

Найточніше буде знайдений кут за допомогою скалярного добутку.

3. Вплив комплексного коефіцієнта ν_0 на стійкість. Досліджуємо статистику стійких і нестійких ДР третього порядку з дійсними коефіцієнтами:

$$a_0 + a_1 y' + a_2 y'' + a_3 y''' = 0.$$

Для того, щоб порахувати відсоток стійких і нестійких рівнянь третього порядку, складаємо генеральну сукупність. Перебираємо всі варіанти коефіцієнтів a_0, a_1, a_2, a_3 , за умови, що вони цілі і змінюються від 1 до 9.

Рівняння третього порядку є стійким, якщо $a_0 \cdot a_3 < a_1 \cdot a_2$. Якщо ж буде виконуватись умова $a_0 \cdot a_3 = a_1 \cdot a_2$, то таке рівняння нестійке, але буде знаходитися на границі, тобто годограф буде проходити через точку (0;0). Рівняння 3-го порядку має 4 коефіцієнти a_0, a_1, a_2, a_3 , тому всього варіантів буде $9^4 = 6561$.

Отримали: стійких 3176 (48,41%), нестійких (48,41%) і нестійких на границі 209 (3,19%). Нестійких рівнянь виявилось більше на 3,19% (209 штук), ніж стійких (за рахунок нестійких на границі).

Проаналізовано вплив уявного коефіцієнта ν_0 на стійкість. Вибираємо лише стійкі рівняння третього порядку з дійсними коефіцієнтами, поступово додаємо до кожного з них уявний коефіцієнт $i\nu_0$, і отримуємо ДР виду:

$$a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 + i\nu_0 = 0$$

Розглянемо приклад:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 7x + 2;$$

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 7x + 2 + 2i$$

Якщо коефіцієнт ν_0 буде дорівнювати 1, то 267 рівнянь (8,4%) змінять свій характер стійкості, при $\nu_0=5$ нестійких 2440 (76,8%), при $\nu_0=9$ нестійких 3096 (97,5%) рівнянь, а при $\nu_0=11$ всі рівняння (100%) будуть мати нестійкий характер. Можемо зробити висновок про достатньо великий вплив уявного коефіцієнта $i\nu_0$ на стійкість.

У доповіді розглядаються також рівняння із запізненням з членами $b \cdot y^{(k)}(t-\tau)$, досліджується вплив величини запізнення τ і коефіцієнта при b в ньому.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филер З.Е., Музыченко А.И. Устойчивость линейных механических систем с последствием // Прикл. механика. – 2010. – т.46, N1. – С. 125 – 137.

О ГЛОБАЛЬНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Филипповская М. С.

ХНУ им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина

Рассматривается задача Коши для полулинейного вырожденного дифференциально-алгебраического уравнения (ДАУ)

$$\frac{d}{dt}(Ax(t)) + Bx(t) = f(t, x) + e(t), \quad (1)$$

$$x(0) = x^0 \quad (2)$$

в вещественном пространстве R^n при $t \geq 0$. Предполагается, что A, B – вещественные матрицы размерности $n \times n$, $\lambda A + B$ – регулярный характеристический пучок индекса 1. В дальнейшем будут применяться проекторы типа Рисса P_j, Q_j , $j=1,2$ характеристического пучка матриц и специальная матрица G , введенные в статьях [1, 2] соответственно.

Ранее была доказана следующая теорема (см. [3]) существования и единственности глобального решения уравнения (1):

Теорема. Пусть в уравнении (1) $f(t, x) \in C([0, \infty) \times R^n, R^n)$, $e(t) \in C([0, \infty), R^n)$ и

производная $\frac{\partial f(t, x)}{\partial x}$ непрерывна на $[0, \infty) \times R^n$.

