

# АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ ТРУБЫ С ЛЕГКОПРОНИЦАЕМОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ НА СТЕНКАХ

<sup>1</sup>Гаев Е.А., <sup>2</sup>Бердник О.М.

<sup>1</sup>Институт гидромеханики НАНУ, Киев, Украина

<sup>2</sup>Национальный авиационный университет, Киев, Украина

В последние десять лет резко возросло количество исследований по взаимодействию потоков с проницаемыми структурами разной природы, перекрывающими часть его сечения [1–7], равно как и понимание их единства с позиций гидромеханики [5–7]. Такие структуры, существенно трансформирующие поток, мы называем *легкопроницаемой шероховатостью* (ЛПШ), что представляется нам более точным словоупотреблением, чем идущий от западных агрометеорологов термин *сапору* [2,4,5,7]. Экспериментальное исследование [3] и др. дает пример ЛПШ в виде многочисленных рядов жестких стержней, размещенных на дне гидравлического лотка; при этом высота потока  $H$  превосходила высоту элементов ЛПШ, «слоя стержней»,  $h$ ,  $H > h$ .

Здесь рассматриваем аналог течения [3], напорный поток в бесконечной трубе; такая простейшая геометрия многократно служила гидромеханике при отработке принципиальных вопросов моделирования [8]. Если подавляющее большинство публикаций посвящено плоским течениям (канал или пограничный слой) [1–7], то данная работа рассматривает осесимметричное течение как для проверки переносимости плоских моделей турбулентности, так и возможных новых приложений.

Проявления турбулентности в ЛПШ–течениях оказались гораздо более сложными [4,5,7], чем первоначальные представления о ней [1,2,6]. Исследования ЛПШ ведут сегодня как продвинутыми экспериментальными методами, так и апробированием различных теоретических моделей турбулентности, включая DNS– и LES–расчеты. В то же время нам представляется, что «не модные» сегодня полуэмпирические замыкания далеко не исчерпали свои возможности, принуждая теоретика проникать внутрь происходящих процессов.

Цель этой статьи – построение простейшей алгебраической модели турбулентности для случая круглой трубы с ЛПШ на стенках путём обобщения фундаментальной модели пути смешения Прандтля. При этом мы опираемся на формальный аппарат, отработанный для ламинарных ЛПШ–течений [6,7,9,10] и опыт экспериментального исследования [6].

**1. Физико–математическая постановка задачи.** Рассмотрим течение вязкой несжимаемой жидкости в бесконечной трубе с ЛПШ на стенках. Пусть радиус трубы  $R$ , а проницаемый слой препятствий имеет высоту  $h$  (рис.1). Физически элементы ЛПШ представляем себе маленькими неподвижными сферами, равномерно распределёнными в этом слое с некоторой концентрацией  $n = \text{const}$ ,  $\text{м}^{-3}$  и средним расстоянием между

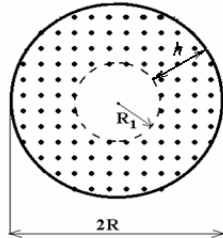


Рис.1. Нормальное сечение трубы с ЛПШ на стенках,  $R_1 = R - h$

ними более  $3 \div 5$  диаметров, при котором, можно полагать, отсутствует их взаимное гидродинамическое взаимодействие. Возможна ЛПШ и с препятствиями иной физической природы [6,7], но здесь ограничимся названной, наиболее простой.

Как и в наших предыдущих работах [6,7,9,10] и в соответствии с аналогичными моделями агрометеорологов и гидравликов [1-3], представляем воздействие ЛПШ на поток в виде распределенной массовой силы  $f(U)$  в области у стенки  $R - h \leq r \leq R$ , так что напорный стабилизированный поток в целом описывается следующим уравнением в цилиндрической системе координат с разрывной правой частью

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \cdot \tau) = -p' - \begin{cases} 0, & r \in [0; R - h) \\ f, & r \in [R - h; R] \end{cases} \quad (1)$$

