О РЕШЕНИЯХ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА. ЗАРЯД, СПИН И МАССА В КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ.

Бессмертный М.Ф., Болтоносов А.И.

Харьковский Национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина

В современной физике сложилось впечатление, что классическая электродинамика не в состоянии решить те противоречия, которые существуют в этой теории с момента ее создания. Основой электродинамики являются поля элементарных частиц, но сами элементарные частицы, обладая электрическим зарядом, являются посторонними в теории электромагнитного поля. Многочисленные попытки построить классическую микро электродинамику не смогли снять всех противоречий. Наиболее известные из них: электронная теория Лоренца, теория абсолютно жесткого электрона Абрагама, теория Борна–Инфельда, теория потенциалов Ми ([1], [2], [3]). Первая и самая простая проблема это бесконечность энергии электрического поля точечного заряда. Ее решение может быть получено с помощью предположения, что закон Кулона справедлив только вне некоторой сферы. Отсюда появилось понятие классического радиуса электрона, а электрическое поле терпит скачок на этой сфере, определяя поверхностное распределение заряда. С точки зрения математической физики такой подход сводится к тому, что для потенциала электрического поля внутри и вне электрона выбираются разные решения уравнения Лапласа. Вторая проблема связана с гипотезой, что именно электрическое поле является «источником» массы электрона. Это так называемый «парадокс 4/3», сутью которого является невыполнение для электрического поля соотношения $E = mc^2$. Беккер в своей прекрасной книге [4] очень точно вскрыл причину этого парадокса и предложил способ ее решения, но его предположение о жесткости электрона, как хорошо сейчас известно [5], приводит к точечности электрона, т.е. к противоречию со сделанным предположением. Поэтому на микроуровне его метод неприменим. В последнее время подход Беккера неоднократно обсуждался и применялся к макрообъектам [6], где он дает интересные результаты. Таким образом, решение парадокса 4\3 на микроуровне в рамках электродинамики отсутствует. Третья проблема – наличие у электрона и у других элементарных частиц собственного момента импульса и магнитного момента, т.е. спина. Ответа в классической теории на этот вопрос нет.

В данной работе предлагается подход, который при минимальных предположениях позволяет построить в рамках классической электродинамики электромагнитные модели электрона и других заряженных лептонов, т.е. модели в которых масса, заряд и спин имеют электромагнитное происхождение, а также отсутствуют все перечисленные выше противоречия. Анализ показывает, что необходимо отказаться от понятия электрического заряда как источника электромагнитного поля, что приводит к необходимости рассматривать в свободном пространстве систему однородных уравнений Максвелла. Возможны два пути построения теории: 1. геометрический, когда предполагается, что свободное пространство–время не является плоским пространством–временем Минковского; 2. физический, когда предполагается, что вакуум – неоднородная среда. Геометрический подход опубликован в [7]. Второй подход предложен в данной работе. Первое сообщение на эту тему было сделано на конференции [8].

В статье изучается однородная система уравнений Максвелла специального вида, находятся ее элементарные решения, исследуются их основные свойства, выводятся формулы для основных характеристик электромагнитного поля, таких как энергия, момент импульса, магнитный момент.

1. Постановка задачи. Положение точки в трехмерном пространстве определяется радиус–вектором $\vec{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{3} x_i \vec{\mathbf{e}}_i$, где $\vec{\mathbf{e}}_i$ являются ортами декартовой системы координат. Обозначим $r = |\vec{\mathbf{x}}|$, $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^{3} E_i \vec{\mathbf{e}}_i$ – напряженность электрического поля, $\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^{3} B_i \vec{\mathbf{e}}_i$ – магнитная индукция, c – скорость света, ε_0, μ_0 – электрическая и магнитная проницаемости вакуума в классической электродинамике, которые являются известными константами. Мы будем считать, что в нашей модели диэлектрическая проницаемость вакуума равна $\varepsilon_0 \varepsilon(\vec{\mathbf{x}})$, а магнитная проницаемость – $\mu_0 \mu(\vec{\mathbf{x}})$ и соотношение

$$c^2 \varepsilon_0 \varepsilon(\vec{\mathbf{x}}) \mu_0 \mu(\vec{\mathbf{x}}) = 1 \tag{1}$$

