

НЬЮТОН, ЭЙЛЕР И СТАНОВЛЕНИЕ НЬЮТОНОВОЙ МЕХАНИКИ

Михайлов Г.К.

Российский Национальный комитет
по теоретической и прикладной механике, Москва, Россия

Лица, мало знакомые с историей механики, полагают иногда, что то, что мы называем сегодня ньютоновой механикой, было создано Ньютоном в его знаменитых «Математических началах натуральной философии» (1687) [23–25].

На самом деле Ньютон сформулировал лишь основные законы механики, придав им квазиаксиоматическую, но отнюдь не завершённую форму, вызывающую споры на протяжении свыше трех веков. Кроме того, он дал решение широкого круга задач механики материальной точки, к которым относятся и задачи небесной механики (заложенной в качестве самостоятельной науки именно его трудами). Однако Ньютон не предложил никакого перспективного подхода к построению динамики механических систем, твёрдого тела и механики сплошной среды. Становление «ньютоновой механики» связано, прежде всего, с трудами Эйлера, который переложил ньютоновы законы на язык математического анализа и обобщил их. В 1752 году Эйлер опубликовал мемуар «Открытие нового принципа механики» [6], в котором предложил записывать основной динамический закон механики в неподвижных декартовых координатах и применять его к бесконечно малому элементу тела (сплошной среды). Это, казалось бы, самоочевидное для нынешнего ученого предложение сыграло колоссальную роль в последующем развитии всей механики и, в частности, позволило самому Эйлеру создать завершённую динамику твёрдого тела и гидродинамику идеальной сжимаемой жидкости.

Исключительное значение «нового принципа механики» Эйлера впервые особо подчеркнул выдающийся американский ученый-механик и историк науки К.Трусделл [31–32].

1. Механика и «Математические начала натуральной философии» Ньютона¹.

Механика – наука о движении тел (материальных объектов) и о силовых взаимодействиях между телами. Это древнейшая наука, ибо человек уже при рождении имеет дело с движениями, взаимодействиями и силами.

Попытки разобраться в основах механики восходят к древности, но научные представления о механических явлениях накапливались и развивались на первых этапах истории человеческой культуры очень медленно. Поэтому законы механики, подмеченные и изученные в античности и раннем средневековье, с нашей современной точки зрения элементарны, хотя выработка их и потребовала от человечества

¹ В Приложении I в конце статьи приведена краткая биографическая справка о Ньюtone.

исключительного напряжения – освоения труднейшего пути «от живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике». Если античная статика уже близка нам, то представления древних о динамике чисто умозрительны, будучи ограничены туманными рассуждениями о причинах движения. Средневековая наука Востока и Западноевропейские школы Позднего Средневековья, о существовании которых мы узнали фактически только в XX веке, мало продвинули практические аспекты динамики.

Лишь эпоха Возрождения и начало Нового времени поставили перед зарождавшейся промышленностью и техникой грандиозные задачи, решение которых потребовало развития механики. Фактически истоки современной механики восходят к XVII веку и связаны, прежде всего, с «Беседами» Галилея (1638) [11–12], трудами Декарта и Гюйгенса [15–16].

Фундаментальный шаг к формулировке общих принципов и изложению всей рациональной механики (материальной точки) был совершен Ньютоном в его «Математических началах натуральной философии», увидевших свет в 1687 году [23]. Последняя их часть содержала математическое описание Солнечной системы, чем был заинтригован весь ученый мир той эпохи.

Сама почти детективная 20-летняя история «Начал» заслуживает более подробного освещения.

Уже в середине 60-х годов приступивший к самостоятельным исследованиям Ньютон опирался в своих рассуждениях на закон падения тел Галилея, правила геометрического сложения движений, а также на знание динамики и космологии Декарта.

Введение в механику понятия центробежных сил принадлежит, как известно, Гюйгенсу (1673) [15–16]. Ньютон пришел к этому понятию самостоятельно в середине 60-х годов. Зная способ вычисления центробежных сил и воспользовавшись третьим законом Кеплера, легко прийти к заключению о притяжении планет к Солнцу с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояний от Солнца.

Ньютон провел в 60-х годах близкие к этому рассуждения и попытался тогда же сопоставить силу тяжести на поверхности Земли с силой, необходимой для удержания Луны на ее орбите. Не исключено, однако, что первоначально использованные Ньютоном недостаточно точные данные о расстоянии до Луны привели его к неудовлетворительному результату и именно это вызвало его разочарование и повлекло тогда отказ от дальнейших попыток математической разработки системы мира. Во всяком случае, около пятнадцати лет после этого Ньютон вовсе не возвращался к вопросам динамики, посвятив себя в 70-х годах целиком оптике, теологии (со связанными с нею проблемами древней истории) и алхимии.

