НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА АСИМПТОТИЧЕСКИ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ЛЕВИТАНА

Димитрова-Бурлаенко С. Д.

Национальный Технический Университет „ХПИ”, Харьков, Украина.

В докладе рассмотрены, введенные в работе [4] асимптотически почти периодические функции Левитана (а. L-п.п.) со значениями в пространстве Фреше как сумма двух функций - $g(t)$ - непрерывная L-п.п. функция (главный член) и непрерывная функция $w(t)$ на множестве $[0;\infty)$ с $\lim\limits_{t\to\infty} w(t)=0$ (коррективный член). Как показано в работе [4], представление а.L-п.п. функции $f(t)=g(t)+w(t)$ единственно, $t\in[0;\infty)$. Асимптотически почти периодические функции Левитана являются обобщением введенных ранее, в работах [1] и [6], асимптотически почти автоморфных (а.п.а.) и асимптотически почти периодических (а.п.п.) функций, соответственно. При этом асимптотически почти периодические функции Левитана, в отличие от предыдущих двух классов, могут быть неограниченными.

Данная работа является продолжением изучения автором свойств а.L-п.п. [4] с применением почти равномерной сходимости [3]. Установлено, что а. L-п.п. ограничены на некоторой окрестности нуля U в топологии $\Im_N$, порожденной функцией $g(t)$, конечным множеством N и $\varepsilon>0$, $U=\left\{\tau\in R: \max\limits_{x\in N}\left\| g(x+\tau)-g(x)\right\|<\varepsilon\right\}$. Квазинорма имеет вид: $\| y \| = \sum\limits_{\alpha=1}^{\infty}\frac{1}{2^{\alpha}}\cdot\frac{p_\alpha(y)}{1+p_\alpha(y)}$, $p_\alpha(y)\le p_{\alpha+1}(y)$, где $p_\alpha(.)$ - полунорма в пространстве Фреше.

Показано, что

а) $\sup\limits_{t\in x+U}\left\| g(t)\right\| = \sup\limits_{(t\in(x+U))\cap(t\ge n)}\left\| g(t)\right\|$, $n=0,1,2,3,...$;

б) $\sup\limits_{t\in x+U}\left\| g(t)\right\| \le \sup\limits_{(t\in(x+U))\cap(t\ge n)}\left\| f(t)\right\|$, $n=0,1,2,3,...$,

В частности,

$$\sup_{x\in R}\left\| g(x)\right\| \le \sup_{x\ge n}\left\| f(x)\right\|,\ n=0,1,2,3,....$$

Отметим, что ранее для а.п.п. (а.п.а.) функций оценки строились для всего пространства [1], [6]. Локальный подход лучше подходит для неограниченных функций. Это дает возможность показать, что из поточечной сходимости функций следует поточечная сходимость их составляющих.

Показано, что если $f_0(x)=\lim\limits_n f_n(x)$, то последовательность $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ сходится почти равномерно к а.п.а. (а.п.п.) функции $f_0(x)$ тогда и только тогда, когда $\lim\limits_k f_0(h_k)=\lim\limits_n\lim\limits_k f_n(h_k)$, $\forall h=\{h_k\}_{k=1}^{\infty}$, если предел существует. Если множество значений а.L-п.п. функции является относительным компактом, то функция является а.п.а.

Найдены необходимые и достаточные условия для сходимости, при которых предел а. L-п.п. является такой же функцией.

Почти равномерный предел равномерных а. L-п.п. (а.п.а.) функций является равномерно непрерывной а. L-п.п. (а.п.а.) функцией.

Пусть задана а.L-п.п. функция

$$f(t):\ [0;\infty)\to Y,\qquad f(t)=g(t)+w(t),$$

где $w(t)$ - функция с $\lim\limits_{t\to\infty} w(t)=0$, производная $w'(t)$ равномерно непрерывна на $[0;\infty)$, $g(t)$ - L-п.п. функция на оси с непрерывной производной $g'(t)$ и для любой пары (ε,x), $\varepsilon>0$, $x\in R$ существует интервал $(-\delta,+\delta)$ и окрестность нуля U в топологии $\Im_N$, такие, что: $\sup\limits_{t\in x+U}\left\| g'(t+h)-g'(t)\right\|<\varepsilon$, $\forall h\in(-\delta,+\delta)$. Тогда производная $f'(t)$ является а.L-п.п. функцией.

ЛИТЕРАТУРА

1.Bugajewski D., G. M. N’Guérékata, Almost periodicity in Fréchet spaces. // J. Math. Anal. Appl. – 2004. – v.299. – P. 534–549.

2.Димитрова-Бурлаенко С. Д, Условия сохранения непрерывности при дифференцировании функций. // Современные проблемы математики, механики и информатики. Сб. статей. - Х.: Вировец А.П. „Апостроф”, 2011. – С.332-338.

3. Димитрова-Бурлаенко С.Д., Квазиравномерный предел левитановских почти периодических функций. //Вісник національного технічного університету «ХПІ». – 2013. – N54. – С. 111 – 117.

4. Димитрова-Бурлаенко С.Д., Асимптотически почти периодические функции Левитана в пространствах Фреше. //Вісник національного технічного університету «ХПІ». –6’2014. Харків, – С. 59 – 66.

5. Левитан Б.М., Жиков В.В. Почти периодические функции и дифференциальные уравнения. Изд-во МГУ. – 1978. – 204 с.

6. Zaidman S., Almost-periodic functions in abstract spaces, Pitman Advanced Publishing Program, Boston, London, Melbourne, 1985.