Далее, пусть существует $\alpha \in (0, 1)$ такое, что для любых $y, z \in C([0, \infty), R^n)$ выполнено условие

$$\|G^{-1}Q_2(f(t, x^1 + P_2 y) - f(t, x^1 + P_2 z))\| \leq \alpha \|P_2 y - P_2 z\|,$$

$t \geq 0$, при каждом $x^1 \in P_1 R^n$, и существует постоянная матрица $H = H^* > 0$ такая, что для любого конечного интервала $0 \leq t \leq T$ найдется шар в $P_1 R^n$ радиуса $r = r(T)$ с центром в начале координат, вне которого выполнено условие $(HP_1 x, G^{-1}Q_1 f(t, x)) \leq 0$, $\|P_1 x\| \geq r(T)$, $0 \leq t \leq T$, для всех точек $(t, x) \in [0, \infty) \times R^n$, удовлетворяющих уравнению $BP_2 x = Q_2(f(t, x) + e(t))$.

Тогда для любого $x^0 \in R^n$, удовлетворяющего условию согласования $BP_2 x^0 = Q_2(f(0, x^0) + e(0))$, существует решение уравнения (1) на полуоси $0 \leq t < \infty$ с начальным условием (2).

Также в статье [3] были рассмотрены две задачи для радиотехнического фильтра с нелинейными элементами, которые удовлетворяли условиям сформулированной теоремы. Однако данная теорема не всегда может эффективно применяться в физических задачах, имеющих глобальное решение.

Рассмотрим импедансную задачу для четырехполосника (рис. 1) с заданными токами $I_1(t), I_2(t)$, положительными вещественными параметрами L, C, r_1, r_2, g , нелинейными сопротивлениями ϕ_1, ϕ_2 и проводимостями h, h_1 .

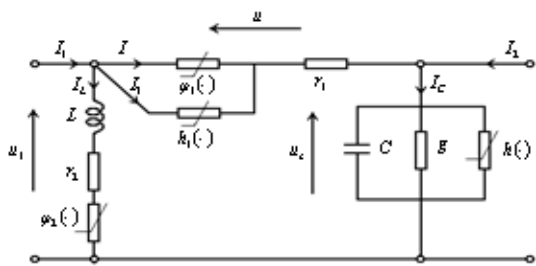


Рис.1. Схема электрической цепи четырехполюсника.

Система уравнений, описывающая модель цепи четырехполюсника, представима в виде ДАУ (1), где

$$x = \begin{pmatrix} I \\ I_L \\ u_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & C \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -r_1 & r_2 & -1 \\ -1 & 0 & g \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$f(t,x) = \begin{pmatrix} \phi_1(x_1) + r_1 \gamma(x_1) - \phi_2(x_2) \\ I_2(t) + \gamma(x_1) - h(x_3) \\ I_1(t) - \gamma(x_1) \end{pmatrix}, e(t) \text{ — нулевой вектор,}$$

$\gamma(x_1) = h_1(\phi_1(x_1))$. Выбирая в качестве нелинейных функций $\phi_1(u) = \alpha_1 u^3$, $\phi_2(u) = \alpha_2 u^3$, $h(u) = \alpha_3 u^3$, $\gamma(u) = h_1(\phi_1(u)) = \alpha_4 u^9$, $\alpha_k > 0$, $k = \overline{1,4}$, $u \in \mathbb{R}$, можно убедиться, что условия теоремы не выполнены. Но при этом задача Коши (1), (2) с указанными матрицами и функцией $f(t,x)$ имеет единственное решение на полуоси $0 \leq t \leq \infty$. Этот результат и соответствующая общая теорема о глобальной разрешимости ДАУ (1) представлены Руткасом А.Г. и Филипковской М.С. на VI международной научной конференции им. акад. И.И. Ляшко «Вычислительная и прикладная математика». Новая теорема расширяет класс задач (1), (2), имеющих глобальное решение и описывающих динамику реальных систем и процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Руткас А.Г. Задача Коши для уравнения $Ax'(t)+Bx(t)=f(t)$. // Дифференциальные уравнения. – 1975.–т.11, № 11. – С. 1996–2010.
2. Rutkas A. G., Vlasenko L. A. Existence, uniqueness and continuous dependence for implicit semilinear functional differential equations // Nonlinear Analysis. TMA. – 2003. – v. 55, N 1–2. – P. 125–139.
3. Филипковская М. С. Продолжение решений полулинейных дифференциально-алгебраических уравнений и приложения в нелинейной радиотехнике. // Вісник ХНУ ім. В. Н. Каразіна. Сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2012. – Вип. 19(1015). – С. 306–319.

ОПИСАНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА ЦЕН АКЦИЙ. 1. РЕДУКЦИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА

Цейтлин Н. А.

«CuBe Matrix GbR», Hamburg, Deutschland

Аббревиатуры: ВР – временной ряд; ТВР – точечный временной ряд; ИВР – интервальный временной ряд; ДИ – доверительный интервал; МДИ – метод доверительных интервалов; НАКА – непараметрический аналог критерия Аббе; РДА – рыночная доходность акций (доход трейдера от акций с момента их покупки); гипотезы: H_0 : – нулевая; H_1 : – альтернативная; ОДЗО – область допустимых значений отклика; СО – среднеквадратичное отклонение; ТИ – толерантный интервал; ЭФР эмпирическая функция регрессии.

ВР цен акций, используемых на биржах, характеризуются большими объёмами, осложнены выбросами и непрерывно наращиваются [1].

Целями настоящей работы являются: описание и анализ структуры ВР цен акций, выделение необходимого количества опорных статистических характеристик для дальнейшего прогнозирования ВР.

Формально ВР цен y_i и моментов времени x_i можно представить как

$$\{(y_i, x_i)\}; y_i \in Y; x_i \in X; x_i \leq x_{i+1}; (x_i, y_i) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2; \quad (1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$, Y – отклик (цена), X – фактор (время); объём ряда N кратен 10^7 .

Обычно это нестационарный, гетероскедастичный ТВР; он может быть описан **регрессионной моделью** $Y = M(Y|X) + \varepsilon(x)$, где: $M(Y|X) = f(x)$ – ЭФР, или тренд ВР; $\varepsilon(x)$ – случайная ошибка; $M(\varepsilon(x)) = 0$; $D(\varepsilon(x)) = \varphi(x)$; функции $f(\bullet)$ и $\varphi(\bullet)$ допускают разрывы производных.

Обычно трейдера интересует не столько сам тренд ВР $f(x)$, сколько тренд РДА $T[\bullet]$ с временным лагом $L(x)$,

$$T[x-L(x)] = f(x) - f[x-L(x)]; |T[\bullet]| > 0; L(x) \approx (x_N - x_n), \quad (2)$$

где x_N – текущее время; x_n – момент покупки акции.

Редукция ТВР $\{(y_i, x_i)\}$, в общем случае, заключается в его замене на ИВР в виде кусочно-полиномиальной аппроксимации ЭФР [2–4]:

$$f(x) = \sum_{j=1}^k [\beta_{j0} + \sum_{i=1}^l \beta_{ji}(x - \psi_{j-1})^i] \Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x), \quad (3)$$

где j – номер гладкого участка ЭФР, $\Delta x_j = (\psi_j - \psi_{j-1})$; k – количество таких участков ($k < N$; k кратно 10^4); l – порядок полинома; $I = (1\sqrt{2}\sqrt{3})$; β_{ji} – коэффициенты регрессии; ψ_{j-1}, ψ_j – границы гладких участков ЭФР;

$\Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x)$ – индикаторная функция интервала $(\psi_{j-1}, \psi_j]$;

$\Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x) = 1$ при $x \in (\psi_{j-1}, \psi_j]$ и $\Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x) = 0$ при $x \notin (\psi_{j-1}, \psi_j]$.

На первом этапе редукции ТВР используется адекватная кусочно-постоянная аппроксимация (3) (при $l = 0$):

$$f(x) = \sum_{j=1}^k \beta_{j0} \Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x), \quad (4)$$

где β_{j0} – значения отклика на гладких участках Δx_j ЭФР $f(x)$; оценкой коэффициента β_{j0} является медиана [5] $y_{mi} = Me\{y_i\} \rightarrow \beta_{j0}$.

Итерационная процедура идентификации гладких участков Δx_j осуществляется путём включения на каждой итерации в очередной интервал Δx_j точек (y_i, x_i) , начиная с трёх; при каждом включении новой точки (y_i, x_i) проверяется гипотезы H_0 об адекватности (см. ниже). Когда H_0 отклоняются,