

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ПРИСОЕДИНЕННЫХ МАСС ЖИДКОСТИ В БАКАХ С ПЕРФОРИРОВАННЫМИ ПЕРЕГОРОДКАМИ

Борисов Д.И., Борисов И.Д.

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, г. Харьков, Украина

К числу основных характеристик частично заполненных баков относятся собственные частоты и моды колебаний жидкости, присоединенные моменты инерции и другие гидродинамические коэффициенты уравнений движения систем «твердое тело + жидкость» [1]. Для баков сложной формы определение этих характеристик связано со значительными вычислительными трудностями. Эти трудности особенно велики, если полость бака секционирована перфорированными перегородками.

Если размеры перфорационных отверстий и расстояния между ними достаточно малы, собственные колебания жидкости можно описать спектральной краевой задачей с усредненными условиями сопряжения поля скоростей на перфорированных участках перегородок [1 – 3]:

$$\Delta \varphi^{(k)} = 0 \text{ в } \Omega_k, k \in \overline{1, N_0};$$

$$\frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial n} = \lambda \varphi^{(k)} \text{ на } \Gamma_k, k \in \overline{1, N}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \text{ на } S; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varphi^{(j)}}{\partial n} = \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial n} = q_{jk} (\varphi^{(k)} - \varphi^{(j)}) \text{ на } S_{jk}, (j, k) \in I.$$

Здесь $\varphi^{(k)}(\vec{x})$ – потенциал поля скоростей жидкости в области (отсеке) Ω_k ; $\Gamma := \bigcup_{k=1}^N \Gamma_k$ – свободная поверхность жидкости; S – поверхность стенки бака, смоченная жидкостью; S_{jk} – поверхность перегородки между смежными областями Ω_j, Ω_k ; q_{jk} – проницаемость перегородки S_{jk} ; \vec{n} – орт нормали к поверхностям Γ, S, S_{jk} ; N_0 – общее число отсеков с жидкостью; N – число отсеков, примыкающих к свободной поверхности Γ ; I – множество пар индексов, отвечающих смежным областям.

Спектральный параметр λ и частота ω собственных колебаний жидкости связаны соотношением: $\lambda := \omega^2 / g$, где g – ускорение силы тяжести. Проницаемость $q_{jk}(\vec{x})$ предполагается заданной функцией на каждой перегородке. Моды колебаний свободной поверхности жидкости определяются (с точностью до множителя) равенством:

$$u(x_1, x_2) = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma}. \quad (2)$$

Гидродинамические коэффициенты уравнений движения твердого тела с жидкостью (присоединенные массы) определяются по решениям спектральной задачи (1) и усредненным потенциалам Жуковского $\psi_m^{(k)}(\vec{x})$, $m = \overline{1, 3}$, являющимся решениями краевых задач:

$$\Delta \psi_m^{(k)} = 0 \text{ в } \Omega_k, k \in \overline{1, N_0},$$

$$\frac{\partial \psi_m^{(j)}}{\partial n} = \frac{\partial \psi_m^{(k)}}{\partial n} = q_{jk} (\psi_m^{(k)} - \psi_m^{(j)}) + (\vec{e}_m \times \vec{r}) \cdot \vec{n} \text{ на } S_{jk}, (j, k) \in I,$$

$$\frac{\partial \psi_m}{\partial n} = (\vec{e}_m \times \vec{r}) \cdot \vec{n} \text{ на } S \cup \Gamma,$$

где \vec{e}_m – орты прямоугольной системы координат. Компоненты J_{mn} присоединенного тензора инерции $J = [J_{mn}]$ имеют вид:

$$J_{mn} = \sum_{k=1}^{N_0} \int_{\Omega_k} \nabla \psi_m^{(k)} \cdot \nabla \psi_n^{(k)} d\Omega + \sum_{(j,k) \in I} \int_{S_{jk}} q_{jk} (\psi_m^{(j)} - \psi_m^{(k)}) (\psi_n^{(j)} - \psi_n^{(k)}) dS.$$

В данной работе предложена численная процедура решения краевых задач (1),(3). Проведены расчеты собственных частот и присоединенных масс жидкости для баков конкретной формы. В качестве примера на рис. 1 приведены результаты расчета первой безразмерной собственной частоты колебаний жидкости $\bar{\omega}_1$ в прямоугольном баке с горизонтальной частично перфорированной перегородкой.

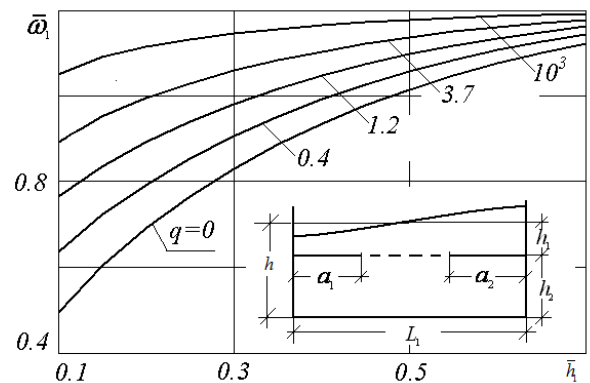


Рис. 1. Зависимость первой собственной частоты колебаний жидкости в прямоугольном баке с частично перфорированной горизонтальной перегородкой от параметра $\bar{h}_1 = h_1 / L_1$ при $a_1 / L_1 = a_2 / L_2 = 1/3, h / L_1 = 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью. М.: Машиностроение, 1968. – 532 с.
2. Борисов Д.И., Руднев Ю.И. Собственные колебания идеальной жидкости в сосуде с перфорированными перегородками. // Прикладна гідромеханіка, 2010. – № 2. – С. 8 – 19.
3. Борисов Д.І., Борисов І.Д. Малі коливання капілярної рідини в посудині з перфорованими перегородками // Вісник Харківського нац. універ. ім. В.Н. Каразіна. Серія «Математика, прикладна математика і механіка», 2014. – № 1138. – С. 36 – 47.