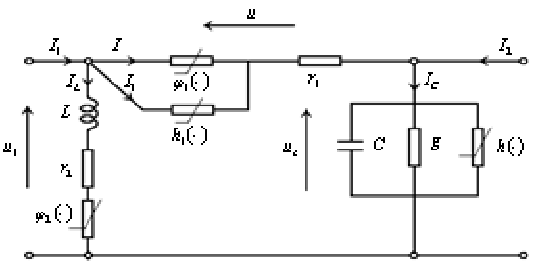

Рис.1. Схема электрической цепи четырехполюсника.

Система уравнений, описывающая модель цепи четырехполюсника, представима в виде ДАУ (1), где

$$x=\begin{pmatrix} I \\ I_L \\ u_C \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix},\ A=\begin{pmatrix} 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & C \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} -r_1 & r_2 & -1 \\ -1 & 0 & g \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$f(t,x)=\begin{pmatrix} \phi_1(x_1)+r_1\gamma(x_1)-\phi_2(x_2) \\ I_2(t)+\gamma(x_1)-h(x_3) \\ I_1(t)-\gamma(x_1) \end{pmatrix},$$ $e(t)$ –нулевой вектор,

$\gamma(x_1)=h_1(\phi_1(x_1))$. Выбирая в качестве нелинейных функций $\phi_1(u)=\alpha_1 u^3$, $\phi_2(u)=\alpha_2 u^3$, $h(u)=\alpha_3 u^3$, $\gamma(u)=h_1(\phi_1(u))=\alpha_4 u^9$, $\alpha_k>0$, $k=\overline{1,4}$, $u\in R$, можно убедиться, что условия теоремы не выполнены. Но при этом задача Коши (1), (2) с указанными матрицами и функцией $f(t,x)$ имеет единственное решение на полуоси $0\le t\le\infty$. Этот результат и соответствующая общая теорема о глобальной разрешимости ДАУ (1) представлены Руткасом А.Г. и Филипковской М.С. на VI международной научной конференции им. акад. И.И. Ляшко «Вычислительная и прикладная математика». Новая теорема расширяет класс задач (1), (2), имеющих глобальное решение и описывающих динамику реальных систем и процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Руткас А. Г. Задача Коши для уравнения Ax'(t)+Bx(t)=f(t). // Дифференциальные уравнения. – 1975.–т.11, № 11. – С. 1996–2010.
2. Rutkas A. G., Vlasenko L. A. Existence, uniqueness and continuous dependence for implicit semilinear functional differential equations // Nonlinear Analysis. TMA. – 2003. – v. 55, N 1–2. – P. 125–139.
3. Филипковская М. С. Продолжение решений полулинейных дифференциально-алгебраических уравнений и приложения в нелинейной радиотехнике. // Вісник ХНУ ім. В. Н. Каразіна. Сер. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2012. – Вип. 19(1015). – С. 306–319.

ОПИСАНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА ЦЕН АКЦИЙ. 1. РЕДУКЦИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА

Цейтлин Н. А.
«CuBe Matrix GbR», Hamburg, Deutschland

Аббревиатуры: ВР – временной ряд; ТВР – точечный временной ряд; ИВР – интервальный временной ряд; ДИ – доверительный интервал; МДИ – метод доверительных интервалов; НАКА – непараметрический аналог критерия Аббе; РДА – рыночная доходность акций (доход трейдера от акций с момента их покупки); гипотезы: H_0: – нулевая; H_1: – альтернативная; ОДЗО – область допустимых значений отклика; СО – среднеквадратичное отклонение; ТИ – толерантный интервал; ЭФР эмпирическая функция регрессии.

ВР цен акций, используемых на биржах, характеризуются большими объёмами, осложнены выбросами и непрерывно наращиваются [1].

Целями настоящей работы являются: описание и анализ структуры ВР цен акций, выделение необходимого количества опорных статистических характеристик для дальнейшего прогнозирования ВР.

Формально ВР цен y_i и моментов времени x_i можно представить как

$\{(y_i, x_i)\}$; $y_i \in Y$; $x_i \in X$; $x_i \le x_{i+1}$; $(x_i, y_i)\in \Omega \subset R^2$; (1)
где $i = 1, 2, ..., N$, Y – отклик (цена), X – фактор (время); объём ряда N кратен 10^7.

Обычно это нестационарный, гетероскедас тичный ТВР; он может быть описан **регрессионной моделью** $Y = M(Y|X) + \varepsilon(x)$, где: $M(Y|X) = f(x)$ – ЭФР, или тренд ВР; $\varepsilon(x)$ – случайная ошибка; $M(\varepsilon(x)) = 0$; $D(\varepsilon(x)) = \varphi(x)$; функции $f(\bullet)$ и $\varphi(\bullet)$ допускают разрывы производных.

