Уравнение ряда динамических систем могут меняться в отдельных точках пространства-времени, в частности в теории систем с переменной структурой и в теории гибридных систем. Например, такие задачи возникали при работе с электроприводами, при изучении модели авторулевого. Скользящие режимы в системах с переменной структурой являются предметом изучения [1]. Теоретический аппарат для дифференциальных уравнений с разрывной правой частью структурировано изложен в [2].

Для исследования и практического применения этих задач важно получить условия существования и единственности решения, а в случае нелинейных систем – гарантии существования глобальных решений.

В данном докладе исследуются системы, каждая из которых описывается дифференциально-алгебраическим уравнением с разрывной правой частью:

$$\frac{d}{dt}(Au(t)) + Bu(t) = f(t,u) \qquad (1)$$

Здесь $u(t) \in \mathbf{R}^n$ – искомая вектор-функция; A и B – известные постоянные квадратные матрицы порядка n (возможно вырожденные); $f(t,u) = \{f_i(t,u),\ (t,u) \in D_i \subset \mathbf{R}^{n+1}\ (i=\overline{1,m})$ – кусочно-непрерывная вектор-функция, где $\{D_i\}_{i=1}^m$ – набор непересекающихся областей ($D = \bigcup_{i=1}^m D_i$ – область существования системы), $f_i(t,u): \overline{D_i} \to \mathbf{R}^n$ $(i = \overline{1,m})$ – известные непрерывные в D_i вплоть до границы вектор-функции. Считаем также, что $\overline{D} = (\bigcup_{i=1}^m D_i) \bigcup S \subset \mathbf{R}^{n+1}$ – связное множество, где S – множество нулевой меры в $\mathbf{R}^{n+1}$, которое является множеством возможных точек разрыва правой части.

Внутри областей непрерывности D_i условия единственности (и существования) решения установлены в [3, 4]. Аналогичные условия для множества S требуется отыскать.

Обозначим $D_0 = \mathbf{R}^{n+1} \setminus \overline{D}$. Считаем, что граница области существования системы представляет собой гладкую поверхность, которая задаётся в виде $\partial\overline{D} = \partial D_0 = \{(t;u) \mid \varphi_0(t,u) = 0\}$, где $\varphi_0 : \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}$ – достаточно гладкая функция (класса не менее C^1). Предполагаем также, что множество S представимо в виде объединения поверхностей: $S = \bigcup_{j=1}^k S_j$, где поверхности S_j могут пересекаться и представимы в виде $S_j = \{(t,u) \mid \varphi_j(t,u) = 0;\ \psi_j(t,u) \le 0\}$ с достаточно гладкими функциями $\varphi_j : \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}$ и $\psi_j : \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}^{p_j}$, причём верно условие:

$$\forall L \subset \{0,1,\dots,m\}\ (|L| \ge 2):\ \exists \Gamma \subset \{1,\dots,k\}: \bigcap_{l\in L} \overline{D_l} = \bigcap_{\gamma\in\Gamma} S_\gamma, \qquad (2)$$

где функции $\{\varphi_\gamma(t,u)\}_{\gamma\in\Gamma}$ таковы, что якобиан $\left(\frac{\partial\phi_\gamma}{\partial t};\nabla\phi_\gamma\right)_{\gamma\in\Gamma}$ имеет максимальный ранг.

Во введенных терминах единственность решения в точке $(t;u)$ множества S при скользящем режиме эквивалентна единственности решения системы:

$$\begin{cases} \sum_{i\in N} \alpha_i \cdot \left\langle v_i, \left(\frac{\partial\varphi_\gamma}{\partial t};\nabla\varphi_\gamma\right) \right\rangle = 0,\ \gamma \in \Gamma \\ \sum_{i\in N} \alpha_i = 1,\ \alpha_i \ge 0 \\ w > 0,\ \text{где } w - \text{первая координата } \sum_{i\in N} \alpha_i \cdot v_i \end{cases}, \qquad (3)$$

где $v_i(t,u)$ – вектор-функция скорости интегральной кривой из области D_i (v_0 определён только на границе $\overline{D}$ и направлен по нормали к ней внутрь $\overline{D}$), $N \subset \{0,1,\dots,m\}$ выбирается определённым образом исходя из локальной структуры поля скоростей около точки $(t;u)$, а $\Gamma \subset \{1,\dots,k\}$ – исходя из локальной структуры множества S с помощью (2) при $L = N$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уткин В.И. Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой. – М.: Наука, 1974. – 272 с.
2. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. – М.: Наука, 1985. – 224 с.
3. Руткас А.Г. Задача Коши для уравнения $Ax'(t) + Bx(t) = f(t)$ // Дифф. уравнения. – 1975. – т. 11, N 11. – С. 1996–2010.
4. Власенко Л.А. Эволюционные модели с неявными и вырожденными дифференциальными уравнениями. Днепропетровск:Системные технологии, 2006.– 273с.

О ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ АФФИННОГО ПОГРУЖЕНИЯ

Шугайло Е. А.

Харьковский национальный университет
имени В. Н. Каразина, Украина

Мы рассматриваем аффинное погружение [4] *n*-мерного аффинного многообразия со связностью ∇ в стандартное (арифметическое) *(n+k)*-мерное аффинное пространство с плоской связностью *D*. Трансверсальное k-мерное дифференцируемое распределение *Q*, которое индуцирует связность ∇, определено в общем случае не однозначно [6]. Но ядро аффинной фундаментальной формы *h(X,Y),* которая определяется разложением Гаусса, не зависит от выбора трансверсального распределения [6].