выполняется во всех точках пространства. Это означает, что $\varepsilon(\vec{\mathbf{x}})\mu(\vec{\mathbf{x}}) = 1$. Выбор этого условия основан на следующих соображениях: во-первых, в этом случае материальные соотношения Минковского между индукциями и напряженностями электромагнитного поля имеют один и тот же вид во всех инерциальных системах отсчета, что естественно в вакууме; во-вторых, именно при этом условии тензоры энергии–импульса электромагнитного поля Минковского и Абрагама совпадают; в-третьих, уравнения электростатики и магнитостатики оказываются связанными в единое целое функцией $\varepsilon(\vec{\mathbf{x}})$. А именно, в этом случае система статических однородных уравнений Максвелла в свободном пространстве имеет вид

$$\begin{cases}(\nabla,\varepsilon\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}}))=0\\ [\nabla,\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}})]\ \ =0\end{cases},\qquad \begin{cases}(\nabla,\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}}))\ \ =0\\ [\nabla,\varepsilon\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}})]=0\end{cases}. \tag{2}$$

Выполняя дифференцирование в 1-м и 4-м уравнениях (2), перепишем их в следующем виде

$$(\nabla,\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}}))=\rho(\vec{\mathbf{x}})/\varepsilon_0\ , \tag{3}$$

$$[\nabla,\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}})]=\vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{x}})\Big/\left(\varepsilon_0 c^2\right)\ , \tag{4}$$

где

$$\rho(\vec{\mathbf{x}})=-\varepsilon_0(\nabla\ln|\varepsilon(\vec{\mathbf{x}})|,\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}}))\,, \tag{5}$$

$$\vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{x}})=-\varepsilon_0 c^2[\nabla\ln|\varepsilon(\vec{\mathbf{x}})|,\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}})]\,. \tag{6}$$

Назовем $\rho(\vec{\mathbf{x}})$ объемной плотностью заряда, а $\vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{x}})$ – объемной плотностью тока. Таким образом, поля $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}})$ и $\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}})$ являются с этой точки зрения источниками заряда и тока соответственно. Подчеркнем, что природа плотности тока в этом определении не связана с движением плотности заряда. Отметим так же, что полный ток в любом шаровом слое с центром в начале координат равен нулю.

Полная энергия решения системы (2) есть сумма энергий электрического и магнитного полей $W=W_E+W_B$, где

$$W_E=0{,}5\varepsilon_0\int_{R_3}\varepsilon(\vec{\mathbf{x}})(\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}}),\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}}))dx\,, \tag{7}$$

$$W_B=0{,}5\varepsilon_0 c^2\int_{R_3}\varepsilon(\vec{\mathbf{x}})(\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}}),\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}}))dx\ , \tag{8}$$

где интегралы берутся по всему трехмерному пространству и $dx=dx_1dx_2dx_3$.

Ставится задача: найти решение системы (2), удовлетворяющее следующим условиям:

1. поля во всех точках пространства принимают конечные значения;
2. энергия электромагнитного поля конечна;
3. функция $\varepsilon(\vec{\mathbf{x}})\to 1$ при $|\vec{\mathbf{x}}|\to\infty$.

2. Элементарные решения уравнений Максвелла. Условие конечности энергии означает, что $\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}}),\ \vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}})\in L_{2,\varepsilon}(R^3)$. В силу однородности уравнений исследование может быть проведено методом разделения переменных.

Пусть

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{x}}) = -\nabla\varphi(\vec{\mathbf{x}}), \tag{9}$$

$$\vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{x}}) = -\frac{1}{\varepsilon(\mathrm{r})}\nabla\psi(\vec{\mathbf{x}}), \tag{10}$$

тогда уравнения (2.2), (2.4) выполняются, и решение задачи сводится к исследованию уравнений

$$\left(\nabla,\ \varepsilon(\mathrm{r})\nabla\varphi(\vec{\mathbf{x}})\right) = 0, \tag{11}$$

$$\left(\nabla, \frac{1}{\varepsilon(\mathrm{r})}\nabla\psi(\vec{\mathbf{x}})\right) = 0. \tag{12}$$

Элементарные решения (11), (12) имеют следующий вид:

$$\varphi_{\mathrm{n}}(\vec{\mathbf{x}}) = \mathrm{H_n}(\mathrm{r})\mathrm{Y_n^E}(\vartheta,\phi), \tag{13}$$

$$\psi_{\mathrm{n}}(\vec{\mathbf{x}}) = \mathrm{F_n}(\mathrm{r})\mathrm{Y_n^B}(\vartheta,\phi), \tag{14}$$