Здесь исследуем случай линейной зависимости этой силы от локальной скорости потока,

$$f = k\rho n U(r), \quad \text{Н/м}^3, \quad (2)$$

что мы полагаем полезным приближением к реальному случаю, [6]. В этих записях  $\tau(r) = -\rho \langle U_x' U_y' \rangle$  – напряжение турбулентного сдвига (трение),  $\text{Н/м}^3$ ;  $p' = \Delta p / L$  – градиент давления в трубе  $\text{Н/м}^3$ ,  $p' < 0$ ;  $k$  – эмпирический коэффициент силы,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $\rho$  – плотность текущей среды,  $\text{кг/м}^3$ . В качестве граничных условий естественно полагать прилипание на стенке и максимум осредненной скорости на оси  $r = 0$ ,

$$U(R) = 0, \quad \frac{dU(0)}{dr} = 0, \quad (3)$$

а также – естественные условия сопряжения свободного  $r \in [0; R - h]$  и заторможенного  $r \in [R - h, R]$  потоков по уровню ЛПШ (их границе взаимодействия),

$$U(R - h - 0) = U(R - h + 0) = U_h, \quad \tau(R - h - 0) = \tau(R - h + 0) = \tau_h. \quad (4)$$

Уравнения (1), (3), (4) описывают известное течение, если  $f(U) \equiv 0$ .

Для турбулентного трения примем гипотезу Буссинеска

$$\tau(r) = -\rho \nu_T \frac{dU}{dr} \quad (5)$$

(знак «-» берется потому, что направление координат  $Ox$  выбрано по убыванию скорости, от оси трубы к стенке). Тогда для коэффициента турбулентной (вихревой) вязкости  $\nu_T$ ,  $m^2/s$ , необходимы те или иные допущения. Естественно ожидать, и это принимают все исследователи в данной проблеме [1,2], что в свободной области трубы сохраняет свою силу гипотеза Прандтля о пути смешения

$$\nu_T = l^2 \left| \frac{dU}{dr} \right|. \quad (6)$$

Необходимость дальнейшего замыкания состоит теперь в том, чтобы вихревую вязкость  $\nu_T(r, U, \dots)$  и путь смешения  $l(r, U, \dots)$  задать вне и внутри проницаемого слоя ЛПШ в зависимости от его параметров. Примем простейшее из возможных допущений, что внутри ЛПШ турбулентная вязкость постоянна,  $\nu_T = \text{const} = \nu_{T0}$ , а вне области ЛПШ – соответствует (5) при следующем задании пути смешения

$$l = (l_h + \kappa(R - h - r)) \sqrt{\frac{r}{R - h}}, \quad r \in [0; R - h] \quad (7)$$

(учтена поправка Миллионщикова к линейному заданию  $l(r)$  по Прандтлю). При этом  $\kappa = 0,40$  – константа Кармана, а  $\nu_{T0}$  и  $l_h = l|_{r=R-h}$  считаем некоторыми эмпирическими константами, которые надлежит выбирать из эксперимента. В дальнейшем попробуем одну из них связать с другой (раздел работы 2.3).

Сказанное замыкает математическую модель. Для исследованной ранее ламинарной задачи [9,10] условий (3) и (4) оказалось достаточно для ее однозначного решения. Как увидим далее, модель турбулентности потребует дополнительного условия сопряжения (24). Переходим к установлению связи поля скорости с параметрами трубы  $R$ , жидкости  $\rho$  и  $\nu$ , ЛПШ  $h$  и  $n$ , а также с движущим градиентом давления  $p'$ . При этом нас интересует не только формальное решение задачи, но и установление общих закономерностей течения.

**2. Решение задачи и анализ результатов.** Стремясь найти универсальные соотношения для турбулентного потока с ЛПШ, найдем безразмерную форму выражений (1)–(7). При этом характерные масштабы явлений приходится выбирать различными в каждой из двух областей турбулентного потока с ЛПШ.

**2.1. Область без ЛПШ в центре трубы,**  $r \in [0; R - h)$ . Как в известных течениях у гладких или шероховатых стенок [8], в качестве масштаба скорости следует взять динамическую скорость  $U_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ . В качестве иных характерных масштабов берем радиус трубы  $R$ , напряжение трения на стенке  $\tau_w = -p'R/2$  и молекулярную кинематическую вязкость  $\nu$ , тогда в безразмерных переменных

$$\bar{r} = \frac{r}{R}, \quad U^+ = \frac{U}{U_*}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_w}, \quad \bar{v}_T = \frac{v_T}{\nu}, \quad \bar{l} = \frac{l}{R} \quad (8)$$

