На первом этапе редукции [1] полезно определять ЛЭ, или «поворотные точки» [3] ИВР $\{[(\psi_j, \Delta x_j, y_{Mj})], j \in (1, 2,..., k)\}$, удовлетворяющие отношениям локального минимума («впадин») $y_{Mu-1} > y_{Mu} < y_{Mu+1}$ и максимума («пиков») $y_{Mv-1} < y_{Mv} > y_{Mv+1}$ на **участках** Δx_u и Δx_v, $[u, v \in (1, 2,..., k)]$. Соединяя отрезками прямых рядом стоящие ЛЭ (y_{Mu}, ψ_u) и (y_{Mv}, ψ_{v-1}), получим интересующие трейдера значения средних скоростей роста (β_{uv}) и падения (β_{vu}) цен:

$$\beta_{uv} = (y_{Mv}-y_{Mu})/(\psi_{v-1}-\psi_u), \text{ при } v > u \text{ и}$$
$$\beta_{vu} = (y_{Mu}-y_{Mv})/(\psi_{u-1}-\psi_v), \text{ при } u > v. \qquad (13)$$

На следующих этапах редукции ВР (1) [1] цен акций может использоваться любая адекватная кусочно-гладкая аппроксимация (3) [1] порядка $I = 1$ (кусочно-линейная) или порядка $I = 2$ (кусочно-параболическая), или порядка $I = 3$ (кусочно-кубическая). Чем выше порядок *I,* тем меньше слагаемых в аппроксимации (3) [1].

Процедура идентификации новых интервалов гладкости Δx_i может осуществляться также итерационным методом – путём включения на каждой итерации в интервал Δx_j точек (y_i, x_i), оценке коэффициентов регрессии β_{ji} ЭФР (3) [1] методом наименьших модулей [5, 6] и проверкой статистической гипотезы H_0 об адекватности ЭФР с помощью НАКФ:

$$H_0: \sigma_{YOi}/\sigma_{Mi} = 1 \text{ против альтернативы}$$
$$\text{о неадекватности } H_1: \sigma_{YOj}/\sigma_{Mj} > 1, \qquad (14)$$

где σ_{YOj} и σ_{Mj} – СО остаточной ошибки отклика Y и СО ошибки воспроизводимости отклика Y. Гипотеза H_0 (14) проверяется точно так же, как гипотеза H_0 (5), только медианная оценка СО остаточной ошибки $S_{YOi} = 1{,}482\mathrm{Me}\{|y_i - \mathrm{Me}\{\hat{f}(x_i)\}|\} \to \sigma_{YOj}$; $\hat{f}(x_i)$ – оценки ЭФР (3) в точках i.

Статистически адекватные аппроксимации тренда ЭФР (3) [1] могут служить основой для дальнейшего технического анализа [3].

Часто трейдер пренебрегает «мелкими» ЛЭ, и ждёт появления всё более и более «крупных» ЛЭ. Для этого придётся «смягчить» критерии адекватности кусочно-гладкой аппроксимации (3) [1]. Введём новые обозначения. Значения откликов y_i ряда (1) [1] заменим значениями ЛЭ y_{Mu} и y_{Mv}, а соответствующие значения факторов x_i – средними значениями $x_j = (\psi_j + \psi_{j-1})/2$ интервалов $\Delta x_j = (\psi_j - \psi_{j-1}]$. Новый объём k ТВР будет меньше прежнего. Далее новый ряд редуцируем так же, как описано выше [1]. Таким образом можно получить несколько разномасштабных трендов ВР (1) [1]: по формулам (2) – (8) [1] и (9) – (13) – тренд первого ($w = 1$) уровня (исходный); после замены откликов y_i значениями ЛЭ первого уровня, а значений факторов x_i – средними значениями $(\psi_j + \psi_{j-1})/2$ первого уровня и повторной обработкой этого ВР по формулам (2) – (8) [1] и (9) – (13) получим тренд второго ($w = 2$) уровня объёмом k элементов ($k < N$) и т. д. – до максимума w, когда прекратится появление новых ЛЭ. Количество полученных таким образом уровней w трендов ВР является «индивидуальной» статистической характеристикой данного ВР (1) [1].

