

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТРЕХМЕРНОЙ ЭВОЛЮЦИИ РАЗДЕЛА
«РАЗНОЦВЕТНЫХ» ЖИДКОСТЕЙ В
НЕОДНОРОДНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

Крыштопин Д. В., Федяев Ю. С.

Орловский государственный университет
имени И.С. Тургенева, Орёл, Россия.

Ставится и исследуется задача трёхмерной эволюции границы Γ_t раздела «разноцветных» жидкостей в ортотропном неоднородном и недеформируемом грунте [1]. Введём декартовы координаты x_1, x_2, x_3 . В случае степенного закона изменения компонент тензора проницаемости среды $K(M) = k_i x_3^2 \delta_{ij}$ ($M(x_1, x_2, x_3)$ – точка наблюдения, δ_{ij} – символ Кронекера, k_i – положительные константы, $i, j = 1, 2, 3$) задача решается с использованием фундаментального решения $\Phi(M, M_0)$ в виде [2]

$$\Phi(M, M_0) = \frac{1}{4\pi x_{03} x_3} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_*} \right), \quad (1)$$

где $R = R_{MM_0} = \left[k_0 \sum_{i=1}^3 (x_i - x_{0i})^2 / k_i \right]^{1/2}$ – расстояние между точками $M_0(x_{01}, x_{02}, x_{03})$ и $M(x_1, x_2, x_3)$, $R_* = R_{MM_0^*}$ – расстояние между точками $M_0^* = (x_{01}, x_{02}, -x_{03})$ и M . Точка M_0^* зеркально симметрична точке M_0 относительно плоскости $x_3 = 0$, $k_0 > 0$ – масштабный коэффициент. В этом случае плоскость $x_3 = 0$, $x_1, x_2 \in (-\infty, \infty)$ является сингулярной поверхностью σ_{02} , моделирующей непроницаемую для жидкости границу, на которой $K(M) = 0$.

В поставленной задаче рассматриваются два случая взаимного расположения скважины, границ Γ_t и σ_{02} . Случай I: граница раздела жидкости расположена между плоскостью σ_{02} и стоком.

Случай II: сток расположен между плоскостью σ_{02} и границей раздела жидкости. Для обоих случаев получены аналитические формулы для нахождения времени достижения границей Γ_t скважины. Также проведён анализ влияния неоднородности на время достижения границей скважины. Исследования показывают, что в случае I в ограниченном неоднородном ортотропном грунте время T^I достижения границей Γ_t скважины увеличивается

по сравнению со временем T_0^I достижения границей скважины в ограниченном однородном ортотропном грунте. В случае II происходит уменьшение времени T^II достижения границей Γ_t скважины в неоднородном ортотропном грунте по сравнению со временем T_0^{II} достижения границей скважины в ограниченном однородном ортотропном грунте.

Рассмотрен случай, когда точечный сток расположен на сингулярной границе σ_{02} .

Исследование эволюции границы Γ_t раздела жидкостей к стоку проводилось численно методом Эйлера с адаптивным шагом [3]. В ходе моделирования во всех рассматриваемых случаях наблюдалось образование водяного конуса (рис. 1). В описанном случае эволюция границы Γ_t подобна случаю ограниченного однородного ортотропного грунта. Разница лишь во времени достижения границей Γ_t скважины: в неоднородном грунте оно в 3 раза меньше, чем в однородном.

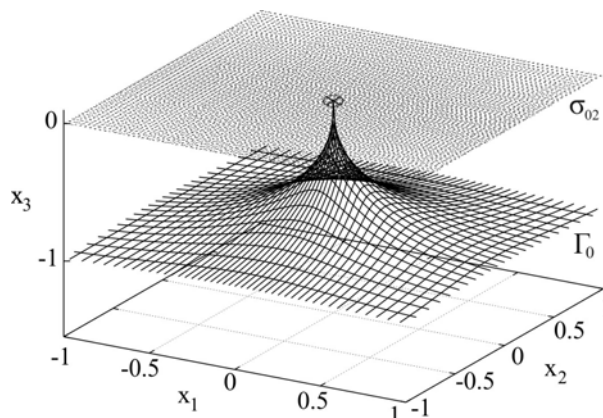


Рис. 1. Пример образования водяного конуса

ЛИТЕРАТУРА

1. Крыштопин Д.В., Федяев Ю.С. Исследование эволюции трёхмерной границы раздела «разноцветных» жидкостей к скважине в неоднородной ортотропной пористой среде // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2015. – № 4 (67). – Серия: Естественные, технические и медицинские науки. – С. 32-36.
2. Пивень В.Ф. Математические модели фильтрации жидкости. – Орёл: Издательство ФГБОУ ВПО «Орловский государственный университет», ПФ «Картуш», – 2015. – 408 с.
3. Крыштопин Д.В., Федяев Ю.С. Математическое моделирование трёхмерной эволюции границы раздела «разноцветных» жидкостей в анизотропной однородной пористой среде // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2014. – № 6 (62). – Серия: Естественные, технические и медицинские науки. – С. 17-21.