МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОСЕДАНИЯ БУГРА ГРУНТОВЫХ ВОД ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И ДРЕНАЖНОГО УСТРОЙСТВА ПРИ НАЛИЧИИ ВКЛЮЧЕНИЙ

Дорофеева В.И., Афанаскина И.В., Чистякова К.Г.

Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, Орёл, Россия.

Рассмотрим двумерную задачу об одновременной фильтрации двух жидкостей в пористой среде в постановке Лейбензона-Маскета при наличии дренажного устройства и одного или нескольких полупроницаемых включений произвольной формы [1].

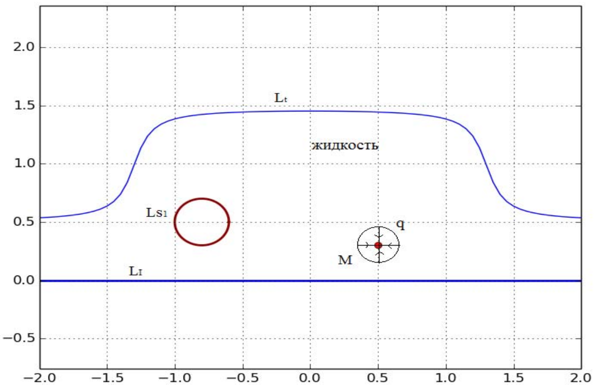

Рис.1. Постановка задачи для случая одного включения с границей L_{S_1} и стока мощности q

При пренебрежении вязкостью и плотностью внешней жидкости, и при наличии дренажного устройства для откачки воды и i полупроницаемых включений в пласте грунта, получаем систему интегральных уравнений:

$$g_{S_i}(\bar{x},t) - 2\lambda_{S_i} \sum_{k=I,S_i,t} G[g_k, L_k](\bar{x},t) = 0, i = 1,2$$

$$g_t(\bar{x},t) - 2\lambda_t \sum_{k=I,S_1,S_2,t} G[g_k, L_k](\bar{x},t) =$$

$$= 2\alpha\Pi(\bar{x}) \sum_{i=1,2} K_i + 2\varphi_0, \lambda_t = 1, \alpha = -1,$$

где $G[g,L](\bar{x},t) = \int\limits_L g(\bar{y})\Omega(\bar{x},\bar{y})dl_y$, $x \in L$,

$$\Omega(\bar{x},t) = \frac{\partial\Phi_1(\bar{x},\bar{y})}{\partial n_y}, \lambda_{S_i} = \frac{(K-K_i)}{(K+K_i)}, \bar{x} \in L_{S_i}, .$$

$i = 1,2, \bar{x} = (x_1, x_2) \in R^2$. Здесь Φ_1–ф-я Грина – потенциал стока с полным расходом, равный -1, внутри замкнутого контура L_{S_i} проницаемость описывается ф-й $K_i(\bar{x})$, вне L_{S_i} - ф-й $K(\bar{x})$, границы $L_{S_i}, i = 1,2$ и L_t входят в область протекания процесса, $\Pi(\bar{x}) = -x_2$ -потенциал силы тяжести. Оператор скорости квазипотенциала двойного слоя получим, с использованием закона Дарси:

$$V[g,L](\bar{x}) = \int\limits_L \frac{\partial g(N)}{\partial l_N} V_2(M,N) dl_N$$

где $V_2 = \dfrac{\partial\Psi_2(M,N)}{\partial y_M} e_x - \dfrac{\partial\Psi_2(M,N)}{\partial x_M} e_y$ - скорость вихря с полной циркуляцией, равной -1, Ψ_2 - функция тока этого вихря, $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$ - единичные орты, таким образом имеем дифференциальное уравнение движения границы

$$L_t: \frac{\partial\bar{x}}{\partial t} = \vec{V}_0 + \sum_{k=S_1,S_2,t} V[g_k, L_k](x), \; x \in L_t.$$

Граничные условия на L_I учитываются подбором функций Φ_1 и Ψ_2.

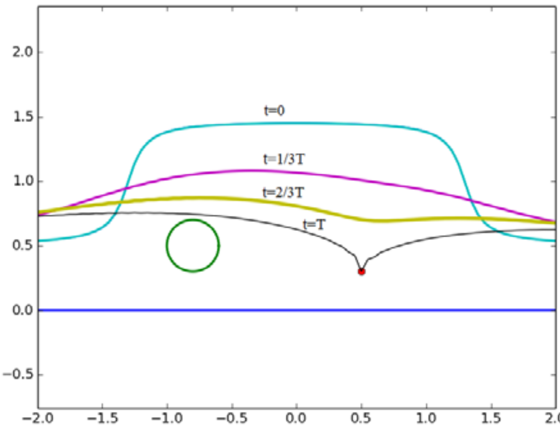

Рис. 2.Случай одного включения при n=400, dt=0.005 λ_{S_1} = 0, q=-0.5, время достижения стока T=2,865

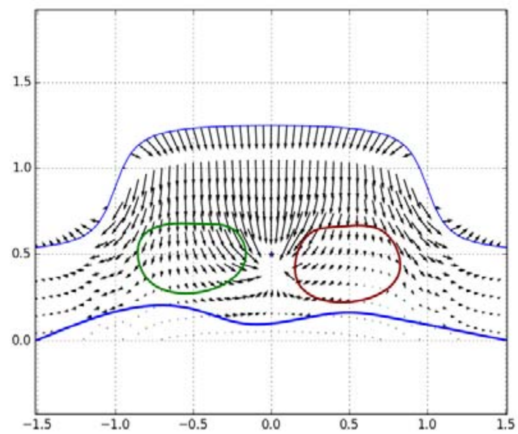

Рис.3. Поле скоростей для случая двух включении $\lambda_{S_1} = 0{,}4$, $\lambda_{S_2} = -0{,}4$, *q=1 при t=0*

ЛИТЕРАТУРА

1.Никольский Д.Н., Дорофеева В.И. Математическое моделирование двумерного процесса изменения уровня грунтовых вод под действием силы тяжести методом дискретных особенностей. // Вычислительные методы и программирова-ние. – 2011/ - т.12. С.85-89. http://num-meth.srcc.msu.ru.