Над проблемой всемирного тяготения размышлял в 60-х годах и знаменитый противник Ньютона Роберт Гук. В 1666 г. Гук докладывал Лондонскому королевскому обществу свои соображения о движении небесных тел. В 1674 г. он опубликовал книжечку о движении Земли [14], в которой с поразительной прозорливостью анонсировал развиваемые им

представления об устройстве Вселенной. «Позже я изложу также систему мира, – писал он, – ... соответствующую во всем обычным правилам механического движения. Она основана на трех предположениях. Первое, – что все небесные тела ... обладают притяжением или гравитационной силой по направлению к их собственным центрам, в результате чего они не только притягивают свои собственные части и не дают им отлетать от себя, ... но также притягивают и все остальные небесные тела, находящиеся в сфере их действия ... Второе предположение заключается в том, что все тела, ... будучи приведены в прямолинейное и равномерное движение, будут продолжать таким образом двигаться далее вдоль прямой до тех пор, пока они не будут с помощью других эффективных сил отклонены и приведены к движению по кругу, эллипсу или некоторой другой, более сложной кривой линии. Третье предположение гласит, что влияние этих притягивающих сил тем сильнее, чем ближе находится тело ... к их центрам. Что касается степени влияния, то я не определил ее еще из опытов ... Сейчас же я даю здесь только намек для тех, кто имеет способности и благоприятную возможность к продолжению этого исследования и кто не лишен усердия для наблюдений и расчетов ... И я беру на себя смелость обещать тому, кто возьмется за это дело, что он найдет все великие движения в мире подчиненными этому принципу и что правильное понимание его послужит истинному совершенствованию астрономии» [14, с. 27–28].

Как видно, в 1674 г. у Гука еще не было окончательного суждения о количественном выражении закона всемирного тяготения (Гук придет к нему не позже зимы 1679/1680 г.). Тем не менее, в 1674 г. Гук уже четко сформулировал динамические принципы построения математической модели Солнечной системы, объясняя движение небесных тел универсальной силой тяготения.

В 1677 г. Гук стал секретарем Лондонского королевского общества и поздней осенью 1679 г. обратился к Ньютону с письмом, пригласив его высказаться о законах движения тел под действием притяжения. Это письмо послужило причиной возникновения интенсивной двухмесячной переписки между Ньютоном и Гуком [26, vol.2, с. 297–313]. Уже через три дня Ньютон подтвердил Гуку получение его письма, но уклонился от обстоятельного ответа, сославшись на неосведомленность (!) о работах Гука и занятость (чем?!). Впрочем, Ньютон допустил опрометчивое высказывание, отметив, что тела отклоняются при падении на Землю к востоку и двигаются по сходящейся к ее центру спирали. Торжествующий Гук почтительно указал Ньютону на то, что тела падают вовсе не по спирали, а по эллипсоподобной кривой, которая только под действием сопротивления может принимать постепенно сходящуюся спиральную форму.

Ньютон ответил на это поразительным для его непримиримого характера письмом, которое он начал с признания основных возражений Гука. «Но я представляю себе, – добавил он, – что тело не будет описывать эллипсоидальную кривую». По мнению Ньютона, тело будет при этом

описывать траекторию типа своеобразного трилистника наподобие эллиптической орбиты с вращающейся линией апсид. Удивительно, что будущий творец «Начал» так странно отреагировал в 1679 г. на замечание об эллиптичности орбит. Гук в своем очередном письме возразил Ньютону, указав, что апсиды орбиты падающего тела не будут смещаться: «Мое предположение заключается в том, что притяжение всегда обратно пропорционально квадрату расстояния от центра ... При таком притяжении апсиды будут объединены в той же самой части круга и ближайшая точка спуска к центру будет противоположна наиболее удаленной». Ньютон на это письмо не ответил, но Гук, воспользовавшись другим предлогом для обращения к Ньютону, добавил в своем последнем письме из этого цикла: «Теперь остается узнать свойства кривой линии, ... обусловленной центральной притягательной силой, под действием которой скорости уклонения от касательной или равномерного прямолинейного движения на всех расстояниях обратно пропорциональны квадратам расстояния. И я не сомневаюсь, что при помощи вашего замечательного метода вы легко установите, что это должна быть за кривая и каковы ее свойства, а также предложите физическое объяснение этому соотношению».

