19(97)/20, 27(98)/29, 42(99)/37 22(2000)/24, 10(2001)/6, 35(2002)/33, 26(2003)/27, 13(2004)/13, 18(2005)/18, 27(2006)/30, 33(2007)/32, 12(2008)/12, 24(2009)/25, 35(2010)/34, 16(2011)/15, 21(2012)]/23.

Спочатку було використано метод укрупнення інтервалів і метод змінних середніх шляхом групування даних за три роки, які показали падіння врожайності. Це падіння є повільніше за період 1975–1994 рр. ніж за період 1995–2012 рр. Далі ми обчислили коефіцієнт $r_{xy}(1)$ кореляції, який дорівнює – 0.67. Якщо розглядати особливо посушливі роки – період 1995–2012 рр., то коефіцієнт $r_{xy}(2)$ кореляції дорівнює – 0.85.

Для використання методу регресивного аналізу виконали чистку статистичних рядів. При цьому вилучили дві точки на площині з осями абсцис – кількість посушливих днів та ординат – врожайність зернових культур (ц/га). Ця чистка дозволила побудувати дві прямі (рис.1).

$y = 26 - 0.8852 \cdot (x - 8)$, $y = 46.4 - 0.8241 \cdot (x - 12)$,

які обмежують області зміни величин *x* та *y* – див. рис.1. На рис.1 також нанесені дві лінії регресії

$$y = 27.48 - 0.67 \cdot (x - 21.16),$$

$$y = 27.48 - 0.85 \cdot (x - 21.16),$$

які відповідають коефіцієнтам кореляції $r_{xy}(1)$ та $r_{xy}(2)$.

Відмітимо, що дисперсія врожаю *y* та дисперсія днів посухи *x* дуже високі:

$$\sigma_y = 72.9424, \quad \sigma_x = 132.1330 .$$

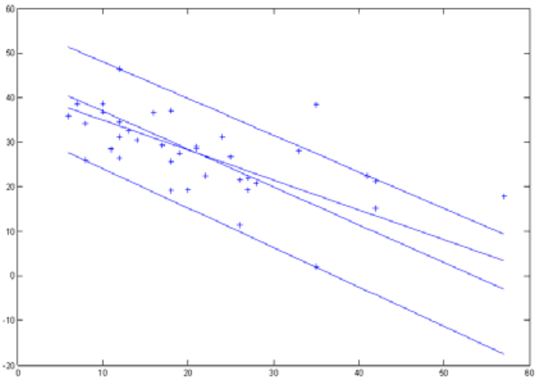

Рис.1. Залежністі величин врожаю зернових культур (*y*) від кількості днів з посушливими явищами (*x*).

Цей факт потребує подальшого дослідження, виявлення характеристик та типів розподілів випадкових величин *y* та *x,* наприклад методом системи кривих Пірсона та методом χ^2 .

ЛІТЕРАТУРА

1. Адаменко Т.С. Гідрометзабезпечення агропромислового комплексу України // Матеріали семінару з агрометеорології. Київ, 2003. – С. 3–7
2. Кобченко Ю.Ф., Резуненко В.А., Люсин С.В., Солоха Е.А. Моделирование процессов формирования биомассы и урожая сельскохозяйственных культур. // Применение персональных компьютеров в научных исследованиях и учебном процессе. – Харьков.:ХНУ, 2002. – С. 44–45.
3. Ковальчук П.І. Моделювання навколишнього середовища. К.Либідь. – 2003.
4. Полевой А.Н. Теория и расчет продуктивности сельскохозяйственных культур. – Л. Гидрометеоиздат,1983. – 175 с.
5. Сиротенко О.Д. Математическое моделирование водно-теплового режима и продуктивности агроэкосистем. – Л.: Гидрометеоиздат, 1981. – 167 с.

О ГЕОМЕТРИИ, РЕАЛИЗУЕМОЙ НА ИДЕАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ ПЛОСКОСТИ ЛОБАЧЕВСКОГО

Ромакина Л. Н.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия

Одной из моделей плоскости Λ^2 Лобачевского является проективная модель Кэли-Клейна, в которой Λ^2 реализована на внутренней относительно овальной линии γ, называемой *абсолютом*, области проективной плоскости P_2. На внешней области относительно γ, идеальной для плоскости Лобачевского, можно реализовать различные геометрии. Одной из них является геометрия гиперболической плоскости $\hat{H}$ положительной кривизны [1–3]. Плоскость $\hat{H}$ и плоскость Лобачевского имеют общую фундаментальную группу G преобразований, являющуюся группой автоморфизмов овальной линии. Топологически плоскость $\hat{H}$ эквивалентна листу Мебиуса без края.

В зависимости от положения по отношению к абсолюту все углы плоскости $\hat{H}$ можно отнести к 15 типам. Углы шести типов измеримы с помощью абсолюта, углы трех типов имеют действительные меры [2]. Трехвершинники плоскости $\hat{H}$ по типам сторон, типам углов и типу расположения на абсолюте несобственных точек сторон можно отнести к 22 инвариантным относительно группы G типам. Трехвершинники десяти типов являются трехреберниками, т. е. разбивают плоскость $\hat{H}$ на две связные части. Все невырожденные действительные линии второго порядка плоскости $\hat{H}$ образуют 15 типов. Линии четырех типов являются траекториями точек в движениях группы G.

