# ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ВЫБОРЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ВРЕМЕННЫХ ШАГОВ НАГРУЖЕНИЯ В КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧЕ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ

*Стреляев Ю. М.*

Запорожский национальный университет,
Запорожье, Украина.

При численном решении пространственной квазистатической задачи о контакте двух линейно упругих тел с учетом трения Кулона методом нелинейных граничных интегральных уравнений [1] возникает незначительное, но труднообъяснимое отклонение приближенного решения от точного в точках близких к центру пятна контакта. Объяснение такого явления может состоять в том, что при малых коэффициентах трения $\mu$ зависимость максимального контактного давления $p_{\max}$ от жесткого сближения $\Delta$ приближенно определяется, согласно классической теории Герца [2, 3], функцией

$$p_{\max} = C\sqrt{\Delta}, \qquad (1)$$

которая при $\Delta = 0$ имеет бесконечную производную, что приводит к быстрому росту контактного давления вначале нагружения тел. В соотношении (1) $C$ есть константа, определяемая упругими свойствами и геометрией тел.

В работе [4] предложено упрощение граничных условий взаимодействия тел на каждом шаге нагружения, основанное на введении в соотношения, выражающие закон трения Кулона, запаздывания контактных давлений, ограничивающих касательные контактные напряжения. При этом задача сводится к последовательному решению серии однотипных систем нелинейных интегральных уравнений относительно неизвестных распределений нормальных и касательных напряжений, действующих на поверхности контакта.

Целью работы является выбор оптимальных по длительности шагов нагружения для минимизации погрешности, возникающей вблизи центра пятна контакта, а также анализ влияния упрощения граничных условий [4] на точность решения задачи.

Для получения численного решения задачи выполняется дискретизация систем нелинейных интегральных уравнений, и используются итерационные процессы [1,4].

В качестве примера рассмотрена задача о вдавливании упругого шара на величину $\Delta = 7 \cdot 10^{-5} м$ в упругое полупространство. Упругие постоянные, коэффициент трения, параметры поверхностной сетки брались такие же, как в работах [1, 4]. Численные результаты решения этой задачи в точной [1] и упрощенной [4] постановках при различных способах нагружения, сопоставлялись с известным точным решением осесимметричной контактной задачи [3] при $\mu / \beta = 0{,}66$ ($\beta = 0{,}1875$). В таблице показана зависимость безразмерного касательного напряжения $\tau_{zx} / (\beta \cdot p_{\max})$ от безразмерного расстояния $x/a$ до центра пятна контакта ($a$ – радиус площадки контакта). Первый столбец таблицы соответствует точному решению [3], второй – численному решению задачи в точной постановке [1] при тридцати равных шагах нагружения, третий – решению в той же постановке при процессе нагружения, состоящем из двух этапов; сначала за 15 равных шагов шар вдавливается в полупространство на величину $\frac{1}{7}\Delta$, затем за 15 равных шагов жесткое смещение шара достигает величины $\Delta$ (на первом этапе длительность шагов в 6 раз меньше чем на втором). Четвертый столбец таблицы соответствует решению задачи в упрощенной постановке [4] при шестидесяти равных шагах нагружения.

*Таблица. Численные результаты*

| $x/a$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 0,055 | 0,09 | 0,14 | 0,12 | 0,08 |
| 0,110 | 0,17 | 0,19 | 0,19 | 0,16 |
| 0,165 | 0,23 | 0,25 | 0,25 | 0,22 |
| 0,220 | 0,28 | 0,30 | 0,30 | 0,29 |
| 0,275 | 0,33 | 0,35 | 0,35 | 0,34 |
| 0,385 | 0,40 | 0,42 | 0,43 | 0,41 |
| 0,495 | 0,45 | 0,47 | 0,47 | 0,46 |
| 0,605 | 0,48 | 0,49 | 0,49 | 0,48 |
| 0,715 | 0,46 | 0,45 | 0,45 | 0,44 |
| 0,825 | 0,37 | 0,36 | 0,36 | 0,36 |
| 0,935 | 0,22 | 0,23 | 0,23 | 0,22 |

Полученные результаты свидетельствуют о том, что точность приближенного решения задачи в точках расположенных вблизи центра пятна контакта (первая строка таблицы) можно существенно улучшить за счет уменьшения длительности шагов на начальном этапе процесса нагружения. В упрощённой постановке [4] получена достаточно высокая точность численного решения задачи во всех точках, которая достигается увеличением числа равных шагов нагружения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.И., Стреляев Ю.М. Метод нелинейных граничных интегральных уравнений для контактных задач теории упругости. //Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – №. 3 (7). – С. 36-40.
2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наукова думка, 1988. 736 с.
3. Johnson K.L. Contact Mechanics. – Cambridge: Cambridge university press, 1989. – 452 pp.
4. Стреляев Ю.М. Решение квазистатической контактной задачи теории упругости с учетом трения. // Вісник ЗНУ. Математичне моделювання і прикладна механіка. Фізико-математичні науки. – 2014. – № 2. – С.161-172.