Что и в какой последовательности происходило в последующие четыре года, нам точно неизвестно. Дневники Гука за эти годы (равно как и многие другие его рукописи, а также хранившийся в Лондонском королевском обществе портрет) впоследствии странным образом исчезли², а Ньютон почти не выходил из своей лаборатории. Раздосадованный своей оплошностью в переписке с Гуком, Ньютон, конечно, должен был сразу же взяться за полный анализ поставленной, теперь уже чисто математической задачи и, наверное, вскоре получил свои основные фундаментальные результаты, доказав, в частности, существование центральных сил при соблюдении закона площадей и эллиптичность планетных орбит при нахождении центра притяжения в одном из их фокусов. На этом Ньютон счел, по-видимому, разработку основ развитой им позже в «Началах» системы мира для себя завершённой и на этом успокоился. Однако полученные им результаты остались затерянными среди множества других его бумаг.

В начале 1684 г. в Лондонском королевском обществе состоялась острая дискуссия о системе мира, в которой приняли участие Роберт Гук, будущий королевский астроном Эдмунд Халли (или, как его обычно именуют по-русски, Галлей) и королевский архитектором Кристофер Рен. Обсуждался закон всемирного тяготения как следствие формулы Гюйгенса для центростремительных сил и третьего закона Кеплера. При этом была прямо поставлена задача доказательства эллиптичности орбит на основе принятого закона тяготения. Однако никто из участников дискуссии не располагал тогда необходимым для ее решения математическим аппаратом.

² В причастности к этому исчезновению некоторые подозревают и самого Ньютона, приобретшего весьма большое влияние в Королевском обществе после избрания его президентом в 1703 г.

В августе того же года Халли посетил Кембридж и спросил Ньютона о том, что он думает по поводу обсуждавшейся задачи. В ответ Ньютон сказал, что уже располагает доказательством эллиптичности орбит, и пообещал разыскать и прислать свои выкладки. Далее события развивались с кинематографической для XVII века быстротой.

В конце 1684 г. Ньютон выслал в Лондонское королевское общество заявочный текст сочинения о законах движения. Но замыслы Ньютона расширились. Приведя учение о механическом движении к четким математическим формулировкам, Ньютон взялся за рассмотрение широкого круга задач динамики, связанных с движением небесных тел. Под давлением Халли, убеждавшего Ньютона опубликовать результаты своих исследований, последний начал писать большой трактат. При этом полтора десятка страниц первоначального текста превратились в две объемистые рукописи, переданные в университетскую библиотеку. Однако в плане возможной публикации и этот вариант не удовлетворил автора.

Ньютон продолжал работать со всей страстью и увлеченностью гения и в итоге окончательный текст «Начал» был написан в поразительно короткий срок, – по словам самого Ньютона, за восемнадцать месяцев (или за два с половиной года, если начинать отсчет с августа 1684 г.). Весной 1686 г. Ньютон представил в Лондон текст первой книги «Начал», содержавшей формулировку законов движения, учение о центральных силах в связи с законом площадей и решение разнообразных задач о движении под действием центральных сил. Никаких упоминаний о Солнечной системе первая книга «Начал» не содержала. Лондонское королевское общество, с энтузиазмом встретившее сочинение Ньютона, оказалось, однако, неспособным финансировать его печатание. В результате публикации «Начал» взял на себя сам Халли. Уже в июне 1686 г. Ньютон получил от него первый пробный лист набора. Далее между Ньютоном и Халли возникли деликатные переговоры в связи с тем, что Ньютон, опасаясь, как всегда, возникновения дискуссий, передумал печатать третью книгу своего сочинения, посвященную математическому описанию Солнечной системы. Однако дипломатия Халли победила, и 4 апреля 1687 г. Халли получил завершающую третью книгу «Начал» – о системе мира. Вопреки пожеланиям Ньютона не спешить с набором, Халли предпринял все возможное для его ускорения, чтобы не дать Ньютону времени еще раз передумать: 5 июля 1687 г. печатание всего сочинения было завершено. Темп, в котором Халли осуществил издание «Начал» триста лет тому назад, может быть вполне поставлен в пример современному издательству. Набор (с рукописи!), чтение корректур и печатание второй и третьей книг «Начал», составляющих несколько более половины всего сочинения, заняли ровно четыре месяца.