Пользуясь полученными трендами 1-го, 2-го, 3-го и т. д. уровней, трейдер сможет выбрать соответствующие методы прогнозования цен акций – краткосрочные (на минуты и часы), среднесрочные (на дни и недели), долгосрочные (на месяцы и кварталы) и т. д.

Необходимое количество опорных статистических характеристик для дальнейшего прогнозирования [7, 8] ВР цен включает:

1) интервал времени наблюдений ряда $(x_N - x_1)$;

2) отношение (S_Y/S_M) – общего СО отклика S_Y и СО S_M;

4) координаты ЛЭ трендов ВР каждого из **W** обнаруженных уровней;

3) 4 первых выборочных момента распределения вероятностей:

3а) временных интервалов гладкости Δx_j, каждого этапа редукции;

3б) значений оценок b_{uv} и b_{vu} $(b_{uv} \to \beta_{uv}$ и $b_{vu} \to \beta_{vu})$ первых производных (для сравнения скоростей роста и падения цен).

Выводы. 1. Редукция большой временной последовательности цен акций позволит выделить необходимое количество интервалов прогнозирования, статистические характеристики которых могут быть использованы в дальнейшем для прогнозирования методами многомерного статистического анализа.

2. К факторам прогнозирования (наряду с «традиционными») относятся сводные статистические характеристики как самого прогнозируемого ряда, так и других временных рядов (количества трансакций, объёма продаж и др.), предположительно влияющих на значения прогнозируемых цен акций: разномасштабные тренды, координаты локальных экстремумов интервальных временных рядов, первые производные функций тренда и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цейтлин Н. А. Описание временного ряда цен акций. Сообщение 1. Редукция временного ряда цен акций. – настоящий сборник, с. 119 – 120.
2. См. ссылку 3 предыд. сообщения.
3. См. ссылку 1 предыд. сообщения.
4. См. ссылку 4 предыд. сообщения.
5. См. ссылку 5 предыд. сообщения.
6. Koenker R., Bassett G., Regression Quantiles // Econometrica. – 1978. – v. 46, N. 1. P. 33–50.
7. Цейтлин Н.А. Построение регрессионных моделей: // Тез. докл. 1-й междунар. науч.-техн. конф. ComInt-2011. Украина – 2011. – С. 116 – 118.
8. Чучуева И.А. Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального подобия. – Дисс. … канд. наук.– М.: 2012. – 146 с.

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ПОЛУЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С РАЗРЫВНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

**Часновский Е.В.*

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, г. Харьков, Украина

Уравнение ряда динамических систем могут меняться в отдельных точках пространства-времени, в частности в теории систем с переменной структурой и в теории гибридных систем. Например, такие задачи возникали при работе с электроприводами, при изучении модели авторулевого. Скользящие режимы в системах с переменной структурой являются предметом изучения [1]. Теоретический аппарат для дифференциальных уравнений с разрывной правой частью структурировано изложен в [2].

Для исследования и практического применения этих задач важно получить условия существования и единственности решения, а в случае нелинейных систем – гарантии существования глобальных решений.

В данном докладе исследуются системы, каждая из которых описывается дифференциально-алгебраическим уравнением с разрывной правой частью:

$$\frac{d}{dt}(Au(t)) + Bu(t) = f(t,u) \qquad (1)$$

Здесь $u(t) \in \mathbf{R}^n$ – искомая вектор-функция; A и B – известные постоянные квадратные матрицы порядка n (возможно вырожденные); $f(t,u) = \{f_i(t,u),\ (t,u) \in D_i \subset \mathbf{R}^{n+1}$ $(i=\overline{1,m})$ – кусочно-непрерывная вектор-функция, где $\{D_i\}_{i=1}^m$ – набор непересекающихся областей ($D = \bigcup_{i=1}^m D_i$ – область существования системы), $f_i(t,u)$: $\overline{D_i} \to \mathbf{R}^n$ $(i = \overline{1,m})$ – известные непрерывные в D_i вплоть до границы вектор-функции. Считаем также, что $\overline{D} = (\bigcup_{i=1}^m D_i) \bigcup S \subset \mathbf{R}^{n+1}$ – связное множество, где S – множество нулевой меры в $\mathbf{R}^{n+1}$, которое является множеством возможных точек разрыва правой части.