сформулированная задача (1), (2), (5)–(7) для  $r \in [0; R - h)$  определяется простыми уравнениями с граничными условиями, вытекающими из (3) и (4):

$$\frac{1}{\bar{r}} \frac{d}{d\bar{r}} (\bar{r} \cdot \bar{\tau}) = 2, \quad \bar{\tau} = \bar{l}^2 \left( \frac{dU^+}{d\bar{r}} \right)^2, \quad \bar{l}(\bar{r}) = (\bar{l}_h + \kappa(1 - \bar{h} - \bar{r})) \sqrt{\frac{\bar{r}}{1 - \bar{h}}}, \quad (9)$$

$$\left. \frac{dU^+}{d\bar{r}} \right|_{\bar{r}=0} = 0, \quad U^+(1 - \bar{h}) = U_h^+, \quad (10)$$

(неизвестная величина  $U_h^+ = U^+(1 - \bar{h}) = U_h / U_*$  будет получена в 2.3 из сопряжения с заторможенным потоком). Заметим, что задача (9), (10) выражена в таких переменных, которые от числа Рейнольдса не зависят (отсутствует  $v_T(r)$ , например). Но при выводе (9) были использованы «промежуточные» соотношения, имеющие место при  $\bar{r} \in [0; 1 - \bar{h})$ :

$$\bar{\tau} = -\frac{\bar{v}_T}{Re_*} \frac{dU^+}{d\bar{r}}, \quad \text{и} \quad \bar{v}_T = Re_* \bar{l}^{-2} \left| \frac{dU^+}{d\bar{r}} \right|, \quad (11)$$

где  $Re_* = RU_* / \nu$  – «динамическое» число Рейнольдса.

Интегрирование первого уравнения (9) дает линейное распределение напряжения турбулентного трения в свободной от ЛПШ части трубы,

$$\bar{\tau} = \bar{r}, \quad (12)$$

что и следовало ожидать по аналогии с течениями без ЛПШ, [8]. В частности, на уровне ЛПШ имеем

$$\bar{\tau} = 1 - \bar{h}. \quad (13)$$

Из (12) и второго уравнения (9) получаем профиль производной скорости  $\frac{dU^+}{d\bar{r}} = -\frac{\sqrt{\bar{r}}}{\bar{l}(\bar{r})}$ , откуда имеем ее значение у границы с ЛПШ (используем размерную скорость)

$$\left. \frac{dU}{d\bar{r}} \right|_{\bar{r}=1-\bar{h}-0} = -U_* \frac{\sqrt{1-\bar{h}}}{l_h} \quad (14)$$

(индекс  $1-\bar{h}-0$  означает, что вычисляем возле  $\bar{r}=1-\bar{h}$ , но со стороны, противоположной ЛПШ). А распределения скорости  $U^+(\bar{r})$  получается в виде логарифмической формулы с неизвестной константой  $U_h^+$ :

$$U^+(\bar{r}) = U_h^+ + \frac{\sqrt{1-\bar{h}}}{\kappa} \ln \left( 1 + \kappa \frac{1-\bar{h}-\bar{r}}{l_h} \right)$$

Эта формула обобщает известное решение Прандтля [8,1,2] на случай отсутствия ЛПШ у стенки. Она приобретает более простой и универсальный вид, если безразмерный радиус ввести в виде

$$\bar{r} = 1 - \frac{\bar{r}}{1-\bar{h}} \in [0,1]$$

( $\bar{r}=1$  на оси, когда  $\bar{r}=0$ , и  $\bar{r}=0$  на уровне ЛПШ  $\bar{r}=1-\bar{h}$ ). Именно, распределение скорости преобразуется к виду:

$$U^+(\bar{r}) = U_h^+ + \frac{1}{\kappa_1} \ln \left( 1 + \frac{\bar{r}}{z_h} \right), \quad (15)$$

где  $\kappa_1 = \frac{\kappa}{\sqrt{1-\bar{h}}}$  и введен параметр  $z_h = \frac{l_h}{\kappa(1-\bar{h})}$ , заменяющий

эмпирическую константу  $l_h$ . По аналогии с классическими шероховатостями [8], назовем его «коэффициентом ЛПШ». Для будущего возможного сопоставления с экспериментом и определения по нему эмпирических констант целесообразно изучить, как  $z_h$  влияет на распределение скорости (15). Это сделать сложно из-за наличия в формулах еще двух параметров задачи,  $\bar{h}$  и  $U_h^+$ . Следующие рассуждения позволяют их элиминировать.

