

## ТЕЧЕНИЕ МИКРО- И НАНОЖИДКОСТЕЙ МЕЖДУ ВРАЩАЮЩИМИСЯ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

Черевко В.А.

ХНУ имени В.Н. Каразина, Харьков, Украина

В последние годы большое внимание уделяется разработке различных микроэлектромеханических систем (МЭМС), в которых используются течения однородных жидкостей, разбавленных и концентрированных суспензий наночастиц в системах микро- ( $h \sim 10\text{-}500$  мкм) и наноразмерных ( $h \sim 10\text{-}500$  нм) каналов. Такие системы используются для проведения медицинской диагностики на микроскопических образцах биологических жидкостей и мягких тканей (lab-on-a-chip), для очистки микрообъемов жидкостей или, наоборот, смешиванию разнородных жидкостей. При соединении несмешивающихся жидкостей в сходящихся микро- и нанотрубках можно получать высокооднородные эмульсии, а при разделении во внешнем электрическом, магнитном или ультразвуковом поле – проводить очистку высокого уровня [1].

Рассматривается задача о течении трех несмешивающихся вязких жидкостей между вращающимися коаксиальными цилиндрами (радиусами  $R_1$  и  $R_2$ ) с учетом проскальзывания на стенках за счет диффузионного отражения частиц на шероховатой стенке. В соответствии с известным решением уравнений Навье-Стокса для скорости жидкости в каждом из слоев получим:

$$v^{(j)} = C_1^{(j)} r + C_2^{(j)} \frac{1}{r}, \quad (1)$$

где  $j=1,2,3$ ,  $C_{1,2}^{(j)}$  - постоянные интегрирования, которые могут быть найдены из условий проскальзывания на стенках цилиндров [2]:

$$\left( v^{(1)} - \Omega_1 r - a \text{Kn} \frac{dv^{(1)}}{dr} + b \text{Kn}^2 \frac{d^2 v^{(1)}}{dr^2} \right) \Big|_{r=R_1} = U_1, \quad (2)$$

$$\left( v^{(2)} - \Omega_2 r - a \text{Kn} \frac{dv^{(2)}}{dr} + b \text{Kn}^2 \frac{d^2 v^{(2)}}{dr^2} \right) \Big|_{r=R_2} = U_2,$$

где  $\text{Kn} = \lambda/h$  - число Кнудсена,  $\lambda$  - длина свободного пробега,  $\Omega_{1,2}$  - угловые скорости вращения цилиндров, а также условий непрерывности скорости и трения на границах раздела жидкостей:

$$\left( v^{(1)} - v^{(2)} \right) \Big|_{r=R_1+\delta_1} = 0, \quad \left( \mu_1 \frac{dv^{(1)}}{dr} - \mu_2 \frac{dv^{(2)}}{dr} \right) \Big|_{r=R_1+\delta_1} = 0, \quad (3)$$

$$\left( v^{(2)} - v^{(3)} \right) \Big|_{r=R_2-\delta_2} = 0, \quad \left( \mu_2 \frac{dv^{(2)}}{dr} - \mu_3 \frac{dv^{(3)}}{dr} \right) \Big|_{r=R_2-\delta_2} = 0.$$

Подставляя (1) в условия (2)–(3) и находя константы  $C_{1,2}^{(1,2,3)}$ , получим следующие выражения для скоростей слоев (в безразмерной форме):

$$W_1 = - \left[ \frac{2(1-t_1) \left( \frac{k_1}{k_2} - 1 \right) m}{t_1} + \omega \frac{1 + 2\eta_1 \frac{1}{k_2} (t_1 - 1)}{t_1 (1 - \alpha_1)} \right] R +$$

$$+ (1+l_1)^2 \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \left[ \frac{2 \left( \frac{k_1}{k_2} - 1 \right) m}{t_1} + \omega \frac{\left( \frac{2}{k_2} \eta_1 - 1 \right)}{(1 - \alpha_1) t_1} \right] \frac{1}{R},$$

$$W_2 = -mR + 2(1+l_1)^2 \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \left[ \frac{k_1 m}{k_2} + \omega \frac{\eta_1}{(1 - \alpha_1) k_2} \right] \frac{1}{R}, \quad (4)$$

$$W_3 = \left[ \frac{2(t_2 - 1) \left( \frac{k_1}{k_2} d - 1 \right) m}{t_2} + \frac{1}{t_2 (1 - \alpha_2)} + 2\omega \frac{\eta_1 (t_2 - 1) d}{t_2 k_2 (1 - \alpha_1)} \right] R +$$

$$+ \left[ \frac{2(1-l_2)^2 \left( \frac{k_1}{k_2} d - 1 \right) m}{t_2} + 2\omega \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \frac{\eta_1 (1+l_1)^2}{(1 - \alpha_1) t_2 k_2} - \frac{(1-l_2)^2}{(1 - \alpha_2) t_2} \right] \frac{1}{R},$$

где  $W_{1,2,3} = v^{(1,2,3)} / U_1$  - безразмерные скорости,  $R = r / R_2$  - безразмерная координата,  $\alpha_{1,2} = a / R_{1,2}$ ,  $\beta_{1,2} = b / R_{1,2}$ ,  $l_{1,2} = \delta_{1,2} / R_{1,2}$ ,  $d = (R_1 / R_2)^2 [(1+l_1)/(1-l_2)]^2$ ,  $\omega = \Omega_1 / \Omega_2 > 1$ ,  $t_{1,2} = 1 - (1 + \alpha_{1,2} + 2\beta_{1,2})(1 \pm l_{1,2}) / (1 - \alpha_{1,2})$ ,  $k_{1,3} = 2\eta_{1,2} + t_{1,2}(1 - \eta_{2,3})$ ,  $k_{2,4} = 2\eta_{1,2} - t_{1,2}(1 + \eta_{2,3})$ ,  $m = [\omega \eta_1 d k_4 (1 - \alpha_2) - k_2 \eta_2 (1 - \alpha_1)] / (k_2 k_3 - k_1 k_4 d) (1 - \alpha_1) (1 - \alpha_2)$ .

Используя (4), находим объемный расход жидкости. Были проведены расчеты по течению несмешивающихся вязких жидкостей между двумя вращающимися цилиндрами с учетом условия первого порядка проскальзывания жидкости на стенках в микро- ( $0.01 < \text{Kn} \leq 0.1$ ) и наноканалах ( $0.1 < \text{Kn} \leq 1$ ). Показано, что объемный расход сложным образом зависит от соотношений между вязкостями и толщинами слоев жидкостей, а также от проскальзывания на стенках цилиндров. Полученные соотношения, позволяют задавать наборы параметров, обеспечивающих существенное увеличение расхода жидкости, что ведет к увеличению эффективности соответствующих микро- и наножидкостных устройств.

### ЛИТЕРАТУРА

1. M. Gad-el-Hak. The MEMS Handbook. Second ed. // CRC Press, New York. - 2006.
2. G.E. Karniadakis, A. Beskok, N. Aluru. Microflows and nanoflows: Fundamentals and simulation. // Interdisc. Appl. Math. Series. - 2005. - V.29. - P.51-77.

