

РОЗРАХУНОК АНАЛІТИЧНИМ МЕТОДОМ НЕСКІНЧЕННОЇ ПОЛОСИ НА ЖОРСТКІЙ ОСНОВІ ПІД ЗОСЕРЕДЖЕНОЮ СИЛОЮ

Гуртовий О.Г., Тинчук С.О.

Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, Україна.

Розглядається задача плоскої деформації багатоплощинної нескінченної $-\infty \leq x_i \leq \infty$ плити на жорсткій основі під дією по лінії $x_1 = 0$ розподіленого навантаження інтенсивністю F . При розв'язку використовується підхід оптимізації розрахункової схеми плити [3], для чого плита симетрично добудовується відносно поверхні контакту даної плити з основою. Плита буде у цьому випадку двосторонньо симетрично навантаженою відносно серединної поверхні плити, а товщина плити збільшиться вдвоє $H = 2h$. Контакт плити з основою відповідатиме умовам проковзування без тертя.

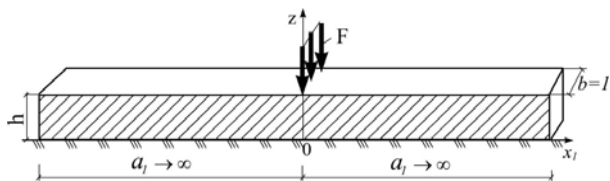


Рис. 1. Розрахункова схема нескінченної плити на жорсткій основі

Для розрахунку НДС полоси плити одиничної ширини (рис.1) використаємо уточнену модель [1] при утриманні в ній двох невідомих функцій поперечного обтиснення $\gamma_1(x_1)$ та $\gamma_2(x_1)$ і однієї функції поперечного зсуву $\beta_{11}(x_1)$ та функції тангенціальних зміщень $v_1(x_1)$ на поверхні контакту плити з основою в напрямку Ox_1 . Модель має вигляд:

$$u_3^{(k)} = \psi_{31,3}^{(k)} \gamma_1 + \psi_{32,3}^{(k)} \gamma_2;$$

$$u_1^{(k)} = v_1 - \psi_{31}^{(k)} \gamma_{1,1} - \psi_{32}^{(k)} \gamma_{2,1} - \psi_{11}^{(k)} \beta_{11}, \quad (1)$$

де $\psi_{ij}(z)$ – гіпотетичні функції розподілу зміщень за товщиною плити.

Загальний розв'язок шукаємо у вигляді:

$$[v_1 \quad \gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \beta_{11}] = [\bar{A} \quad \bar{B} \quad \bar{C} \quad \bar{D}] \cdot e^{kx}. \quad (2)$$

Підставивши (2) в однорідну систему розрахункових рівнянь в зміщеннях $[L] \cdot [u] = [p]$ із [2], отримаємо характеристичне рівняння.

Розв'язком характеристичного рівняння будуть: два нульові корені $k_1 = k_2 = 0$; чотири пари комплексно спряжених коренів $k_3 = -k_4 = a - ib$; $k_5 = -k_6 = a + ib$; $k_7 = -k_8 = c - id$; $k_9 = -k_{10} = c + id$, а також два дійсні корені $k_{11} = -k_{12} = f$.

Оскільки розглядається нескінченно довга полоса плити одиничної ширини при

«зосередженому» навантаженні F , то для точок, суттєво віддалених від місця прикладання сили F , зміщення $u_\alpha^{(k)}$ зменшаться до нуля. Тоді розв'язок матиме вигляд:

$$v_1 = C_1 + e^{-ax}(C_4 \cos bx + C_6 \sin bx) + e^{-cx}(C_8 \cos dx + C_{10} \sin dx) + C_{12} e^{-fx}. \quad (3)$$

Подібний вигляд мають розв'язки і для інших шуканих функцій γ_i і β_{11} .

Для полоси шириною $b = 1$ м ізотропної плити з $E = 1 \cdot 10^4$ МПа; $\nu = 0,25$ характеристичне рівняння матиме вигляд:

$$5,296 \cdot 10^{-6} k^{12} - 7,747 \cdot 10^{-2} k^{10} + 1,007 k^8 - 143,62 k^6 + 878,66 k^4 - 4408,2 k^2 = 0,$$

а вертикальні зміщення в поперечному перерізі при $x_1 = 0$ та $F = 10$ кН/м показано в табл. 1 (варіант В1).

Таблиця 1. Величина прогину в центрі плити

| Варіанти | z/h | 1 | 0,8 | 0,5 | 0 |
|----------|---------|-------|-------|-------|---|
| B1 | u_3 , | 55,93 | 22,32 | 10,16 | 0 |
| B2 | мм | 57,67 | 24,09 | 11,83 | 0 |

Також розглянута задача для нескінченної ізотропної плити з такими ж пружними характеристиками, але з дефектом розшарування при $z/h = 0,5$, що моделюється введенням тонкого трансферсально-ізотропного шару $h_d^{(2)} = h/200$ ($0,5h \leq z \leq 0,505h$) з характеристиками пружності $E'_d = E^{(1)}$; $E_d = E^{(1)}/10^3$; $G_d = G'_d = E_d/2$; $\nu_d = \nu'_d = 0$ (варіант В2 в табл.1).

З результатів розрахунку (табл. 1) видно, що введення шару проковзування дещо збільшує величину прогину u_3 під навантаженням.

Запропонована методика дозволяє отримувати аналітичні розв'язки як для однорідних, так і багатоплощинних плит на жорсткій основі при дії зосередженого навантаження. Вводячи в плиту шари різної жорсткості, можна моделювати різні умови контакту, як між шарами плити так і на поверхні контакту плити з основою.

ЛИТЕРАТУРА

- Гуртовий А. Г. Высокоточное моделирование деформирования слоистых структур / А. Г. Гуртовий // Механика композитных материалов. – 1999. – Т. 35, № 1. – С. 13–28.
- Гуртовий А. Г. Безыгибная уточненная модель деформирования многослойных плит на недеформируемом основании / А. Г. Гуртовий, С. А. Тинчук // Механика композитных материалов. – 2006. – Т. 42, № 5. – С. 643–654.