где $\mathrm{Y_n^E}(\vartheta,\phi)$, $\mathrm{Y_n^B}(\vartheta,\phi)$ – сферические функции, $\mathrm{F_n}(\mathrm{r})$, $\mathrm{H_n}(\mathrm{r})$ – радиальные функции, которые должны быть решениями соответствующих радиальных дифференциальных уравнений, а именно:

$$\mathrm{r}^2\mathrm{F}''_{\mathrm{n}}(\mathrm{r}) + \mathrm{r}\left(2 - \mathrm{r}\frac{\varepsilon'(\mathrm{r})}{\varepsilon(\mathrm{r})}\right)\mathrm{F}'_{\mathrm{n}}(\mathrm{r}) - \mathrm{n}(\mathrm{n}+1)\mathrm{F_n}(\mathrm{r}) = 0, \tag{15}$$

$$\mathrm{r}^2\mathrm{H}''_{\mathrm{n}}(\mathrm{r}) + \mathrm{r}\left(2 + \mathrm{r}\frac{\varepsilon'(\mathrm{r})}{\varepsilon(\mathrm{r})}\right)\mathrm{H}'_{\mathrm{n}}(\mathrm{r}) - \mathrm{n}(\mathrm{n}+1)\mathrm{H_n}(\mathrm{r}) = 0. \tag{16}$$

В (13), (14) переменные $\mathrm{r},\vartheta,\phi$ определяют сферическую систему координат

$$\mathrm{x_1} = \mathrm{r}\cos\phi\sin\vartheta,\ \mathrm{x_2} = \mathrm{r}\sin\phi\sin\vartheta,\ \mathrm{x_3} = \mathrm{r}\cos\vartheta.$$

Основной интерес представляют решения радиальных уравнений (15), (16). Отметим, что для полученных уравнений имеет место два вида симметрии:

– явная симметрия, которая непосредственно следует из вида уравнений (11), (12) (или (15), (16)) и состоит в том, что при замене функции $\varepsilon(\mathrm{r})$ на $\varepsilon^{-1}(\mathrm{r})$ эти уравнения меняются местами, т.е. меняются местами представления для электрического и магнитного полей;

– неявная симметрия, которая дает простое соотношение между электрическим и магнитным полями, а именно справедливо

Утверждение 1. С*оотношение* $\mathrm{F_n}(\mathrm{r}) = \varepsilon(\mathrm{r})\mathrm{H_n}(\mathrm{r})$ *между решениями радиальных уравнений (15), (16) верно тогда и только тогда, когда* $\varepsilon(\mathrm{r}) = \mathrm{e}^{\pm\lambda/\mathrm{r}}$.

В виду того, что эта функция независимым образом появляется в других местах развиваемой теории, мы будем в дальнейшем полагать, что $\varepsilon(r) = e^{\lambda/r}$, $\lambda \geq 0$. (если не оговорено противное)

Утверждение 2. *Решение уравнения (15), которое обеспечивает конечность интеграла энергии магнитного поля, имеет вид*

$$F_n(r) = \begin{cases} c_n\left(r/\lambda\right)^n M(-n;-2n;\lambda/r), & 0 \leq r \leq a \\ b_n\left(\lambda/r\right)^{n+1} M(1+n;2+2n;\lambda/r), & a < r < \infty \end{cases}. \qquad (17)$$

$F_n(r) \notin C^1[0,\infty)$.

Здесь $M(a,b,x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция, функция Куммера ([9]). При выводе формулы (17) для функций Куммера получены представления в конечном виде

$$M(1+n;2+2n;\xi) = \sum_{m=n}^{2n}\left(m+1\right)!\binom{m}{n}\binom{2n}{m+1}\left(1-\left(-1\right)^m e^{\xi}\right)\xi^{-m-1}$$

$$M(-n;-2n;\xi) = \sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}\binom{n}{k}\binom{2n}{k}^{-1}\xi^k$$

Утверждение 3. *Радиальное уравнение для электрического поля (16) имеет решения, обеспечивающие конечность энергии электрического поля, следующего вида:*

– $n = 0$, $H_0(r) = c_0(1-e^{-\lambda/r}) \in C^\infty[0,\infty)$;

– $n > 0$,

$$H_n(r) = \begin{cases} c_n\left(r/\lambda\right)^n e^{-\lambda/r} M(-n;-2n;\lambda/r), & 0 \leq r \leq a \\ b_n\left(\lambda/r\right)^{n+1} e^{-\lambda/r} M(1+n;2+2n;\lambda/r), & a < r < \infty \end{cases}. \qquad (18)$$

$$H_n(r) \notin C^1[0,\infty)$$

3.Энергия и масса электромагнитного поля. Очевидно, что в силу ортогональности сферических функций достаточно изучить энергию элементарных решений, поэтому для простоты будем рассматривать осе симметричные решения. Поведение элементарных решений в нуле и на бесконечности дает нам