Получив из (15) максимальную скорость на оси трубы  $U_{\max}^+ = U^+(0)$ , подобно [8] запишем выражение для «дефекта скорости»

$$\Delta U = U_{\max}^+ - U^+ = \frac{1}{\kappa_1} \ln \left( 1 + \frac{1}{z_h} \right) - \frac{1}{\kappa_1} \ln \left( 1 + \frac{\bar{r}}{z_h} \right).$$

Еще более красивое выражение получим, введя понятие «относительного дефекта» скорости

$$\delta U = \frac{U_{\max}^+ - U^+}{U_{\max}^+ - U_h^+} = 1 - \frac{\ln \left( 1 + \frac{\bar{r}}{z_h} \right)}{\ln \left( 1 + \frac{1}{z_h} \right)}, \quad (16)$$

зависящее лишь от интересующей нас эмпирической константы  $\bar{z}_h$ , и где  $\bar{h}$ ,  $U_h^+$  и постоянная Кармана  $k$  отсутствуют. Семейство распределений (16) показано на рис. 2. Видим, что профили  $\delta U(\bar{r})$  все более сильно деформируются и напоминают логарифмику с уменьшением  $\bar{z}_h$ . С увеличением же этого параметра профили прижимаются к диагонали, все более близки к линейным. Относительный дефицит скорости  $\delta U(\bar{r})$  легко вычислить непосредственно из экспериментальных размерных профилей:

$$\delta U = \frac{U_{\max} - U}{U_{\max} - U_h}$$

( $U_h$  виден непосредственно по измеренному профилю). Следовательно, рис. 2 позволяет искать эмпирический коэффициент шероховатости  $\bar{z}_h$  из условий наилучшего приближения экспериментальных данных по скорости.

**2.2. Течение внутри ЛПШ**,  $r \in [R-h, R]$ . Здесь течение жидкости, вызванное тем же градиентом давления  $p'$ , тормозится элементами ЛПШ.

Для соответствующих уравнений движения опробовано несколько выборов характерных масштабов; наиболее простая их запись получается, если масштабом скорости взять таковую на оси в гладкой трубе при ламинарном режиме потока,  $W = \frac{-p'R^2}{4\rho\nu}$ , [8]. В безразмерных переменных

$$\bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{U} = \frac{U}{W}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_w} \quad (17)$$

поток в области ЛПШ  $\bar{r} \in [1-\bar{h}, 1]$  подчиняется следующим уравнениям:

$$\frac{1}{\bar{r}} \frac{d}{d\bar{r}} (\bar{r} \cdot \bar{\tau}) = 2 - A\bar{U}, \quad \bar{\tau} = -\frac{\bar{v}_{T0}}{2} \frac{d\bar{U}}{d\bar{r}}, \quad \bar{v}_{T0} = \text{const}, \quad (18)$$

где параметр  $A = \frac{knR^2}{2\nu}$  – безразмерная плотность ЛПШ. Заметим, что, не решая уравнений, можно видеть значение производной скорости (снова используем ее размерную величину) на уровне ЛПШ:

$$\left. \frac{dU}{dr} \right|_{r=1-h+0} = -W \frac{2\bar{\tau}(1-\bar{h}+0)}{v_{T0}} = -2W \frac{1-\bar{h}}{v_{T0}}. \quad (19)$$

Уравнения (18) становятся идентичными ламинарной задаче [9,10], если ввести искомую переменную

$$\bar{U} = \overline{v_{T0}} \cdot \bar{U}, \quad (20)$$

Окончательное уравнение для нее имеет вид

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left( \bar{r} \frac{d\bar{U}}{d\bar{r}} \right) = -4\bar{r} + A_1 \bar{r} \cdot \bar{U}, \quad \bar{\tau} = -\frac{1}{2} \frac{d\bar{U}}{d\bar{r}},$$

где  $A_1 = \frac{2A}{v_{T0}}$ . В [9] найдено общее решение этого уравнения через

функции Бесселя  $J_0(r)$ ,  $J_1(r)$ ,  $Y_0(r)$  и  $Y_1(r)$ :

$$\bar{U}(\bar{r}) = J_0(B\bar{r}) \cdot C_1 + Y_0(B\bar{r}) \cdot C_2 + \frac{4}{A_1}, \quad (21)$$

$$\bar{\tau}(\bar{r}) = \frac{1}{2} B \cdot (J_1(B\bar{r}) \cdot C_1 + Y_1(B\bar{r}) \cdot C_2),$$

