

**Вопросы к экзамену по спецкурсу
«Нелинейные динамические модели в механике»
для студентов группы ММ51**

Основные понятия теории динамических систем

Понятие динамической системы (ДС). Фазовое пространство, изображающая точка, фазовая траектория. Классификация ДС. Фазовый портрет ДС. Топологическая эквивалентность ДС. Устойчивость решения ДС по Ляпунову. Орбитальная устойчивость. Неподвижные и обыкновенные точки. Аттрактор.

Линейные ДС. Оператор эволюции. Фазовые портреты. Классификация неподвижных точек.

Нелинейные ДС. Теорема Гробмана-Хартмана. Предельные множества траекторий. Устойчивость по Лагранжу.

Периодические решения ДС. Предельный цикл. Элементы теории Флоке. Матрица монодромии и мультипликаторы периодических решений. Теорема Андронова-Витта.

Характеристические показатели Ляпунова (ХПЛ), спектр ХПЛ, сигнатура спектра, старший показатель Ляпунова. Критерий устойчивости решения ДС. Теорема о нулевом показателе.

Квазипериодическое движение.

Консервативные, неконсервативные и диссипативные системы. Фазовый объем.

Устойчивость по Пуассону. Регулярные и странные аттракторы.

Метод точечных отображений Пуанкаре. Неподвижные точки отображения Пуанкаре, m - циклы. Отображение Пуанкаре для ДС на плоскости. Лестница Ламерея.

Бифуркации в ДС. Бифуркация типа вилки, бифуркация Андронова-Хопфа. Бифуркации периодических решений: касательная бифуркация, бифуркация удвоения периода, бифуркация рождения тора.

Диссипативные структуры в активных средах

Активные среды. Диссипативные структуры. Автосолитоны. Локальная связь и уравнение состояния. Классификация активных систем (N -, I -, A -, V -, K -, Ω -, $K\Omega$ - системы).

Пространственные структуры. Статические автосолитоны в системах малого размера (KI - системы). Использование механической аналогии для исследования автосолитона. Случай $q = B(\theta - \theta_1)(\theta - \theta_2)(\theta - \theta_3)$. Горячие и холодные статические автосолитоны. Пиковые статические автосолитоны.

Пространственно-временные структуры. Волны переключения. Определение скорости и формы волны переключения в случае $q = B(\theta - \theta_1)(\theta - \theta_2)(\theta - \theta_3)$. Зависимость скорости волны переключения от ингибитора в $K\Omega I$ - системе. Бегущие автосолитоны ($K\Omega I$ - системы). Уравнения для быстрых и медленных распределений. Форма и скорость бегущих автосолитонов.

Примеры автосолитонов

Детерминированный хаос

Система Лоренца. Термосифон. Постановка задачи. Вывод системы уравнений относительно \vec{V} и T . Свойства решений. Приведение системы уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Вывод уравнений Лоренца. *Задача о конвекции в подогреваемом снизу слое жидкости.* Постановка задачи. Вы-

вод уравнений Лоренца. Аналитическое исследование модели Лоренца. Свойства системы Лоренца. Неподвижные точки и их устойчивость. Бифуркации в модели Лоренца. Результаты численного решения системы Лоренца. Аттрактор Лоренца.

Фрактальные множества. Самоподобные множества. Размерность подобия. Фрактальная размерность Хаусдорфа-Безиковича. Определения фракталов. Примеры фракталов. Множество Кантора. Теорема о мощности множества Кантора. Количественные характеристики хаоса. Формула Каплана-Йорке.