Утверждение 4. *Для энергии элементарного решения осе симметричного магнитного поля с одной точкой разрыва справедлива формула*

$$W_{B_n} = \frac{\pi\varepsilon_0 c^2 a^2}{(2n+1)\varepsilon(a)}\left[(F_n^{\,2}(a_-))' - (F_n^{\,2}(a_+))'\right]. \qquad (19)$$

Здесь под $F_n(a_-)$, $F_n(a_+)$ понимаются предельные значения слева и справа.

Аналогично справедливо

Утверждение 5. *Для энергии элементарного решения осе симметричного электрического поля с одной точкой разрыва справедлива формула*

$$W_{E_n} = \frac{\pi\varepsilon_0 a^2 \varepsilon(a)}{(2n+1)}\left[(H_n^{\ 2}(a_-))' - (H_n^{\ 2}(a_+))'\right]. \qquad (20)$$

Энергия централъно симметричного электрического поля определяется выражением

$$W_E = 0{,}5q\varphi_0(0), \qquad (21)$$

где потенциал центрально симметричного поля имеет вид

$$\varphi_0(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_r^{\infty}\frac{dt}{t^2\varepsilon(t)}, \qquad (22)$$

и совпадает с кулоновским потенциалом вне некоторой сферы, q – константа интегрирования, которая определяет полный электрический заряд поля. Формулы для энергии справедливы для произвольной функции $\varepsilon(r)$, обладающей указанной выше асимптотикой на бесконечности и обеспечивающей сходимость интегралов энергии в нуле.

Так как электрическое поле электрона центрально симметрично, то ниже мы будем рассматривать только центрально симметричное электрическое поле и осе симметричное магнитное поле.

Используя тензор энергии–импульса электромагнитного поля, с помощью преобразования Лоренца доказывается

Утверждение 6. *В любой инерциальной системе отсчета минимум энергии электромагнитного поля достигается в том случае, когда ось магнитного поля параллельна скорости движения поля.*

Следствием этого утверждения является

Утверждение 7. *В любой инерциальной системе отсчета ось магнитного поля параллельна скорости движения поля.*

В конце 19-го и начале 20-го веков физики неоднократно пытались получить теорию, которая позволяла бы считать массу электрона равной массе его электрического поля, пока не стало понятно, что это принципиально невозможно. Известно, что масса покоя m_0 (инертная масса) есть коэффициент пропорциональности между импульсом и скоростью, когда скорость стремится к нолю. Если электрон отождествить с электрическим полем его заряда, то при любом распределении заряда «внутри» электрона для энергии W_E электрического поля имеет место неравенство $W_E < m_0c^2$ (см., например, [10], [11]). Это неравенство толковалось так, что часть массы электрона имеет неэлектромагнитное происхождение. Наличие ненулевого магнитного поля позволяет удовлетворить соотношению $W_E + W_B = m_0c^2$, тем самым недостающая часть массы покоя решений системы (2) имеет магнитное происхождение. Имеет место

Утверждение 8. *Среди решений системы уравнений Максвелла (2) существуют решения с центрально симметричным электрическим полем и осе симметричным ненулевым магнитным полем такие, что вся инертная масса поля имеет электромагнитное происхождение.*

Определение. *Назовем решение уравнений Максвелла (2) физическим, если для него выполняется соотношение* $W = mc^2$*, где* W *– энергия этого решения, а* m *– его инертная масса.*

С этой точки зрения центрально симметричное электрическое поле, являющееся решением системы (2), при нулевом магнитном поле, не есть физическое решение. И наоборот, осесимметричное магнитное поле при нулевом электрическом поле – не физическое решение системы (2).

Таким образом, «парадокс 4/3» решается естественным образом в рамках электромагнитной теории.

