

ПОЛУИЗОГНУТЫЕ ФОРМЫ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ И ИХ ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА

Бекшаев С.Я.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, Одесса, Украина,

Исследование форм потери устойчивости упругих систем, подвергающихся сжатию, представляет значительный интерес при решении разнообразных задач, в частности связанных с оптимизацией и управлением характеристиками таких систем [1].

При продольном изгибе прямолинейного стержня, опертого по концам на шарнирные опоры, из которых по крайней мере одна не является абсолютно жесткой, и имеющего внутренние абсолютно жесткие шарнирные опоры (например, как на рис. 1), могут появиться полуизогнутые формы потери устойчивости, под которыми понимаются такие конфигурации сжатого стержня, в которых какая-либо его часть остается недеформированной (рис. 2).

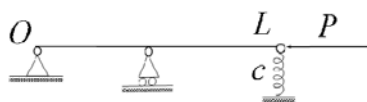


Рис. 1

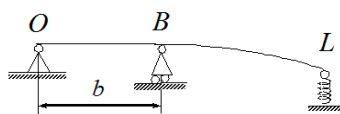


Рис. 2. Полуизогнутая форма

Соответствующая критическая сила совпадает с одной из критических сил укороченного стержня BL , образованного удалением недеформированного участка и установкой жестких шарнирных опор на концах оставшегося стержня.

В то же время эта сила равна

$$P = c(\ell - b), \quad (1)$$

где c – коэффициент жесткости упругой опоры, ℓ – длина всего стержня, b – длина недеформированного участка.

Действительно, поскольку изгибающий момент в сечении стержня над внутренней опорой равен нулю, можно разрезать стержень в этом сечении, не изменяя формы и соответствующей критической силы. При этом сила (1) будет двукратной в спектре правого участка, т.к. ей отвечает прямолинейная форма, при которой этот участок поворачивается вокруг внутренней опоры, как твердое тело, и еще одна из форм стержня BL , шарнирно опертого на жесткие опоры, которая в линейной комбинации с прямолинейной образует форму с нулевым поворотом на внутренней опоре, которая составляет изогнутый фрагмент полуизогнутой формы.

Изменение простой критической силы при перемещении промежуточной опоры может быть исследовано при помощи соотношения [2]

$$P' = R\theta, \quad (2)$$

где P' – производная критической силы по координате, равной расстоянию опоры от правого конца стержня, R – реакция опоры, θ – угол наклона сечения формы над опорой (при соответствующей нормировке формы).

Как видно из (2), положения промежуточной опоры в полуизогнутых формах удовлетворяют необходимым условиям экстремума соответствующей критической силы.

Вопрос о характере экстремума в общем случае требует дополнительного исследования.

В практически важном случае повышения основной критической силы введением одной промежуточной опоры (рис. 1) доказано [1], что существует такое значение $c_{кр}$ коэффициента жесткости правой опоры,

что для $c \geq c_{кр}$ максимум критической силы достигается при расположении внутренней опоры в узле второй формы жестко опертого стержня OL (как при $c = \infty$).

При $c < c_{кр}$ это расположение перестает быть оптимальным и, как показано в [3], существует единственная полуизогнутая форма, которой отвечает максимум основной критической силы, равный $c(\ell - b)$. Так будет до тех пор, пока $c \geq P_1/\ell$, где P_1 – критическая сила, отвечающая первой непрямолинейной форме однопролетного стержня OL .

Можно показать, что при определенных условиях полуизогнутая форма максимизирует основную критическую силу стержня и в том случае, когда обе крайние опоры имеют конечную жесткость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я.Л. Нудельман Методы определения собственных частот и критических сил для стержневых систем. – М.-Л.: ГГТИ, 1949. – 176 с.
2. Я.Л. Нудельман, Д.М. Гитерман, С.Я. Бекшаев. Влияние расположения упругих опор на продольный изгиб многопролетного стержня. // «Реферативная информация о законченных научно-исследовательских работах в вузах Украинской ССР. Строительная механика и расчет сооружений». Вып.7. Киев, «Вища школа», 1976, – с. 18.
3. С.Я. Бекшаев. Об оптимальном расположении промежуточной опоры продольно сжатого стержня. // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. №60. Одеса. – 2015. – с. 400 – 406.