При подготовке «Начал» к печати Халли попытался убедить Ньютона в необходимости, так или иначе, отметить в своем сочинении роль Гука в установлении закона всемирного тяготения. Однако Ньютон ограничился лишь следующим весьма двусмысленным упоминанием Гука в одном из следствий в первой книге «Начал»: «Случай шестого следствия охватывает

небесные тела (что самостоятельно установили также наши Рен, Гук и Халли) ...». Не отдав должного Гуку, Ньютон попытался этим замечанием еще и вбить клин между Гуком, Халли и Реном.

В наши дни, избавившись от давления престижа и титулов прежних веков, необходимо все же признать видную роль Гука как предшественника Ньютона в понимании механики Солнечной системы. С.И.Вавилов сформулировал эту мысль в следующих словах: «Написать 'Начала' в XVII в. никто, кроме Ньютона, не мог, но нельзя оспаривать, что программа, план 'Начал' был впервые набросан Гуком» [39].

Вернемся, однако, к содержанию «Начал» как основы рациональной механики. В предисловии к «Началам» он подчеркнул, что «древние рассматривали механику двояко: как *рациональную* (умозрительную), развиваемую точными доказательствами, и как *практическую*»³. При этом он понимал рациональную механику весьма широко. «Геометрия, – писал он, – основывается на механической практике и есть не что иное, как та часть *общей механики*, в которой излагается и доказывается искусство точного измерения. Но так как в ремеслах и производствах приходится по большей части иметь тело с движением тел, то обыкновенно всё касающееся лишь величины относят к геометрии, всё же касающееся движения – к механике. В этом смысле *рациональная механика* есть учение о движениях, производимых какими бы то ни было силами, и о силах, требуемых для производства каких бы то ни было движений, точно изложенное и доказанное.»

Основному содержанию «Начал» предпосланы *определения* и *аксиомы*, или *законы движения*. Приведем эти основные положения, чтобы, по крайней мере, напомнить литературный стиль «Начал»:

Определение I. *Количество материи (масса)* есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально плотности и объему ее.

Определение II. *Количество движения* есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально скорости и массе.

Определение III. *Врожденная сила материи* есть присущая ей способность сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Определение IV. *Приложенная сила* есть действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Определение V. *Центростремительная сила* есть та, с которой тела к некоторой точке, как к центру, отовсюду притягиваются, гонятся или как бы то ни было стремятся.

Определение VI. *Абсолютная величина центростремительной силы* есть мера большей или меньшей мощности самого источника ее распространения из центра в окружающее его пространство.

³ Цитаты из «Начал» Ньютона приводятся здесь и далее по переводу А.Н.Крылова [25], который внимательно относился к переводу общих разделов книги. В деталях последующих ее разделов у Крылова встречаются и отдельные неточности перевода.

Определение VII. *Ускорительная величина центростремительной силы* есть мера, пропорциональная той скорости, которую она производит в течение данного времени.

Определение VIII. *Движущая величина центростремительной силы* есть ее мера, пропорциональная количеству движения, которое ею производится в течение данного времени.

Каждое из этих определений Ньютон сопровождает разъяснениями. Так, в частности, определив *врожденную силу*, он добавляет: «Эта сила всегда пропорциональна массе, и если отличается от инерции массы, то разве только воззрением на нее».

Вслед за «Определениями» следует пространное «Поучение», в котором объясняются понятия времени, пространства, места и движения, причем Ньютон подчеркивает необходимость разделять эти понятия «на абсолютные и относительные, истинные и кажущиеся, математические и обыденные».

Согласно Ньютону, «*абсолютное*, истинное, математическое *время* само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему, протекает равномерно», тогда как «*относительное*, кажущееся или обыденное *время* есть или точная, или изменчивая, постигаемая чувствами внешняя, совершаемая при посредстве какого-либо движения, мера продолжительности, употребляемая в обыденной жизни». Точно так же, «*абсолютное пространство* по самой своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным», *относительное* же «есть его мера или какая-либо ограниченная подвижная часть, которая определяется нашими чувствами по положению его относительно некоторых тел и которое в обыденной жизни принимается за пространство неподвижное». «*Место*, – по Ньютону, есть часть пространства, занимаемая телом, и по отношению к пространству бывает или абсолютным или относительным», «*абсолютное движение* есть перемещение тела из одного абсолютного его места в другое, *относительное* – из относительного в относительное же». «*Свойство покоя* состоит в том, что тела истинно покоящиеся находятся в покое и друг относительно друга», а «*свойство движения* состоит в том, что части, сохраняющие постоянное положение по отношению к целому, участвуют в движении этого целого». Наконец, Ньютон вводит понятие *сил*, говоря, что «*причины происхождения*, которыми различаются истинные и кажущиеся движения, суть те силы, которые надо к телам приложить, чтобы произвести эти движения». «Истинное абсолютное движение не может не произойти, ни измениться иначе, как от действия сил, приложенных непосредственно к самому движущемуся телу, тогда как относительное движение тела может быть и произведено и изменено без приложения сил к этому телу; достаточно, чтобы силы были приложены к тем телам, по отношению к которым это движение определяется».

