

## НЕЛІНІЙНІ НОРМАЛЬНІ ФОРМИ ТА ЇХ РЕЗОНАНСНА ВЗАЄМОДІЯ У ДИСИПАТИВНІЙ ПРУЖИННО-МАЯТНИКОВІЙ СИСТЕМІ

Плаксієв К.Ю., Міхлін Ю.В.

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна.

Наявність зовнішніх та внутрішніх резонансів у коливальних системах може приводити до небажаного росту амплітуд коливань, що може призвести до руйнування конструкції. Постає питання можливості гасіння таких коливань за допомогою використання віброгасника малої маси. Резонанс у нелінійних системах може призводити до появи таких ефектів як одночасне існування кількох стійких режимів коливань та поява нових форм коливань (біфуркація). Дисипація енергії може як підвести систему до внутрішнього резонансу, так і відстроїти її від нього. З огляду на це дослідження резонансної динаміки нелінійних дисипативних систем є актуальною задачею механіки.

Розглядається пружинно-маятнікова система під впливом зовнішнього періодичного збурення, зображена на рис.1. Динаміка даної суттєво нелінійної системи досліджена в околі зовнішніх резонансів на власних частотах та в околі одночасного зовнішнього та внутрішнього резонансів. Аналіз проведений на основі концепції нелінійних нормальних форм Каудерера-Розенберга [1]. Концепція поширена на випадок коливань в умовах малої дисипації енергії.

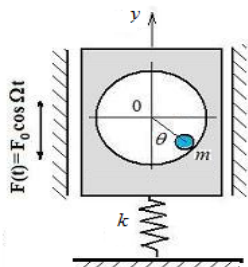


Рис.1. Пружинно-маятнікова система

Для дослідження резонансної динаміки системи був застосований метод багатьох масштабів [2] та перехід до так званої редукованої системи відносно повної енергії системи, арктангенса відношення амплітуд коливань  $\psi$  та різниці фаз  $\phi$ . Аналіз такої редукованої системи на рівноважні положення дозволяє дослідити перехід від нестійких коливань до стійких в околі резонансу, а також виявити появу нових рухів в режимі резонансу. Проаналізовано взаємодію нелінійних нормальних форм коливань [3] системи для трьох випадків резонансу, отримано умови локалізації енергії, обговорено режими віброгасіння, а також виявлено появу *перехідних нелінійних форм коливань*, описаних раніше у роботі [4]. Такі форми коливань існують лише для певних, навіть одиничних, рівнів енергії та є такими, що притягують під час свого існування. В околі значень часу, що відповідають таким рівням енергії,

коливання системи є близькими до *перехідної форми коливань*. Далі енергія спадає, форма коливань перестає існувати, а коливання системи наближуються до стійкої в околі резонансу нелінійної нормальної форми коливань.

На рис.2 представлені траєкторії у просторі  $(\phi, \psi)$  для випадку зовнішнього резонансу на першій власній частоті. Траєкторії віддаляються від прямої  $\psi = \pi/2$ , що відповідає локалізації енергії на маятнику, яка не може бути реалізована, та притягуються до прямої  $\psi = 0$ , що відповідає стійким локалізованим коливанням пружини.

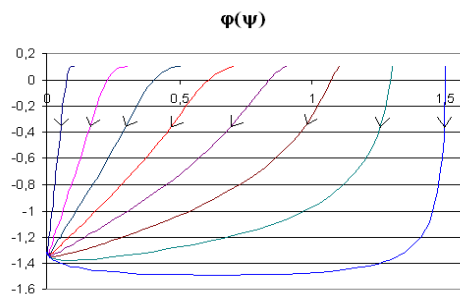


Рис.2. Зовнішній резонанс на першій власній частоті

Рис. 3 демонструє траєкторії у просторі  $(\phi, \psi)$  для випадку одночасного зовнішнього та внутрішнього резонансу. Кожна з траєкторій робить петлю навколо квазіположення рівноваги редукованої системи. Це положення рухається у просторі  $(\phi, \psi)$  та відповідає *перехідній формі коливань*. Далі ця форма зникає, а траєкторії притягуються до положення рівноваги, що відповідає стійкій в резонансному околі нелінійній нормальній формі зв'язаних коливань системи.

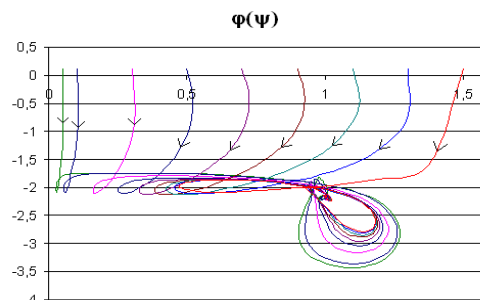


Рис.3. Одночасний зовнішній та внутрішній резонанс

### ЛІТЕРАТУРА

- Rosenberg R., Nonlinear vibrations of systems with many degrees of freedom. // Advances of Applied Mechanics. – 1966. – V. 9. – P.156–243.
- Найфэ А.Х., Методы возмущений. – М: Мир, 1973. – 446 с.
- Plaksey K.Y., Mikhlin Yu.V., Dynamics of nonlinear dissipative systems in the vicinity of resonance // Journal of Sound and Vibration. – 2015. – V. 334. – P.319-337.
- Plaksey K.Y., Mikhlin Yu.V., Resonance behavior of the limited power-supply system coupled with the nonlinear absorber // Mathematics in Engineering, Science and Aerospace. – 2015. – V.6, №3. – P.475-495.