где  $B = \sqrt{-A_1}$ . Подчиняя решение первому граничному условию (3) и условию сопряжения с внешним потоком (13), получаем неопределенные константы:

$$C_1 = -\frac{4B \cdot Y_1(B(1-\bar{h})) + 2A_1(1-\bar{h}) \cdot Y_0(B)}{A_1 B \cdot (J_1(B(1-\bar{h}))Y_0(B) - J_0(B)Y_1(B(1-\bar{h})))},$$

$$C_2 = \frac{4B \cdot J_1(B(1-\bar{h})) + 2A_1(1-\bar{h}) \cdot J_0(B)}{A_1 B \cdot (J_1(B(1-\bar{h}))Y_0(B) - J_0(B)Y_1(B(1-\bar{h})))}.$$

Последние соотношения совместно с (21) дают распределение скорости и трения в зоне ЛПШ трубы, показанные для примера на рис. 3. Их свойства пояснены и проанализированы в [9,10]: поля деформируются тем сильнее, чем больше плотность ЛПШ  $A_1$ . Профили (21) выглядят независимыми от эмпирического параметра  $\overline{v_{T0}}$ ; но на самом деле последний входит в  $A_1$  и  $B$ , и через них влияет на деформацию профилей.

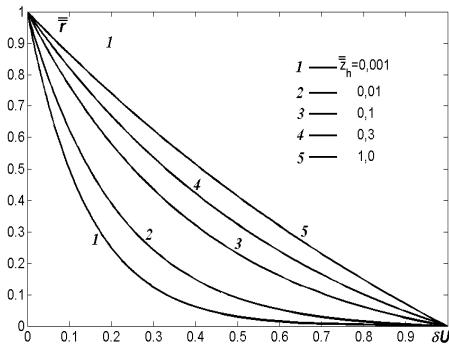


Рис 2. Относительный дефект скорости в свободной от ЛППШ области потока в зависимости от эмпирической константы  $\overline{z}_h$

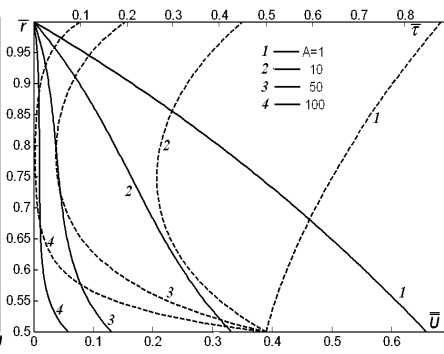


Рис 3. Профили (20) скорости (сплошные) и трения (штриховые линии) внутри ЛППШ при  $\overline{h} = 0,5$  и плотности  $A_1 = \text{var}$

**2.3. Сопряженное течение в трубе,  $\overline{r} \in [0,1]$ .** Важно, что из (21) определяем и скорость скольжения  $\overline{U}_h = \overline{U}(1 - \overline{h})$ , необходимую для внешней части профиля (15). Чтобы построить теперь распределения во всем сечении трубы, соединив их части вне и внутри ЛППШ, следует учесть различие масштабов (8) и (17), (21), характерных для этих областей,  $U_*$  и  $W$  соответственно.

Вообще, входными параметрами задачи в физических переменных (1), (5) – (7) служат заданные экспериментатором размер трубы  $R$  и градиент давления в ней  $p'$ , высота  $\overline{h}$  и плотность ЛППШ  $A$ , плотность жидкости  $\rho$  и ее вязкость  $\nu$ . По ним число Рейнольдса, меру турбулентности, можно определить как

$$Re_* = \frac{2U_*R}{\nu}, \quad \text{либо} \quad Re_{\text{л}} = \frac{2WR}{\nu}. \quad (22)$$