Внутри областей непрерывности D_i условия единственности (и существования) решения установлены в [3, 4]. Аналогичные условия для множества S требуется отыскать.

Обозначим $D_0 = \mathbf{R}^{n+1} \setminus \overline{D}$. Считаем, что граница области существования системы представляет собой гладкую поверхность, которая задаётся в виде $\partial\overline{D} = \partial D_0 = \{(t;u) \mid \varphi_0(t,u) = 0\}$, где $\varphi_0 : \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}$ – достаточно гладкая функция (класса не менее C^1). Предполагаем также, что множество S представимо в виде объединения поверхностей: $S = \bigcup_{j=1}^k S_j$, где поверхности S_j могут пересекаться и представимы в виде $S_j = \{(t,u) \mid \varphi_j(t,u) = 0;\ \psi_j(t,u) \le 0\}$ с достаточно гладкими функциями $\varphi_j : \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}$ и $\psi_j : \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}^{p_j}$, причём верно условие:

$$\forall L \subset \{0,1,...,m\}\ (|L| \ge 2):\ \exists \Gamma \subset \{1,...,k\}:\ \bigcap_{l \in L} \overline{D_l} = \bigcap_{\gamma \in \Gamma} S_\gamma \ ,(2)$$

где функции $\{\varphi_\gamma(t,u)\}_{\gamma\in\Gamma}$ таковы, что якобиан $\left(\frac{\partial\phi_\gamma}{\partial t}; \nabla\phi_\gamma\right)_{\gamma\in\Gamma}$ имеет максимальный ранг.

Во введенных терминах единственность решения в точке $(t;u)$ множества S при скользящем режиме эквивалентна единственности решения системы:

$$\begin{cases} \sum_{i\in N} \alpha_i \cdot \left\langle v_i, \left(\frac{\partial\varphi_\gamma}{\partial t}; \nabla\varphi_\gamma\right) \right\rangle = 0,\ \gamma \in \Gamma \\ \sum_{i\in N} \alpha_i = 1,\ \alpha_i \ge 0 \\ w > 0,\ \text{где } w - \text{первая координата } \sum_{i\in N} \alpha_i \cdot v_i \end{cases} \quad , \qquad (3)$$

где $v_i(t,u)$ – вектор-функция скорости интегральной кривой из области D_i (v_0 определён только на границе $\overline{D}$ и направлен по нормали к ней внутрь $\overline{D}$), $N \subset \{0,1,...,m\}$ выбирается определённым образом исходя из локальной структуры поля скоростей около точки $(t;u)$, а $\Gamma \subset \{1,...,k\}$ – исходя из локальной структуры множества S с помощью (2) при $L = N$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уткин В.И. Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой. – М.: Наука, 1974. – 272 с.
2. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. – М.: Наука, 1985. – 224 с.
3. Руткас А.Г. Задача Коши для уравнения $Ax'(t) + Bx(t) = f(t)$ // Дифф. уравнения. – 1975. – т. 11, N 11. – С. 1996–2010.
4. Власенко Л.А. Эволюционные модели с неявными и вырожденными дифференциальными уравнениями. Днепропетровск:Системные технологии, 2006.– 273с.

О ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ АФФИННОГО ПОГРУЖЕНИЯ

Шугайло Е. А.

Харьковский национальный университет
имени В. Н. Каразина, Украина

Мы рассматриваем аффинное погружение [4] *n*-мерного аффинного многообразия со связностью ∇ в стандартное (арифметическое) *(n+k)*-мерное аффинное пространство с плоской связностью *D*. Трансверсальное k-мерное дифференцируемое распределение *Q*, которое индуцирует связность ∇, определено в общем случае не однозначно [6]. Но ядро аффинной фундаментальной формы *h(X,Y),* которая определяется разложением Гаусса, не зависит от выбора трансверсального распределения [6].

Аффинные погружения с вырожденной аффинной фундаментальной формой для случая гиперповерхностей изучались в [2–5], а в случае более высокой коразмерности в [6,7]. Аффинное погружение полного многообразия с *l*-мерным ядром аффинной фундаментальной формы является *l*-