Аффинные погружения с вырожденной аффинной фундаментальной формой для случая гиперповерхностей изучались в [2–5], а в случае более высокой коразмерности в [6,7]. Аффинное погружение полного многообразия с *l*-мерным ядром аффинной фундаментальной формы является *l*-

линейчатым аффинным подмногообразием в R^{n+k}, т.е. содержит l прямолинейных образующих.

Мы вводим специальную систему координат вдоль прямолинейной образующей и исследуем ее свойства. Далее мы доказываем две теоремы [8], которые являются аффинными аналогами теорем А.А. Борисенко в евклидовом случае [1] и дают достаточные условия цилиндричности аффинного подмногообразия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисенко А.А. Внешняя геометрия сильно-параболических многомерных подмногообразий // УМН. – 1997. – Т.52, N 6(318). – С. 3–52.
2. Nomizu K., Pinkall U. On the geometry of affine immersions // Mathematisce Zeitschrift. – 1987. – N195. – P. 165–178.
3. Nomizu K., Opozda B. On affine hypersurfaces with parallel nullity // J. Math. Soc. Japan, – 1992. – v. 44, N 4. – P. 693–699.
4. Nomizu K., Sasaki T. Affine differential geometry. – Cambridge University Press, 1994. – 264 p.
5. Opozda B. A Characterization of Affine Cylinders // Mh. Math. – 1996. – N 121. – P. 113–124.
6. Shugailo O.O. On affine immersions with flat connections // J. Math. Physics, Analysis, Geometry. – 2012. – v. 8, N 1. – P. 90–105.
7. Shugailo O.O. Affine Submanifolds of Rank Two // J. Math. Physics, Analysis, Geometry. – 2013. – v.9, N 2. – P. 227–238.
8. Шугайло Е.А. О цилиндричности аффинных под-многообразий //Proc.Intern.Geometry Center (в печати).

УСТОЙЧИВОСТЬ ЕДИНИЧНОГО КРУГА ОТНОСИТЕЛЬНО СОБСТВЕННОГО ПЕРИМЕТРА НА ПЛОСКОСТИ МИНКОВСКОГО

Щерба А.И.

Черкасский государственный технологический университет, Черкассы, Украина

Пусть B – выпуклая компактная фигура на аффинной плоскости A, для которой начало координат O – внутренняя точка. Следуя Минковскому, с помощью дистанционной функции $g(x)$, $x \in A$, фигуры B вводится расстояние между точками x и y из A: $\rho(x; y) = g(y - x)$. Аффинную плоскость A с метрикой ρ_B называют плоскостью Минковского и обозначают M, фигуру B называют единичным кругом, а его границу ∂B – единичной окружностью на M. Под $L^{\pm}(B)$ понимают соответственно длины единичной окружности, обходимой против и по часовой стрелке. Если фигура B симметрична относительно начала O, то ее направленные собственные периметры совпадают: $L^{+}(B) = L^{-}(B) = L(B)$. В 1932 г. Голаб С. установил, что для собственного периметра $L(B)$ симметричного единичного круга B справедливы достижимые оценки: $6 \le L(B) \le 8$. В 1967 г. Шеффер Дж. показал, что равенство $L(B) = 6$ возможно только для аффинно правильного шестиугольника, а $L(B) = 8$ – только для параллелограмма [1, гл.4]. Вопрос об устойчивости симметричного единичного круга B относительно величины собственного периметра в условиях близости $L(B)$ к возможным экстремальным значениям рассматривался в работах [2,3]. В случае несимметричной метрики на M, т.е. $B \ne -B$, известно, что для направленных собственных периметров $L^{\pm}(B) \ge 6$ и равенства возможны только когда B есть аффинно правильный шестиугольник [4].

Основной результат состоит в следующей теореме устойчивости.

Теорема. *Если* $L^{+}(B) = 6 + \varepsilon$ *или* $L^{-}(B) = 6 + \varepsilon$, $0 \le \varepsilon \le 10^{-9}$, *то существует аффинно правильный шестиугольник* S *с центром в начале* O, *для которого выполняются включения:* $S \subset B \subset (1 + 10^3 \cdot \sqrt[3]{\varepsilon}) \cdot S$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Thompson A.C., Minkowski Geometry. Camb. Univ. Press, Cambridge, 1996.
2. Shcherba A.I., On Stability of a Unit Ball in Minkowski Space with Respect to Self-Area. // J. Mathem. Phys., Analysis, Geom. – 2011. – v. 7, N 2. – P. 158–175.
3. Martini H., Shcherba A.I., On the stability of the unit circle with minimal self-perimeter in normed planes. // Colloq. Math. – 2013. – v. 131, N 1. – P. 69–87.
4. Щерба А.И., Единичный круг наименьшего самопериметра на плоскости Минковского. // Матем. Заметки. – 2007. – т. 81, N 1. – P. 125–135.

О ЕДИНИЧНЫХ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЯХ ПОСТОЯННОЙ СЕКЦИОННОЙ КРИВИЗНЫ

Ямпольский А.Л.

Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Украина.

Единичное векторное поле ξ на римановом многообразии (M, g) можно рассматривать как вложение $\xi : M \to T_1M$ в расслоение единичных векторов. На T_1M индуцируется риманова метрика, определяемая метрикой Сасаки $\tilde{g}$ касательного расслоения TM с линейным элементом $d\sigma^2 = ds^2 + |D\xi|^2$, где $D\xi$ – ковариантные дифференциалы координат вектора ξ. Таким образом на подмногообразии $\xi(M) \subset T_1M$ так же индуцируется риманова метрика..

Определение. Секционной кривизной единичного векторного плоя ξ на римановом многообразии