ПРО ПОВНЕ РОЗЩЕПЛЕННЯ ЗЛІЧЕННОЇ ЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З КОЕФІЦІЄНТАМИ КОЛИВНОГО ТИПУ

С.А. Щоголев, В.В. Джашитова

Одеський Національний Університет
ім..І.І.Мечнікова,
Одеса,Україна.

Нехай $G=\{t,\varepsilon: t\in R, \varepsilon\in[0,\varepsilon_0], \varepsilon_0\in R^+\}$.

Означення 1. Скажемо, що функція $p(t,\varepsilon)$ належить до класу $S(m;\varepsilon_0)$ $(m\in\mathbb{N}\cup\{0\})$, якщо виконано наступні умови:

1) $p: G\to\mathbb{C}$;
2) $p(t,\varepsilon)\in C^m(G)$ за t;
3) $\dfrac{d^k p(t,\varepsilon)}{dt^k}=\varepsilon^k p_k^*(t,\varepsilon)$,

$\sup\limits_G\left|p_k^*(t,\varepsilon)\right|<+\infty$ $(0\le k\le m)$.

Прикладами функцій класу $S(m;\varepsilon_0)$ є у загальному випадку комплексно значні, обмежені разом зі своїми похідними до m-го порядку включно функції, що залежать від «повільного часу» $\tau=\varepsilon t$, наприклад: $\sin\tau$, $\operatorname{arctg}\tau$ тощо.

Означення 2. Скажемо, що функція $f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))$ належить до класу $F(m,\varepsilon_0,\theta)$ $(m\in N\cup\{0\})$, якщо ця функція зображувана у вигляді:

$$f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(t,\varepsilon)\exp(in\theta(t,\varepsilon)),$$

причому виконано наступні умови:

1) $f_n(t,\varepsilon)\in S(m;\varepsilon_0)$,
$$\frac{d^k f_n(t,\varepsilon)}{dt^k}=\varepsilon^k f_{nk}(t,\varepsilon)\ \ (n\in\mathbb{Z},\ 0\le k\le m);$$
2) $$\|f\|_{F(m;\varepsilon_0;\theta)}\stackrel{def}{=}\sum_{k=0}^{m}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sup_G\left|f_{nk}(t,\varepsilon)\right|<+\infty;$$
3) $\theta(t,\varepsilon)=\int\limits_0^t\varphi(\tau,\varepsilon)d\tau$, $\varphi: G\to\mathbb{R}^+$,
$\varphi\in S(m;\varepsilon_0)$, $\inf\limits_G\varphi>0$

Розглянемо наступну злічену лінійну однорідну систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{dx_j}{dt}=\lambda_j(t,\varepsilon)x_j+\mu\sum_{k=1}^{\infty}b_{jk}(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))x_k,\ \ j=1,2,\ldots\ \ (1)$$

де $\lambda_j\in S(m;\varepsilon_0)$, $b_{jk}\in F(m;\varepsilon_0;\theta)$, $\mu\in(0;\mu_0)$.

Теорема . *Нехай система (1) задовольняє наступні умови:*

1) $\left|\operatorname{Re}(\lambda_j(t,\varepsilon)-\lambda_k(t,\varepsilon))\right|\ge\gamma>0,\ \ j,k=1,2,\ldots\ (j\ne k)$

2) $$\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left\|b_{jk}(t,\varepsilon,\theta)\right\|_{F(m;\varepsilon_0;\theta)}<+\infty.$$

Тоді існує $\mu_2\in(0;\mu_0)$ *таке, що* $\forall\mu\in(0;\mu_2)$ *існує перетворення вигляду:*

$$x_j=y_j+\sum_{\substack{k=1\\(k\ne j)}}^{\infty}q_{jk}(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon),\mu)y_k,\quad j=1,2,\ldots,\qquad(2)$$

де $q_{jk}\in F(m;\varepsilon_0;\theta)$*, причому*

$$\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left\|q_{jk}(t,\varepsilon,\theta,\mu)\right\|_{F(m;\varepsilon_0;\theta)}<+\infty,$$

що зводить систему (1) до вигляду:

$$\frac{dy_j}{dt}=d_j(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon),\mu)y_j,\quad j=1,2,\ldots,\qquad(3)$$

де $d_j\in F(m;\varepsilon_0;\theta)$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Валеев К.Г., Жаутыков О.*А*. Бесконечные системы дифференциальных уравнений. – Алма-Ата: Наука, 1974. – 412 с.
2. Самойленко А.М.,Теплинский Ю.В. Счетные системы дифференциальных уравнений. . – К.:ИМ НАН Украины, 1993. – 308с
3. Костин А.В., Щёголев С.А. Об устойчивости колебаний, представимых рядами Фурье с медленно меняющимися параметрами // Дифференц. уравн. – 2008. – Т. 44, № 1, С. 45–51.
4. Щёголев С.А. Об одном варианте теоремы полного разделения линейной однородной системы дифференциальных уравнений // Крайові задачі для диференціальних рівнянь. – Чернівецький держ. ун-т ім. Ю. Федьковича, 1999. – Вип. 4. – С. 213–220.
5. Бари Н.К.Тригонометрические ряды. – М.: Физматгиз, 1961. – 935 с.
6. Колмогоров А.Н. Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1972. – 496 с.