Обычно трейдера интересует не столько сам тренд ВР f(x), сколько тренд РДА $T[\bullet]$ с временным лагом L(x),

$T[x–L(x)]=f(x)–f[x–L(x)]$; $|T[\bullet]| > 0$; $L(x) \approx (x_N – x_п)$, (2)
где x_N – текущее время; $\mathbf{x_п}$ – момент покупки акции.

Редукция ТВР $\{(y_i, x_i)\}$, в общем случае, заключается в его замене на ИВР в виде кусочно-полиномиальной аппроксимации ЭФР [2–4]:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{k} [\beta_{j0} + \sum_{i=1}^{I} \beta_{ji}(x – \psi_{j-1})^i]\Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x), \quad (3)$$

где j – номер гладкого участка ЭФР, $\Delta x_i = (\psi_i – \psi_{i–1}]$; k – количество таких участков (k < N; k кратно 10^4); *I* – порядок полинома; $I = (1\vee 2\vee 3)$; β_{ji} – коэффициенты регрессии; ψ_{j-1}, ψ_j – границы гладких участков ЭФР;

$\Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x)$ – индикаторная функция интервала $(\psi_{j-1}, \psi_j]$;

$\Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x) = 1$ при $x \in (\psi_{j-1}, \psi_j]$ и $\Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x) = 0$ при $x \notin (\psi_{j-1}, \psi_j]$.

На первом этапе редукции ТВР используется адекватная кусочно-постоянная аппроксимация (3) (при *I* = 0):

$$f(x) = \sum_{j=1}^{k} \beta_{j0}\Pi(\psi_{j-1}, \psi_j, x), \quad (4)$$

где β_{j0} – значения отклика на гладких участках Δx_j ЭФР f(x); оценкой коэффициента β_{j0} является медиана [5] $y_{Mi} = Me\{y_i\} \to \beta_{j0}$.

Итерационная процедура идентификации гладких участков Δx_i осуществляется путём включения на каждой итерации в очередной интервал Δx_i точек (y_i, x_i), начиная с трёх; при каждом включении новой точки (y_i, x_i) проверяется гипотезы H_0 об адекватности (см. ниже). Когда H_0 отклоняются, очередной интервал Δx_j фиксируется, и переходят к следующему интервалу Δx_{j+1}, вновь начиная с трёх следующих точек.

Гипотеза H_0 **об отсутствии тренда** f(x) на интервале Δx_j аппроксимации (4) проверяется с помощью критерия НАКА [2] в виде:

H_0: $\sigma_{Yj}/\sigma_{Mj} = 1$ против альтернативы о наличии тренда

$$H_1: \sigma_{Yi}/\sigma_{Mi} > 1, \quad (5)$$

где σ_{Yj} и σ_{Mj} – общее СО отклика Y и СО ошибки воспроизводимости отклика на Δx_i. Предполагая нормальное распределение Y, воспользуемся устойчивыми медианными значениями оценок S_{Yj} и S_{Mj} этих СО [2, 5]:

$$S_{Yj} = 1{,}482\mathrm{Me}\{|y_i - \mathrm{Me}\{y_i\}|\} \to \sigma_{Yj}$$
$$S_{Mi} = 1{,}048\mathrm{Me}\{|(y_i - y_{i-1})|\} \to \sigma_{Mi}. \quad (6)$$

При вычислении оценки $S_{Mj} \to \sigma_{Mj}$ предполагается, что рост ЭФР f(x) отклика Y на величину $[df(x_i)/dx](x_{i+1} - x_i)$, связанную с приращением фактора X на величину $x_{i+1} - x_i$, пренебрежимо мал [3, с. 237 и с. 291] в сравнении с разбросом значений отклика, обусловленным его СО σ_Y, а в пределах участков Δx_j считаем $\sigma_{Mi} = \mathrm{Const}$.
Поскольку отношение σ_{Yj}/σ_{Mj} должно быть равным 1, то для проверки гипотезы H_0 (5) методом «бутстреп» [6, 7] можно использовать простую статистику $W = 2^{0,5}S_{Yi}/S_{Mi}$. Многократная ($G \approx 10^4$ раз) имитация статистики W даёт $G_\alpha = \alpha G$ значений $W < 1$, где $\alpha = G_\alpha/G$ – оценка уровня значимости. Априори эксперт задаёт значение критического уровня $\alpha_к$ в зависимости от степени ответственности за вывод е; $е \in (0, 100)\%$. Поскольку гипотеза H_0 (5) предпочтительна, то $\alpha_к = (0{,}01е)^{4,3}$ [3]. Если $\alpha < \alpha_к$, то H_0 отклоняется в пользу H_1, если $\alpha \ge \alpha_к$, то H_0 не отклоняется.