Затем следуют три знаменитых закона движения:

Закон I. Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.

Закон II. Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, вдоль которой эта сила приложена.

Закон III. Действию всегда есть равное и противоположное противодействие; иначе, действия двух тел друг на друга всегда взаимно равны и направлены в противоположные стороны.

Что касается основных трех законов, то при кажущейся четкости их формулировки сразу же бросается в глаза отсутствие независимых количественных определений массы и силы, что лишает эти законы взаимной независимости.

К основным законам в «Началах» присоединены еще шесть следствий, из которых приведем здесь два, не вытекающие, вообще говоря, из самих законов:

Следствие I. Тело при совместном действии сил описывает диагональ параллелограмма за то же время, что его стороны – при раздельном.

Следствие III. Количество движения, которое составляется взятием суммы движений, совершающихся в одну сторону, и разности, когда они совершаются в противоположные, не изменяется от взаимодействия тел между собою.

В комментарии к приведенному следствию Ньютон рассматривает сохранение количества движения и при движении тел вдоль пересекающихся прямых. Так, в случае соударения тел, движущихся под углом друг к другу, он раскладывает их скорости на составляющие, параллельные и перпендикулярные плоскости взаимодействия, и говорит о сохранении количества движения системы по отдельности для нормальных составляющих и составляющих в плоскости взаимодействия.

Заметим попутно, что в Предложениях XL и XLI первой книги «Начал» содержится (правда, в неявном виде) формулировка закона живых сил для прямолинейного движения и произвольного движения под действием центральных сил.

Заключительное «Поучение» к вводной части «Начал» открывается словами: «До сих пор я излагал начала, принятые математиками и подтвержденные многочисленными опытами. С помощью первых двух законов и первых двух следствий Галилей нашел, что спуск тяжелых тел при падении пропорционален квадрату времени и что движение брошенных тел происходит по параболе ...». Далее упоминаются законы соударения тел, установленные «из этих же двух законов и из третьего» Реном, Уоллисом и Гюйгенсом. Таким образом, складывается впечатление, что Ньютон не претендовал на разработку общих основ механики⁴. Однако, на самом деле, законы движения не были никем изложены до Ньютона в

⁴ В историко-научной литературе обычно рассматривается становление только первых двух законов Ньютона. Критический анализ предыстории третьего закона был проведен не так давно Дж.Л.Расселлом [29].

виде единой системы, и их формулировка отнюдь не сводилась к элементарному объединению высказываний предшественников, свидетельством чему является все еще продолжающаяся трехвековая дискуссия об их толковании. Здесь мы встречаемся с редким случаем, когда Ньютон недооценил свою роль в развитии науки.

Основной текст «Начал» состоял из трех частей («Книг»).

Книга I открывается отделом, посвященным систематическому изложению теории пределов, которой Ньютон широко пользуется в своем сочинении. Во втором отделе книги дано замечательное доказательство закона площадей при движении тела (точки) под действием произвольной центральной силы. Затем подробно изучаются движения по орбитам в форме конических сечений, после чего исследовано движение тела вдоль прямой, на которой расположен центр сил, притягивающих обратно пропорционально квадрату расстояний.