4. Момент импульса и магнитный момент. Наличие магнитного поля позволяет положительно ответить на вопрос о существовании у электрона собственного момента импульса и магнитного момента. Отметим сразу, что в силу ортогональности полиномов Лежандра ненулевой вклад в магнитный момент дает только поле

$$\vec{\mathbf{B}}_1(\vec{\mathbf{x}}) = -\frac{1}{\varepsilon(r)}\nabla(F_1(r)\cos\theta). \qquad (23)$$

Момент импульса элементарных решений $\vec{\mathbf{E}}_n(\vec{\mathbf{x}}),\ \vec{\mathbf{B}}_m(\vec{\mathbf{x}})$ дается выражением $\vec{\mathbf{P}}_{n,m} = (0, 0, P_3^{n,m})$ и

$$P_3^{n,m} = \frac{4\pi\varepsilon_0 a^4\left(\delta_{m,n+1} - \delta_{m,n-1}\right)}{(2n+1)(2m+1)}\left[F'_m(a_-)H'_n(a_-) - F'_m(a_+)H'_n(a_+)\right], \qquad (24)$$

где $\delta_{n,m}$ – символ Кронекера. Эта формула определяет правило отбора элементарных решений по ненулевому моменту импульса. Отдельно приведем момент импульса для полей $\vec{\mathbf{E}}_0(\vec{\mathbf{x}}),\ \vec{\mathbf{B}}_1(\vec{\mathbf{x}})$

$$P_3 = -\frac{qa^2}{3\varepsilon(a)}\left[F'(a_+) - F'(a_-)\right]. \qquad (25)$$

Всюду в дальнейшем рассматривается именно эта пара решений и индексы не пишутся. Выражения для момента импульса верны для любого допустимого $\varepsilon(r)$. Скачок нормальной составляющей магнитного поля на сфере S_a связан с моментом импульса соотношением

$$\left(\vec{\mathbf{n}}, \vec{\mathbf{B}}_+ - \vec{\mathbf{B}}_-\right)\Big|_{r=a} = \frac{3}{qa^2}\left(\vec{\mathbf{P}}, \vec{\mathbf{n}}\right)$$

Наличие скачка нормальной составляющей магнитного поля можно трактовать как наличие на сфере S_a распределения магнитного заряда с поверхностной плотностью

$$\sigma(\theta) = \frac{3\varepsilon_0 c}{qa^2}(\vec{\mathbf{P}}, \vec{\mathbf{n}}), \tag{26}$$

при этом очевидно, что полный магнитный заряд на S_a равен нулю, мы имеем дипольное распределение поверхностного магнитного заряда. Полный магнитный заряд одного знака не зависит от a, от вида функции $\varepsilon(\vec{\mathbf{x}})$ и равен

$$q_m = 3\pi\varepsilon_0 cP_3 / q = 0.75\varepsilon_0 ch / q = \alpha q,$$

где q – полный электрический заряд поля, h – постоянная Планка, $\alpha = 3\pi\varepsilon_0 cP_3 / q^2 \cong 51,3885$.

Преобразование момента импульса из неподвижной системы отсчета $\mathbf{K}(\vec{\mathbf{x}}, t)$, в которой $P_1 = (q/4\pi)I_1 \cos\phi_0 \sin\vartheta_0$, $P_2 = (q/4\pi)I_1 \sin\phi_0 \sin\vartheta_0$, $P_3 = (q/4\pi)I_1 \cos\vartheta_0$, в систему отсчета $\mathbf{K}'(\vec{\mathbf{x}}', t')$, которая движется по отношению к системе $\mathbf{K}(\vec{\mathbf{x}}, t)$ со скоростью $\vec{\mathbf{V}} = (0, 0, V)$, определяется формулами

$$P_1' = P_1 \big/ \sqrt{1-\beta^2} + t'\varepsilon_0\beta^2 I_2 \sin\phi_0 \cos\vartheta_0 \sin\vartheta_0,$$

$$P_2' = P_2 \big/ \sqrt{1-\beta^2} - t'\varepsilon_0\beta^2 I_2 \cos\phi_0 \cos\vartheta_0 \sin\vartheta_0, \quad P_3' = P_3,$$

из которых следует

Утверждение 9. *Проекция момента импульса на направление скорости движения сохраняется.*

I_1, I_2 в последних выражениях являются некоторыми интегральными постоянными.

Заметим, что момент импульса в движущейся системе отсчета представляется в виде $\mathbf{P}'$, где $\mathbf{P}'$ является собственным моментом импульса (спином) электромагнитного поля. Вектор $\mathbf{P}'$ есть орбитальный момент импульса, который возникает за счет неинерциального движения системы и определяется только магнитным полем, что естественно в силу его осе симметричности и центральной симметричности электрического поля. Очевидно, что выполняется равенство $\mathbf{P}'$, $\mathbf{P}'$, т.е. спин и орбитальный момент всегда ортогональны. Отсюда следует, что $\left|\vec{\mathbf{P}}'\right| = \sqrt{\left|\vec{\mathbf{P}}_s'\right|^2 + \left|\vec{\mathbf{P}}_{orb}'\right|^2}$.