В силу наличия связи между ними  $Re_* = Re_{\text{л}} \sqrt{2 Re_{\text{л}}}$  и  $Re_{\text{л}} = \sqrt{\frac{1}{2} Re_*^2}$ , любое из них можно принять за меру турбулентности. Сейчас важно отметить вытекающее отсюда различие в масштабах заторможенного и свободного течений:

$$\frac{U_*}{W} = \sqrt{2 Re_{\text{л}}}, \quad (23)$$

которое необходимо учитывать при построении единого распределения



скорости. Выберем, для примера, масштаб  $W$ . Тогда скорость, найденную по (15), необходимо умножить на  $\sqrt{2 Re_{л}}$ . При этом профиль скорости заторможенного потока зависит также и от  $\overline{v_{T0}}$ , а вне ЛПШ – от  $\overline{z_h}$ , и на данном этапе обе эти эмпирические характеристики выступают независимо. Для примера, при  $Re_{л} = 0,1$  зафиксируем первый из них  $\overline{v_{T0}} = 1$ , а второй будем менять; получаемые профили скорости представлены на рис. 4. Получаем, что распределение трения (штриховая линия) от  $\overline{z_h}$  не зависит, также как и составляющая распределения скорости внутри ЛПШ (выше пунктирной линии). Распределение трения на уровне ЛПШ  $\overline{z} = \overline{h}$  испытывает излом от сложного профиля внутри ЛПШ до линейного (12) вне ЛПШ, и этот факт согласуется с экспериментом для плоского течения [3]. А профили скорости получились непрерывными, но с разрывом производной  $dU/dr$  на уровне ЛПШ, чего не было в ламинарной задаче [9] и что не подтверждается экспериментом. Такое положение наводит на ту мысль, чтобы не считать эмпирические константы  $\overline{v_{T0}}$  и  $\overline{z_h}$  независимыми, а устанавливать связь между ними из дополнительного условия сопряжения

$$\left. \frac{dU}{dr} \right|_{r=1-h-0} = \left. \frac{dU}{dr} \right|_{r=1-h+0} \quad (24)$$

(или эквивалентного ему  $v_T(h-0) = v_T(h+0)$ ). Приравнивая теперь производные (14) и (19) с учетом (23), получаем связь

$$\overline{z_h} = \frac{\sqrt{2 Re_{л}}}{\kappa(1-h)^{3/2}} \cdot \overline{v_{T0}} \quad (25)$$

Таким образом,  $\overline{v_{T0}}$  становится единственной эмпирической константой теории турбулентности с ЛПШ. Рис. 5 показывает сопряженные профили скорости (жирные линии) и трения в трубе с ЛПШ высотой  $\overline{h} = 0,3$  у стенки при различной плотности ЛПШ  $A$  и числе  $Re_{л}$ . Пары профилей скорости 1 и 2, 3 и 4 показывают, что увеличение плотности ЛПШ вызывает большую трансформацию заторможенной части профилей, а пары 1 и 3, 2 и 4 свидетельствуют, что увеличение числа  $Re_{л}$  усиливает поток в центре трубы. Последнее, однако, не сказывается на распределении трения, а лишь плотность ЛПШ  $A$  (в расчетах брали  $\overline{v_{T0}} = 0,003$ ).

**3. О достоверности численных результатов.** Достоверность теории немыслима без логической стройности ее построения. С этой целью нами рассмотрена цепочка усложняющихся задач [6,7,9,10] и отработан «ламинарный» режим течения как независимый от каких-либо

предположений относительно турбулентности. При этом проверялась возможность предельного перехода к известным результатам при отсутствии ЛПШ. Однако в данной модели турбулентности предельный переход к «обыкновенной» шероховатости места не имеет, что вообще свойственно алгебраическим (неуниверсальным) «замыканиям».

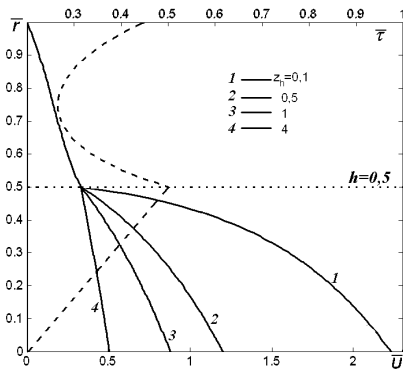


Рис 4. Поиск сопряжения скорости (сплошные линии) и трения (штриховые) выбором эмпирической константы  $z_h$

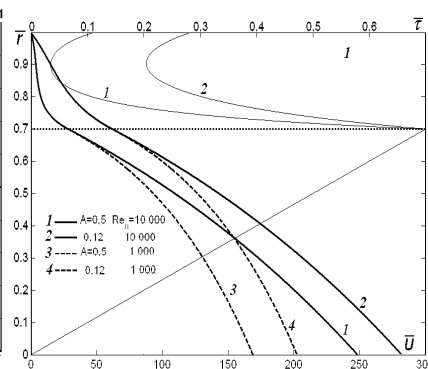


Рис 5. Сопряженные профили скорости и трения (тонкие линии) в трубе с ЛПШ в зависимости от плотности ЛПШ  $A$  и числа  $Re_d$