Следует, между прочим, отметить, что, вопреки традиционной точке зрения Ньютон не дал в «Началах» конструктивного доказательства того, что под действием притяжения $\sim 1/R^2$ небесные тела движутся вокруг Солнца по коническим сечениям с фокусом в центре притяжения. На самом деле, Ньютон доказал вполне аккуратно и включил в «Начала» более легкое для того времени обратное предложение, гласящее что при движении тел по коническим сечениям под действием центростремительной силы, направленной к их фокусу, сила эта должна убывать $\sim 1/R^2$. Справедливость прямого предложения Ньютон обоснованно усматривал при этом в единственности решения задачи о движении с заданной начальной скоростью и возможности построения конического сечения, движение по которому удовлетворяет ее условиям. Однако ссылка на единственность решения звучала неубедительно для ученых того времени, поскольку само это понятие не имело тогда четкого определения. К тому же, первоначальные высказывания Ньютона по этому поводу были недостаточно четкими (почувствовав это, он несколько расширил предложенное им обоснование во втором издании «Начал»). Так или иначе, но на отсутствие у Ньютона конструктивного построения орбит для случая сил $\sim 1/R^2$ обратили внимание еще до выхода в свет второго издания «Начал» Якоб Херман и Иоганн Бернулли, которые предложили в 1710 г. свои собственные решения задачи. Все это дало основание для дискуссии о степени строгости ньютонова доказательства, всплески которой доходили до наших дней⁵.

Впрочем, «Начала» содержат решение значительно более общей задачи (Предложение XLI первой книги): «Предполагая центростремительную силу какую угодно и допуская квадратуры криволинейных фигур [т.е. взятие соответствующих интегралов], требуется найти как траектории, по которым будут двигаться тела, так и времена движения по найденным траекториям». Ньютон получил здесь результат, эквивалентный дифференциальному уравнению орбиты в полярных координатах для тела,

⁵ Наиболее убедительное обсуждение и подтверждение правоты Ньютона содержится в очерке В.И. Арнольда [35].

движущегося под действием произвольной центральной силы. Для получения окончательного ответа в каждом отдельном случае необходимо было вычислить соответствующие интегралы (что представляло, само по себе, труднейшую задачу для того времени). Удивительно, что Ньютон не сделал этого для наиболее актуального случая притяжения, обратно пропорционального квадрату расстояний от центра. Вместо этого он рассмотрел более простой математически и в некотором смысле предельный случай центральной силы, обратно пропорциональной кубу расстояний.

В отделе IX «О движении тел по подвижным орбитам и о перемещении апсид» подготавливается материал для соответствующих прикладных небесномеханических расчетов. Следующий отдел посвящен движению тел по заданным поверхностям и колебаниям маятников. Затем Ньютон переходит к движению тел, взаимно притягивающихся центральными силами. Здесь в Предложении LXVI рассматриваются, в частности, движения двух тел, обращающихся вокруг третьего тела большей массы. В 22 следствиях этого предложения фактически разбираются основные неравенства в движении Луны. После этого Ньютон посвящает два отдела вычислению сил притяжения тел, обладающих сферической симметрией и несферических, каждая точка которых притягивает с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояний или пропорциональной расстояниям. Здесь доказывается важное для обоснования небесной механики предложение о том, что два неоднородных шара, плотности которых зависят только от расстояний до их центров, взаимно притягиваются с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояний между их центрами.

Вторая книга «Начал», озаглавленная, как и первая, «О движении тел», отнюдь не является продолжением предыдущей. Это совершенно самостоятельное сочинение, посвященное механике жидкости и газа, ко времени Ньютона почти вовсе не изученной и не имевшей такого обширного фундамента, каким в механике точки являлись работы Галилея, Кеплера, Гюйгенса и других предшественников Ньютона. Книга начинается с расчетов прямолинейного движения тел в различных средах сопротивляющихся $(\sim v, \sim v^2, \sim v+v^2)$ и «Поучения» о природе сопротивления. В отделе IV рассматривается обращение тел вокруг притягивающего центра и в неоднородной среде, оказывающей сопротивление пропорционально ее плотности. Затем обсуждаются некоторые задачи гидростатики и, между прочим, показывается, что закон пропорциональности плотности жидкости давлению в ней отвечает модели среды из частиц, взаимно отталкивающих друг друга обратно пропорционально расстояниям между ними. Отдел VI посвящен расчетам колебания маятников в сопротивляющейся среде. Здесь же в обширном «Общем поучении» описаны тщательные опыты с колебаниями маятников из различного материала в различных средах, которые, помимо изучения величины сопротивления, привели Ньютона к заключению о том, что масса

тел пропорциональна весу (на эти опыты он сослался в комментарии к определению массы в начале первой книги).

