

УДК 532.593

ГЕНЕРАЦИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ПРИ ДЕЙСТВИИ РАЗНЕСЕННЫХ ДОННЫХ ИСТОЧНИКОВ И ДВУМЯ ПОСЛЕДУЮЩИМИ ВО ВРЕМЕНИ РАЗЛИЧНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

И.Т. Селезов¹, В.Н. Кузнецов², Д.О. Черников¹

¹Институт гидромеханики НАН Украины, Киев,
Украина

²Днепропетровский Национальный Университет
железнодорожного транспорта им. Лазаряна,
Днепропетровск, Украина

Обзор и подробная библиография по вопросам современной теории построения генерации океанических волн приведена в монографиях [1-3]. Систематические данные наблюдений за цунами и другими явлениями распространения волн в мировом океане изложена в монографиях [4,7], а также в работах [5,6,8,10], близкие по тематике к данной работе авторов. Задача о движении жидкости конечной глубины и определение формы свободной поверхности в процессе возмущений, вызванных изменением поверхности дна, представляет большой интерес в различных областях и прежде всего в океанологии, в связи с землетрясениями и вулканической деятельностью. Проблема описания волновых движений в океанологии в настоящее время интенсивно исследуется в основном с целью предсказания возникновения цунами, последствий и поиска путей смягчения их воздействия на береговую зону.

В данном сообщении рассматривается задача генерации волн на поверхности жидкости конечной глубины двумя одновременными донными возмущениями, которые включаются в начальный момент времени $t \geq 0$. На это возмущение через некоторые промежутки времени $t_n > t$ ($n = 1, 2$), начинают влиять сперва одно, а затем второе возмущение дна.

Математическая постановка начально-краевой задачи сводится к определению потенциала скоростей $\varphi(r, \theta, z, t)$, удовлетворяющих уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = 0; \quad (1)$$

$$-H_0 \leq z \leq 0; r > 0; t > 0,$$

а также следующим граничным и начальным условиям на свободной поверхности:

$$\left(\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_{z=0} = 0; \quad \eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0}; \quad (2)$$

на донной поверхности:

$$\frac{\partial \varphi(r, \theta, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=-H_0} = \frac{\partial \eta^d}{\partial t}; \quad (3)$$

начальные условия:

$$\varphi(r, \theta, z, t) \Big|_{t=0} = \frac{\partial \varphi(r, \theta, z, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = \eta^d \Big|_{t=0} = 0, \quad (4)$$

где η^d – отклонение дна, η – отклонение свободной поверхности, g – ускорение свободного падения.

В данном сообщении рассматривается задача генерации волн на воде в жидкости конечной глубины несколькими донными возмущениями, которые могут отличаться между собой как силой, так и быстротой нарастания и спада. В отличие от работы [9], здесь решения строятся для четырех независимых возмущений дна.

Предполагалось, что возмущение генерируется подъемом горизонтального дна

$$f_0^d(t) = te^{-at}, \quad \text{при } t \geq 0; \quad (5)$$

$$f_n^d(t) = te^{-at} H(t-t_n^d), \quad t > t_n^d \quad (n = 1, 2)$$

и одновременным включением нескольких возмущений. В частности, если рассматривается два возмущения, расположенных на расстоянии l , то

$$\psi_1^d(r) = \xi(\xi^2 + r^2)^{-\frac{3}{2}}, \quad (6)$$

$$\psi_2^d = \xi(\xi^2 + r^2)^{-\frac{3}{2}} H(r-l), \quad \xi > 0,$$

где $H(x)$ функция Хэвисайда.

Переход в пространство оригиналов для отклонения свободной поверхности η_n после обращения преобразования Ханкеля в пространстве изображений Лапласа имеет вид

$$\eta_n^L = s^2 \eta_0 f_n^{dL}(s) \int_0^\infty \frac{e^{-\xi \lambda} J_0(\lambda k r)}{s^2 \operatorname{ch}(k \lambda) + \lambda k \operatorname{sh}(\lambda k)} d\lambda, \quad (7)$$

$$\text{где } f_0^{dL}(s) = \frac{1}{(s+\alpha)^2}, f_1^{dL}(s) = \frac{1}{(s+\alpha)^2}$$

$$\Gamma(2, t_1^d(s+\alpha)),$$

$$f_2^{dL}(s) = \frac{1}{(s+\alpha)^2} \Gamma(2, t_2^d(s+\alpha)),$$

$\Gamma(x)$ – неполная гамма функция, где s – параметр преобразования Лапласа, k – параметр преобразования Ханкеля.

Обращение преобразования Лапласа проводится численным методом.

Исследовалось отклонение свободной поверхности $\frac{\eta}{\eta_0}$ для различных удалений от эпицентра $r = 0$ для параметров $\lambda = 2, 5$, $\xi = 0, 5$. Найдены отклонения свободной поверхности жидкости при четырех возмущениях, причем два возмущения происходят одновременно на расстоянии $l = 4$ друг от друга, а другие два возмущения наступают после прохождения времени $t_n^d > t$ ($n = 1, 2$), которые наступают последовательно через некоторый промежуток времени.

Выводы

Из сравнения отклонения свободной поверхности жидкости при изменении параметра времени для донного возмущения ($t_1^d = 2$, $t_2^d = 4$), ($t_1^d = 2$, $t_2^d = 6$), ($t_1^d = 2$, $t_2^d = 8$) видно, что при увеличении этого параметра происходит увеличение амплитуды отклонения, но «зона спокойствия» продолжает сохраняться ($r = 9$). Это является важным результатом в дальнейших исследованиях волн цунами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Селезов И.Т. Волновые гиперболические модели распространения возмущений / И.Т.Селезов, Ю.Г.Кривонос.-Киев:Наук.думка, 2015.-172с.
2. Селезов И.Т. Волновые задачи биогидродинамики и биофизики /И.Т.Селезов, Ю.Г.Кривонос.-Киев:Наук.думка, 2013.-308с.
3. Селезов И.Т., Математические методы в задачах распространения и дифракции волн /И.Т. Селезов, Ю.Г. Кривонос - Киев: Наук. думка, 2012. - 232 с.
4. Пелиновский Е.Н. Гидродинамика волн цунами / Е.Н. Пелиновский – Нижний Новгород: Ин-т прикл. физики РАН. 1996. – 276 с.
5. Geist E.L., Titov V.V., Synolakis C.E. Tsunami: Wave of change // Scientific Amer. December. 2005.
6. Kajura K. The leading wave of tsunami // Bull. Earthquake Res. Inst. – 1963. – 42. – P.535-571.
7. Murty T.S. Seismic sea waves tsunami. – Fisheries Research Board of Canada.Bulletin 198. – Catalogue Number: FS94-198, - 1977.
8. Selezov I.T. Modeling of tsunami wave generation and propagation // Int. J. Fluid Mech. Research. 2006.- 33.№.1.-p.44-54.
9. Selezov I.T., Kuznetsov V.N., Chernikov D.O. Generation of surface gravity waves by bottom time-repetitive pulses // J. Math. Sci. – 2010. – 171, N 5. – P. 596-602.
10. Weyl P.K. Oceanography. An introduction to the marine environment. – NY: John Wiley and Sons, Inc., - 1970.