УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ

Вербицкий В.И.

ХНАДУ, Харьков, Украина

Изучается устойчивость нулевого решения линейного дифференциального включения вида:

$$\frac{dx}{dt} \in Mx\,, \tag{1}$$

где M – произвольное множество квадратных матриц порядка n.

Будем понимать устойчивость в достаточно сильном смысле, а именно: для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, что для любого решения включения (1), удовлетворяющего условию $\|x(t_0\| < \delta$, выполнено $\|x(t\| < \varepsilon$ при $t \geq t_0$.

Теорема 1. Для устойчивости нулевого решения (1) в указанном смысле необходимо и достаточно, чтобы существовала такая n-мерная норма $\|.\|$, что для соответствующей логарифмической нормы:

$$\sup_{A \in M} \gamma(A) < 0\,. \tag{2}$$

Семейство матриц, удовлетворяющее условию (2), называется равномерно совместной диссипативным [1].

Приведем одно достаточное условие равномерной совместной диссипативности.

Теорема 2. Пусть семейство матриц M ограничено, причем диагональные элементы всех матриц отрицательны. Если матрица $B = (bij)$, где

$$b_{ii} = \max_{A \in M} a_{ii}\;;$$

$$b_{ij} = \max_{A \in M} \left|a_{ij}\right| \quad (i \neq j)\,,$$

устойчива, то семейство M равномерно совеместно диссипативно.

Заметим, что внедиагональные элементы матрицы B неотрицательны, и потому ее устойчивость может быть проверена достаточно просто с помощью критерия Севастьянова– Котелянского [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Вербицкий В. И., Горбань А.Н. Совместно диссипативные операторы и их приложения // Сибирский математический журнал 1992. -T.33, №1. –с.26-31
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц.– М.:Наука, 1967. – 492 с.