Весьма интересен отдел VII второй книги «Начал», в котором исследуется движение жидкостей и изучается сопротивление брошенных тел. Сначала здесь изложено общее учение о механическом подобии. Затем устанавливается пропорциональность силы сопротивления тел при их движении в сопротивляющейся среде квадратам скоростей и линейных размеров тел и плотностям среды (попутно здесь фигурирует закон пропорциональности сопротивления элементарной площадки тела квадрату синуса угла набегания потока). При этом используется, как модель «разреженной» среды, частицы которой по отдельности ударяют движущееся тело, так и модель «плотной» среды, давление в которой передается от одних частиц другим.

После этого Ньютон рассматривает первую в истории механики задачу о движении жидкости – стационарное истечение воды из отверстия в дне сосуда. Однако, приняв неверное исходное предположение, Ньютон получил сначала скоростной напор при истечении равным половине высоты столба воды над отверстием, вместо полной высоты, следовавшей из ранее установленного правила Торричелли. Современники и сам Ньютон сразу же обратили внимание на это расхождение. Во втором издании «Начал» Ньютон радикально переработал это место, но фактически использовал при этом формулу Торричелли для скорости истечения жидкости.

Отдел VIII второй книги посвящен распространению колебаний в жидкостях и газах. Здесь найдены периоды колебаний жидкости в U-образных трубках, установлена пропорциональность скорости распространения поверхностных волн на глубокой воде корню квадратному из длины волны. Затем рассмотрено распространение звуковых волн в «упругих жидкостях» (газах) и получена первая теоретическая формула для скорости распространения звука. Ньютон предполагал процесс распространения звука изотермическим, а не адиабатическим, каковым он на самом деле является (последнее было установлено лишь в начале XIX века). В результате этого формула Ньютона занижает на 16% величину скорости звука, что не умаляет его заслуги в подходе к этой исключительно трудной для того времени задаче механики деформируемой сплошной среды. Рассуждения Ньютона при ее решении, впрочем, крайне нечетки и непоследовательны.

Заключительную часть второй книги составляет отдел «О круговом движении», в котором предложена модель вязкой жидкости⁶. Основная цель ее – окончательно опровергнуть декартово представление о системе мира, согласно которому небесные тела движутся, увлекаемые вихрями тонкой материи. Не упоминая имени Декарта, Ньютон доказывает здесь, что «планеты не переносятся телесными вихрями», а «гипотеза вихрей

⁶ При решении единственной конкретной задачи – об установившемся круговом движении вязкой жидкости Ньютон допустил грубую ошибку, замеченную первоначально в середине XVIII века Даниилом Бернулли, а затем – независимо – еще через век Дж.Г.Стоксом.

совершенно противоречит астрономическим явлениям и приводит не столько к объяснению небесных движений, сколько к их запутыванию».

Третья книга «Начал», озаглавленная «О системе мира», посвящена описанию Солнечной системы. Сначала Ньютон изложил здесь методологические принципы, которым должен следовать ученый в своих исследованиях. Затем он описал фундаментальные результаты астрономических наблюдений, на которых основывается им объяснение строения Вселенной. К этим «Явлениям», которых Ньютон насчитал шесть, он отнес закон площадей (второй закон Кеплера) для главных планет и Луны, третий закон Кеплера и аналогичные характеристики движения спутников Юпитера и Сатурна. Далее все эти явления объясняются на основе математических результатов, полученных в первой книге, и в качестве теоремы предлагается утверждение: «Тяготение существует ко всем телам вообще и пропорционально массе каждого из них», причем тяготение к каждому обратно пропорционально квадрату расстояний.

Последующая основная часть третьей книги содержит теорию движения Луны и методы определения кометных орбит. Здесь же Ньютоном дана и теория морских приливов, обусловленных действием Луны и Солнца.

Физическое ядро теоретического построения коперниковой системы мира составляет всемирное тяготение, философское толкование которого постоянно вызывало острые дискуссии. Суждения Ньютона о природе тяготения весьма осторожны. «Довольно того, – писал Ньютон в «Общем поучении» к третьей книге, присоединенном во втором издании «Начал», – что тяготение на самом деле существует и действует согласно изложенным нами законам и достаточно для объяснения всех движений небесных тел и наших морей». В этом же «Общем поучении», содержащем теологические рассуждения о Боге в рамках натуральной философии, 70-летний Ньютон использовал и часто цитируемые слова «я не измышляю гипотез», которым обычно придают значительно более глубокий общефилософский смысл, чем тот, который вложил в них здесь сам Ньютон.