Отметим также, что орбитальный момент находится в плоскости перпендикулярной направлению движения и в любой момент времени направлен по касательной к окружности с центром на оси Ox_3, и он разворачивает ось магнитного поля параллельно направлению движения. Поэтому его точнее будет называть ориентирующим моментом импульса. Ориентирующий момент равен нулю, если: а) ось магнитного поля параллельна скорости, $\vartheta_0 = 0;\ \pi$; б) ось магнитного поля перпендикулярна скорости $\vartheta_0 = \pi/2$. Случай а) соответствует минимальному значению энергии системы, т.е. устойчивому состоянию и двум противоположным направлениям спина $\vec{\mathbf{P}}_s = (0;0;\pm P_{s3})$. Случай б) соответствует максимальному значению энергии, т.е. неустойчивому состоянию системы, с нулевой проекцией спина на направление скорости.

Таким образом, в движущейся системе отсчета ориентирующий момент восстанавливает осевую симметрию системы. Собственный момент импульса (спин) определяет инвариантное вращение, т.е. вращение, которое не меняет состояние системы.

Очевидно, что система отсчета $\mathbf{K}'(\vec{\mathbf{x}}', t')$ будет инерциальной только тогда, когда выполняется условие а). Следовательно, справедливо

Утверждение 10. *В любой инерциальной системе отсчета вектор спина коллинеарен вектору скорости движения поля. При этом величина спина сохраняется.*

Естественным образом вводится 4-вектор спина, который всегда ортогонален 4– вектору скорости поля. 4-спин является пространственно–подобным вектором, величина которого сохраняется в инерциальных системах отсчета. Получены преобразования трехмерного собственного момента импульса свободного электромагнитного поля при переходе из одной инерциальной системы в другую.

Для вычисления полного магнитного момента необходимо учесть, что у нас имеется объемное распределение тока, поверхностное распределение тока и поверхностное распределение магнитного заряда. Проводя необходимые вычисления, получим, что магнитный момент электромагнитного поля равен $\vec{\mathbf{M}} = (0,0,M_3)$, где $M_3 = \lambda^2 b_1$, а постоянная b_1 определяет поведение магнитного поля в окрестности бесконечно удаленной точки (см. выражение (17)). Таким образом, магнитный момент коллинеарен оси магнитного поля. Отметим также, что выражения для момента импульса и магнитного момента, как и выражения для энергии электромагнитного поля, справедливы для любой допустимой функции $\varepsilon(\vec{\mathbf{x}})$

5. Заключение. На основании проведенных исследований получена модель электрона в рамках классической электродинамики, которая обладает всеми свойствами реального электрона. Заряд, спин, масса и магнитный момент в модели имеют электромагнитную природу. В рамках данной работы подробное описание модели невозможно. Это будет сделано в нашей следующей статье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Паули В. Теория относительности. – М.: Наука. – 1983. – 336 с.
2. Тоннела М.–А. Основы электромагнетизма и теории относительности. – М.: Иностранная литература. –1962. – 488 с.
3. Борн М. Атомная физика. – М.: Мир. – 1967. –494 с.
4. Беккер Р. Теория электричества, т.2, Электронная теория. – Ленинград, Государственное издательство технико– теоретической литературы. – 1941. – 391 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука. – 1967. – 460 с.
6. Морозов В.Б. К вопросу об электромагнитном импульсе заряженных тел. // УФН. – 2022. – т.181, вып.4. – С.389– 392.
7. Бессмертный М.Ф., Болтоносов А.И. Моделирование электрического заряда, спина, массы и магнитного момента лептонов в классической электродинамике. // Вестник ХНУ им. В.Н. Каразина, №925, сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления». – 2010. – вып.14. – С.13– 19.
8. Бессмертный М.Ф., Болтоносов А.И Заряд, спин и масса в классической электродинамике. // Тезисы докладов международной конференции «Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях». – Харьков. – 2011. – С.195– 196.
9. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. – М.:Наука. – 1979. – 832 с.
10. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.6. Электродинамика. – М.: Мир. – 1966. – 344 с.
11. Угаров В.А. Специальная теория относительности. – М.: Наука. – 1977. – 384 с.