Окончательным критерием достоверности должно быть, естественно, соответствие экспериментальным данным. Таковые данные, однако, отсутствуют для труб круглого (или какого-либо иного сложного) сечения. Имеется лишь ограниченное число экспериментов для течения плоской геометрии с открытой водной поверхностью, [3] и др. Имеет место качественное согласование с данными таких, равно как и в пограничном слое [2,4,6], измерений: профиль трения  $\tau(z)$  является линейным вне ЛПШ, испытывает излом на ее границе и сильную трансформацию внутри; профили скорости «логарифмоподобны» вне ЛПШ и сильно «заторможены» внутри; деформация распределений скорости тем сильнее, чем больше плотность ЛПШ  $A$ ; при большой плотности движение в нижних слоях ЛПШ может вовсе остановиться [5,6]. Отдельно следует отметить наличие на некоторых расчетных профилях скорости точек перегиба (в них трение достигает минимума): они играют важную роль в современных открытиях турбулентности, с ними связывают различие масштабов турбулентности внутри и над ЛПШ, возникновение гидродинамической неустойчивости и появление особых когерентных вихрей [4,5,7]. Как видели, необходимость различного масштабирования внутреннего и наружного течений возникала и в данной теории.

Несмотря на качественное сходство, уверенность в хорошем количественном соответствии у нас отсутствует. Аналогично, нет

уверенности и в том, что эмпирический параметр  $\overline{v_{T0}}$  окажется универсальным. Следовательно, необходимо продолжить теоретическую проверку и иных возможных «замыканий» ЛПШ–турбулентности.

**Выводы.** Предложена однопараметрическая алгебраическая модель турбулентности течения в круглой трубе с легкопроницаемой шероховатостью (ЛПШ) у стенки. Показано, что течение определяется не шестью размерными параметрами, а лишь тремя безразмерными  $\bar{h}$ ,  $A$  и  $Re_d$ . Из модели также вытекает различие характерных масштабов скорости внутри ( $W$ ) и вне ЛПШ ( $U_*$ ). Вне ЛПШ имеет место логарифмическое распределение скорости (15), а внутри (в предположении линейности силы) – профиль (21).

Имеет место качественное согласование с экспериментом для плоских течений. Показано, каким образом можно по эксперименту определить значение эмпирической константы  $\overline{v_{T0}}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дубов А.С., Быкова Л.П., Марунич С.В. Турбулентность в растительном покрове. – Л.: Гидрометеиздат. – 1978. – 180 с.
2. Raupach M.R., Thom A.S. Turbulence in and above plant canopies // *Ann. Rev. Fluid Mech.* – 1981. – v.13. – P.97–129.
3. Dunn C., Lopez F., Garcia M. Mean flow and turbulence in a laboratory channel with simulated vegetation // *Urbana, Illinois: Civil Engineering Studies. Hydraulic Engineering Series. N51.* – 1996. — 162 p.
4. Finnigan J. Turbulence in Plant Canopies // *Ann Review Fluid Mech.* – 2000. – v.32. – P. 519–571.
5. Nepf H.M. Flow Over and Through Biota, Ch. 2 // *Treatise on Estuarine and Coastal Science. Elsevir Publ.* – 2011. – P. 6–27.
6. Гаев Е.А. Модели легкопроницаемой шероховатости для задач гидромеханики и теплофизики: Дисс. д-ра техн. наук: 01.02.05 / НАН Украины; ИГМ. – К., 2000. – 341с.
7. Flow and Transport Processes with Complex Obstructions: Applications to Cities, Vegetative Canopies, and Industry / Ye.A. Gayev and J.C.R. Hunt (eds). – NATO Science Series, v. 236. Springer Publ. – 2006. – 350 p.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
9. Гаев Є.О., Бердник О.М. Одновимірна ламінарна течія через круглу трубу з легкопроникною шорсткістю // *Промислова гідраліка і пневматика.* – 2008. – № 4 (22) – С.34–38.
10. Гаев Е.А., Бердник О.М. Моделирование стабилизированного потока вязкой жидкости в некруговых каналах с легкопроницаемой шероховатостью // *Прикладна гідромеханіка.* – 2011. – т.13, №2. – С. 3 – 16.