Сценарии перехода к хаосу. Сценарий Фейгенбаума

Литература к спецкурсу «Нелинейные динамические модели в механике»

(гр.ММ51)

1. Кузнецов Ю.И. Введение в теорию динамических систем. – М.: Изд-во МГУ, 1991.
2. Кузнецов С.П. Динамический хаос. – М.: Физматлит, 2001.
3. Полак Л.С., Михайлов А.С. Самоорганизация в неравновесных физико-химических системах. – М.: Наука, 1983.
4. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику. – М.: Наука, 1990.
5. Кернер Б.С., Осипов В.В. Автосолитоны: Локализованные сильнонеравновесные области в однородных диссипативных системах. – М.: Наука, 1991.
6. Холоднюк М., Клич А., Кубичек М., Марек М. Методы анализа нелинейных динамических моделей. – М.: Мир, 1991.
7. Фейгенбаум М. Универсальность в поведении нелинейных систем // УНФ, - 1983. – т.141, вып. 2.
8. Кронвер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000.
9. G.L.Baker, J.P.Gollub. Chaotic Dynamics: an introduction. – Cambridge University Press, 1996.
10. Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А. Нестационарные структуры и диффузионный хаос. – М.: Наука, 1992.
11. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. – М.: Наука, 1990.
12. Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. – М.: Эдиториал УРСС, 2001.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 1

1. Понятие динамической системы. Классификация ДС. Линейные и нелинейные ДС. Автономные ДС.
2. Постановка задачи о термосифоне. Вывод системы уравнений относительно \vec{v} и T .

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 2

1. Устойчивость решения ДС по Ляпунову, по Лагранжу и по Пуассону.
2. Постановка задачи о конвекции в подогреваемом снизу слое жидкости. Вывод уравнений Лоренца.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 3

1. Характеристические показатели Ляпунова, спектр, сигнатура спектра, старший показатель Ляпунова. Критерий устойчивости решения ДС. Теорема о нулевом показателе.
2. Активные среды. Диссипативные структуры.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 4

1. Квазипериодическое движение.
2. Статические автосолитоны в системах малого размера. Случай $q = B(\theta - \theta_1)(\theta - \theta_2)(\theta - \theta_3)$.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 5

1. Консервативные и диссипативные системы. Фазовый объем.
2. Бегущие автосолитоны ($K\Omega I$ - системы). Уравнения для быстрых и медленных распределений. Примеры автосолитонов

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 6

1. Регулярные и странные аттракторы. Понятие детерминированного хаоса.
2. Свойства системы Лоренца

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 7

1. Аналитическое исследование модели Лоренца.
2. Волны переключения. Определение скорости и формы волны переключения в случае $q = B(\theta - \theta_1)(\theta - \theta_2)(\theta - \theta_3)$.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 8

1. Неподвижные точки системы Лоренца и их устойчивость.
2. Сценарий Фейгенбаума перехода к хаосу.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 9

1. Бифуркации в модели Лоренца. Аттрактор Лоренца.
2. Множество Кантора. Теорема о мощности множества Кантора.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 10

1. Самоподобные множества. Размерность подобия. Фрактальная размерность Хаусдорфа-Безиковича.
2. Метод точечных отображений Пуанкаре. неподвижные точки отображения Пуанкаре, m - циклы.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 11

1. Определение фракталов. Примеры фракталов
2. Отображение Пуанкаре для ДС на плоскости. Лестница Ламерея.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 12

1. Количественные характеристики хаоса. Формула Каплана-Йорке.
2. Бифуркации периодических решений

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 13

1. Фазовый портрет ДС. Топологическая эквивалентность ДС.
2. Зависимость скорости волны переключения от ингибитора в $K\Omega I$ - системе.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 14

1. Периодические решения ДС. Предельный цикл. Элементы теории Флоке. Матрица монодромии и мультипликаторы периодических решений. Теорема Андронова-Витта.
2. Автосолитоны. Локальная связь и уравнение состояния.

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.

Харківський національний університет ім.В.Н.Каразіна
Спеціальність механіка Семестр 9
Навчальний предмет Нелінійні динамічні моделі в механіці

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 15

1. Бифуркации в ДС. Бифуркация типа вилки, бифуркация Андронова-Хопфа.
2. Классификация активных систем (N -, I -, A -, V -, K -, Ω -, $K\Omega$ - системы).

Затверджено на засіданні кафедри теоретичної механіки протокол № 3 від 18 листопада 2010 р.

Зав. кафедрою Кізілова Н.М. Екзаменатор Попова Л.М.