ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РЕЗАНИИ УПРУГОГО ТЕЛА

Нанка А.В.

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенка, Харьков, Украина

В основе разрушения твердых тел (резание, раздавливание, и т.п.) лежит явление возникновения в теле при его нагрузке внешними силами предельных напряжений, приводящих к нарушению целостности тела. Для резца, имеющего острую клинообразную форму радиус кривизны острия $\varepsilon \to 0$. Рассмотрим плоское деформированное состояние упругого полупространства под действием сосредоточенной силы P (рис.1).

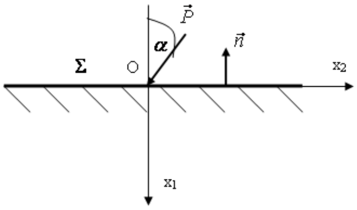


Рис. 1.Схема действия сосредоточенной силы на границе твердого тела

В этом случае тензоры деформаций δ и напряжений σ имеют следующую структуру:

$$\delta = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}, \tag{1}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

и связаны между собой законом Гука [1]

$$\varepsilon_{ik} = 2\mu\left(\sigma_{ik} - \frac{\nu}{1+\nu}\sigma_{mm}\right), \qquad (i,k = 1,2,3) \tag{3}$$

где μ - коэффициент Ляме.

Уравнения равновесия в данном случае сводятся к двум уравнениям в частных производных

$$\begin{gathered} \frac{\partial\sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial\sigma_{21}}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial\sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial\sigma_{22}}{\partial x_2} = 0 \end{gathered} . \tag{4}$$

Данная система уравнений замыкается привлечением уравнения совместности

$$\frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} - 2\frac{\partial^2\varepsilon_{12}}{\partial x_1 x_2} = 0, \tag{5}$$

Привлекая закон Гука (3) и уравнение (5), после простых преобразований получим необходимое замыкающее соотношение

$$\begin{gathered} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\sigma_{11} + \frac{2}{3}\nu\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\sigma_{11} - \frac{\nu}{3}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\sigma_{22} + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\sigma_{22} + \\ + \frac{2}{3}\nu\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\sigma_{22} - \frac{\nu}{3}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\sigma_{11} - 2(1+\nu)\frac{\partial^2}{\partial x_1\partial x_2}\sigma_{12} = 0 \end{gathered} . \tag{6}$$

Для получения однозначного решения системы уравнений (4) и (6) необходимо дополнить их граничными условиями и использовать обратное преобразование Фурье [2], которое выражается соотношением

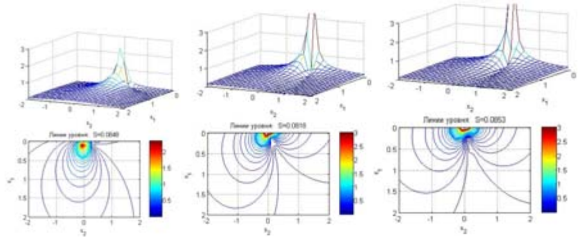
$$f(x_2) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(s)e^{isx_2}ds \cdot \tag{7}$$

Применяя преобразование (7) к уравнениям (4) и (6), получим краевую задачу для образов компонент тензора напряжений $\tilde{\sigma}_{ik} = \tilde{\sigma}_{ik}(x_1, s)$.

Теория пластического деформирования тел основывается на условии текучести – некоторого предельного состояния, при котором в теле возникают пластические деформации [3-5]. Наиболее используемым является условие текучести Мизеса, которое выражает собой условие достижения предельного значения τ интенсивностью касательных напряжений T.

$$\mathrm{T}^2 = \frac{1}{3}\left(\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}^2\right) + \sigma_{12}^2 = \frac{4\mathrm{P}^2}{\pi^2\left(x_1^2 + x_2^2\right)} \cdot \tag{8}$$
$$\left(x_2^4 + x_1^4 + 2x_1^2x_2^2\right)\left(\cos\alpha\left(x_2^2 - x_1^2\right) + 2x_2x_2\sin\alpha\cos\alpha - x_2^2\right)$$

Результаты численного решения уравнения (8), приведены на графиках (рис. 2) изображающих зависимость интенсивности касательных напряжений $\mathrm{T}(x_1, x_2)$для различных значений угла резания в виде поверхности $\mathrm{T} = \mathrm{T}(x_1, x_2)$ и линий уровня этой же поверхности.



а) б) в)

Рис. 2. Графические зависимости интенсивности касательных напряжений для различных значений угла резания: а) $\alpha = 15^{o}$; б) $\alpha = 60^{o}$; в) $\alpha = 75^{o}$

ЛИТЕРАТУРА

1.Новацкий В. К. Теория упругости. - М.: Мир, - 1975. 872 с.

2.Диткин, В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. - М.: ФМЛ, 1961. - 524 с.

3. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. - М.: Мир, 1969. - 863 с.

4. Ильюшин А. А. Пластичность. - М.: Изд-во АН СССР, 1961. - 271 с.

5. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. - М.: Наука, 1969. - 420 с.