УЗАГАЛЬНЕННЯ МЕТОДУ ВІМАНА-ВАЛІРОНА ДЛЯ ДРОБОВИХ ПОХІДНИХ ЦІЛИХ ФУНКЦІЙ

Чижиков І.Е., Семочко Н.С.

Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна

Теорія Вімана-Валірона є необхідним інструментом при розгляді теорії розподілу значень цілих розв'язків комплексних диференціальних рівнянь [1].

Нехай

$$f(\mathrm{z}) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n,\ z = re^{i\theta}. \quad (1)$$

є цілою трансцендентною функцією. Для $r \in [0, +\infty)$

$$M(\mathrm{r}, \mathrm{f}) = \max\{|\,\mathrm{f(z)}\,| : |\,\mathrm{z}\,| = \mathrm{r}\},$$

і нехай

$$\mu(\mathrm{r}, \mathrm{f}) = \max\{|\,\mathrm{a}_n\,|\,\mathrm{r}^n : \mathrm{n} \geq 0\}$$

є максимальним членом ряду (1) і

$$\nu(\mathrm{r}, \mathrm{f}) = \max\{\mathrm{n} \geq 0 : |\,\mathrm{a}_n\,|\,\mathrm{r}^n = \mu(\mathrm{r}, \mathrm{f})\}.$$

є центральним індексом ряду (1).

Теорія Вімана-Валірона описує локальну поведінку функції f та її похідних в околі точки z_r, такої, що $|\,\mathrm{z}_r\,| = \mathrm{r}$ і $|\,\mathrm{f}(\mathrm{z}_r)\,| = M(\mathrm{r}, \mathrm{f})$. Ми узагальнили цей метод для дробових похідних, знайшли умови при яких виконується наступна оцінка

$$D^q f(\mathrm{z}) \sim \left(\frac{\nu(\mathrm{r}, \mathrm{f})}{z}\right)^q f(\mathrm{z})$$

для $r \in [1, \infty) \setminus E,$ де E є множиною скінченної логарифмічної міри, $D^q f$ є дробовою похідною Рімана-Ліувілля, $q > 0.$

Отриманий результат ми застосували для оцінки зростання розв'язків дробового диференціального рівняння такого вигляду (порів. [2])

$$\frac{\tilde{D}^q(\mathrm{r}^q \mathrm{f(z)})}{z} + a(\mathrm{z})\,\mathrm{f(z)} = 0,$$

де коефіцієнт $a(\mathrm{z})$ є цілою функцією, $q > 0,$

і $\tilde{D}^q f(\mathrm{z}) = \mathrm{D}^q\, f(\mathrm{z}) - \Gamma(\mathrm{q}+1)\,\mathrm{f}(0).$

ЛІТЕРАТУРА

1.Hayman W. K., The local growth of power series: a survey of the Wiman-Valiron method.// Canad. Math. Bull. **17**, No 3, 1974. – 317-358.

2.Kochubei A. N., Fractional differential equations: entire solutions, regular and irregular singularities. // Frac. Calc. Appl. Anal. **12**, No 2, 2003. -135-158.