ЛИТЕРАТУРА

1. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства. – М.: Наука, 1969.
2. Ромакина Л.Н. Аналоги формулы Лобачевского для угла параллельности на гиперболической плоскости положительной кривизны //Сиб. электрон. матем. Изв. № 10, 2013, С. 393–407.
3. Ромакина Л.Н. Простые разбиения гиперболической плоскости положительной кривизны // Матем. сб. – 2012. – т. 203, № 9. – С. 83–116.

КЛАССИФИКАЦИЯ ТРЕХВЕРШИННИКОВ КОЕВКЛИДОВОЙ ПЛОСКОСТИ

*Ромакина Л.Н.,*Батырова А. Р., Зуев К.В., Карташова В.С., Паксюткина Л. М., , Чурилова В.О.*

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Саратов, Россия

Постановка задачи. Гиперболическое пространство $\hat{H}_3$ положительной кривизны, являющееся проективной моделью трехмерного пространства де Ситтера, содержит плоскости трех типов: эллиптические плоскости, или плоскости Римана [1]; гиперболические плоскости положительной кривизны [2]; коевклидовы плоскости [3]. В связи с необходимостью исследовать многогранники пространства $\hat{H}_3$ исследуем трехвершинники коевклидовой плоскости. Отметим, что трехвершинники эллиптической плоскости известны [1], трехвершинники гиперболической плоскости $\hat{H}$ описаны в работе [4], некоторые вопросы геометрии коевклидовой плоскости исследованы в книгах [1, 3, 5], но теория трехвершинников, или тригонометрия этой плоскости построена не полностью.

В докладе предполагаем привести результаты классификации трехвершинников коеклидовой плоскости K_2.

Методы решения. При решении поставленной задачи используем проективную модель Кэли-Клейна коевклидовой плоскости, т. е. рассматриваем плоскость K_2 как проективную плоскость с фиксированной на ней парой мнимо сопряженных прямых. Геометрия коевклидовой плоскости K_2 соответствует по принципу двойственности проективной плоскости геометрии плоскости евклидовой.

Действительную точку абсолюта плоскости K_2 обозначим P. Прямые плоскости K_2, содержащие (не содержащие) точку P, назовем *параболическими* (p) (*эллиптическими* (e)). Все углы плоскости K_2 в зависимости от положения относительно точки P можно отнести к четырем типам. Углы с конечной вершиной принадлежат трем типам: *конечные углы* (У), *псевдоуглы* (П) и *квазиуглы* (К).

Как замкнутые ломаные проективные плоскости трехвершинники на плоскости K_2 могут быть односторонними и двусторонними. Односторонние трехвершинники не разбивают плоскость K_2 на части, т. е. не обладают внутренностью. Двусторонние трехвершинники разбивают плоскость K_2 на две связные части, ту из этих частей, которая не содержит точку P, назовем *внутренностью* трехвершинника. Двусторонний трехвершинник называем *трехреберником*.

Классификацию трехвершинников проводим по типам сторон, типам углов и наличию внутренности.

Основными результатами исследования являются следующие теоремы.

Теорема 1. (Критерий трехреберника). *Трехвершинник плоскости K_2 является трехреберником тогда и только тогда, когда существует прямая, не проходящая через вершины трехвершинника и имеющая с ним две и только две общие точки.*

Теорема 2. *Пусть трехвершинники F_1, F_2 плоскости K_2 имеют общие вершины и составлены ребрами соответственно a, b, c и a, b, c', где c и c' – смежные отрезки эллиптической прямой. Тогда один и только один из трехвершинников F_1, F_2 является трехреберником.*

Теорема 3. *На коевклидовой плоскости K_2 существуют шесть типов конечных трехвершинников: eee*(ППП), eee*(ПУУ), eee*(ККУ), eee(УУУ), eee(ППУ), eee(ККУ). Трехвершинники трех типов (eee*(ППП), eee*(ПУУ), eee*(ККУ)) являются трехреберниками.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства. – М.: Наука, 1969.
2. Ромакина Л.Н. Аналоги формулы Лобачевского для угла параллельности на гиперболической плоскости положительной кривизны //Сиб. электрон. матем. изв. №10, 2013, С. 393–407.
3. Ромакина Л.Н. Геометрии коевклидовой и копсевдоевклидовой плоскостей – ООО Изд-во "Научная книга", Саратов, 2008.
4. Ромакина Л.Н. Тригонометрия гиперболической плоскости положительной кривизны. СГУ им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, 2012.
5. Сидоров Л.А. Коевклидово пространство // Математическая энциклопедия. Под ред. Виноградова И.М. В 5-ти тт. том 2. М.: Советская энциклопедия, 1977.

О СВОЙСТВЕ БИССЕКТРИС ТРЕХРЕБЕРНИКОВ НА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ

[1]*Ромакина Л.Н.,* [*2]*Бондарева М.А.,* [1]*Вецель Л.С.*

[1]Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия
[2]КБ "Ренессанс кредит" (ООО), Саратов, Россия

Постановка задачи. В работе [1] построена тригонометрия гиперболической плоскости положительной кривизны $\hat{H}$, показано, что на $\hat{H}$ существуют трехвершинники 22 типов, доказаны аналоги теорем синусов и косинусов и исследованы трехвершинники с параболическими ребрами. Трехреберники, содержащие одно параболическое