Значения величин ψ_j, $\Delta x_j = (\psi_j - \psi_{j-1}]$ и y_{Mi} ($j = 1, 2, ..., k$) составляют искомый ИВР. Для построения приближённых 95%-х ОДЗО и 83%-х ДИ на участках Δx_j используем полуразмахи $2{,}5S_{Mj}$ и $1{,}4S_{Mj}n_j^{-0,5}$:

верхние и нижние границы ОДЗО:

$$f_j^{\pm}(x) = f_j(x) \pm 2{,}5S_{Mj}\,; \quad (7)$$

верхние и нижние границы ДИ:

$$f_{Дi}^{\pm}(x) = f_i(x) \pm 1{,}4S_{Mi}n_i^{-0,5}. \quad (8)$$

95%-я ОДЗО является приближённой, но простой оценкой толерантных пределов для 95% значений отклика [8]; 83%-е границы ДИ позволяют сравнивать на графике соответствующие ЭФР МДИ на 5%-ном критическом уровне значимости $\alpha_к$ [3, с. 148].

При **необходимости перестройки** исходного ВР (1) с неэквидистантными элементами (y_i, x_i) в адекватный ему ВР $\{(y°_i, x°_i)\}$ с «новыми» эквидистантными элементами $(y°_j, x°_j)$, можно просто «рассечь» ИВР (3) на равные части, например, так. Строится гистограмма распределения вероятностей временных интервалов гладкости Δx_j; отсекается малая доля Δx_p ($p \approx 1\%$) гистограммы со стороны её минимума $[\Delta x_m = \min_j(\Delta x_j)]$. Интервалом Δx_p и разбивается весь ИВР (4) на эквидистантные элементы $(y°_i, x°_i)$ (когда $x°_{j+1} - x°_j = \Delta x_p$).

Вывод. Редукция точечного временного ряда цен акций большого объёма заключается в его адекватной замене на интервальный временной ряд меньшего объёма с использованием кусочно-полиномиальной аппроксимации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Элдер А. Как играть и выигрывать на бирже: Психология. Технический анализ. Контроль над капиталом / 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2007. – 472 с.
2. Цейтлин Н. А. Редукция и статистический анализ временного ряда цен акций: // Тез. докл. 2-й междунар. науч.-техн. конф. ComInt-2013. Украина – 2013. – С.62 – 65. https://www.facebook.com/Comint2013.
3. Цейтлин Н. А. Из опыта аналитического статистика. – М.: Солар, 2007. – 906 с. http://www.cubematrix.com/oldsite/anlagen/as.pdf.
4. Новик Ф.С., Цейтлин Н.А., Авраменко Э.Н. Некоторые способы кусочно-гладкой аппроксимации функций. // Зав. лаб. – 1981. – т. 47, N1. – С. 48.
5. Дубровский С. А. Прикладной статистический анализ. – М.: ФиС, 1982. – 216 с.
6. Шитиков В.К., Розенберг Г.С.. Рандомизация и бутстреп: статистический анализ данных по биологии и экологии с использованием R. Ин-т экологии ВБ РАН, Тольятти: 2013. – 289 с. http://www.ievbras.ru/ecostat/Kiril/Article/A32/Stare.htm.
7. Цейтлин Н. А. Сравнение статистических оценок учебных достижений учащихся: // Тез. докл. 2-й междунар. науч.-техн. конф. ComInt-2013. Украина – 2013. – С. 305 – 308.
8. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1965.

ОПИСАНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА ЦЕН АКЦИЙ. 2. АНАЛИЗ ВРЕМЕННОГО РЯДА

Цейтлин Н. А.
«CuBe Matrix GbR», Hamburg, Deutschland

Настоящее сообщение является продолжением [1], где приведены основные аббревиатуры, обозначения величин, цели работы, описан метод редукции ТВР цен акций. Нумерация формул – сквозная по двум сообщениям.

Дополнительные аббревиатуры: ЛЭ – локальный экстремум; НАКФ – непараметрический аналог критерия Фишера.

На первом шаге редукции ВР (1) тренд (2) РДА $T[x - L(x)]$, для любого лага времени L(x), где $L(x) \in [\Delta x_m, (x_N - x_1)]$; $\Delta x_m = \min_j(\Delta x_j)$, представляет собой кусочно-постоянную аппроксимацию функции (2) с приближёнными 95%-ми ОДЗО и 83%-ми ДИ соответственно:

границы ОДЗО тренда РДА:

$$T^{\pm}[x–L(x)] = T[x–L(x)] \pm 2{,}5(S^2_{Mu}+S^2_{Mv})^{0,5} \quad (9)$$

и границы ДИ тренда РДА:

$$f_Д^{\pm}(x) = T[x–L(x)] \pm 1{,}4(S^2_{Mu}/n_u+S^2_{Mv}/n_v)^{0,5}, \quad (10)$$

где $u, v \in (1, 2,..., k)$.

Поскольку временной лаг L(x) – произволен, то гипотезы H_0: $|T[\bullet]| = 0$ об отсутствии тренда РДА против альтернатив H_1: $|T[\bullet]| > 0$ о наличии тренда РДА, на области (x_1, x_N) удобно проверять графическим МДИ [2, с. 142].