Заканчивая на этом беглый обзор содержания «Начал», надо сказать, что он может дать только самое общее, поверхностное представление обо всем сочинении, так как условия краткого очерка не позволяют углубиться ни в интересные детали его содержания, ни в анализ примененных Ньютоном искусных математических приемов. Надо также отметить, что Ньютон переделывал, иногда существенно, отдельные места «Начал», особенно при подготовке второго (1713), а также и третьего (1726) их издания.

Первоначальная слава «Начал» зиждилась на созданном в них математическом описании системы мироздания. Позже в качестве основной заслуги Ньютона стали рассматривать создание им математических основ естествознания и, в частности, рациональной механики.

Беспредельная слава Ньютона, особенно в Англии, и неполная изученность его научного наследия препятствовали вплоть до последнего

времени установлению вполне объективной оценки конкретного его вклада в развитие механики. Только в наше время оказалось возможным беспристрастно разобраться в том, что же сделал Ньютон для механики сам, что было извлечено им из идей, насыщавших окружающую его атмосферу, и что из приписываемого ему он не сделал вовсе.

Подводя итоги, разделим, следуя Труделлу [31–32], вклад Ньютона в механику на две части: часть, принесшую ему наибольшую славу, но не всюду и не вполне оригинальную, и часть, оставшуюся по преимуществу в тени, но абсолютно самостоятельную.

Итак, Ньютон явно сформулировал основы механики точки (законы Ньютона), материал для построения которых он блестяще извлек из того, что уже высказывалось его предшественниками.

Ньютон математически обосновал коперникову систему мира, опираясь на всеобщий закон всемирного тяготения и основы механики. Сам закон всемирного тяготения и даже постановка задачи о математическом обосновании коперниковой системы были публично сформулированы до завершающих работ Ньютона, и здесь Ньютон имел выдающегося соперника в лице Роберта Гука. Но никто из его современников не располагал еще в тот момент аппаратом, необходимым для строгого решения поставленной грандиозной задачи.

Обладавший тайной математического анализа Ньютон справился с ней, хотя мы и не знаем точно, в какой мере и как именно он использовал при этом математический анализ. Последователи Г.В.Лейбница на континенте созрели для решения подобных задач лишь на четверть века позже – в начале XVIII века, – и, безусловно, они испытывали на себе при этом мощное влияние Ньютона.

Заложив фундамент классической механики, Ньютон, вопреки распространенному мнению, не достроил, однако, все ее здание. У него нет общих уравнений движения, нет в явном виде механических систем (содержащих в общем случае более двух точек), нет уравнения момента количества движения, нет никаких подходов к механике абсолютно твердого тела и, тем более, никаких общих подходов к механике сплошной среды. Именно поэтому правильнее говорить о создании Ньютоном механики точки. Переход к механике системы, твердого тела и сплошной среды требовал привлечения дополнительных соображений, которыми Ньютон не располагал, да и едва ли мог тогда располагать.

Вместе с тем, в «Началах» Ньютона, преимущественно во второй их книге, содержится много совершенно оригинальных результатов, о которых обычно подробно не говорят (может быть, часто по неведению). Хотя почти ничего из этого нового не вошло в последующем в науку без существенной переработки, но во всем этом чувствуется почерк гения. Это – общие принципы динамического подобия механических систем, задача об истечении жидкости из отверстия, распространение волн на воде и колебания жидкости в трубках, сопротивление тел в разреженных и плотных средах, распространение звука, внутреннее трение в жидкостях, и,

наконец, некоторые виртуозные подходы в частной задаче трех тел (теория движения Луны).

Таким образом, «Начала» создали платформу для построения всей рациональной механики, которое было в значительной степени завершено в XVIII веке преимущественно трудами Леонарда Эйлера, Жана Даламбера и Луи Лагранжа. Восемнадцатый век принес сначала общие дифференциальные уравнения движения точки в неподвижных координатах, затем основы механики систем, твердого тела, идеальной жидкости, начала вариационных принципов механики и, наконец, аналитическую механику (в смысле Лагранжа). Деятнадцатому веку, помимо общего продвижения заложенных ранее разделов классической механики (особенно в области вариационных принципов), было оставлено, в части основ, пожалуй, только рассмотрение напряженно-деформированного состояния упругих тел и движения вязких (ньютоновых) жидкостей, а также привлечение теории разрывов в газовой динамике (завершившей свое формирование с использованием термодинамических представлений лишь в XX веке). И лишь в наши дни добропорядочно детерминистическая ньютонова механика подвергается риску проникновения в нее «странных» нелинейностей и «хаоса».

2. Введение математического анализа в механику и механика Эйлера⁷.

Как сказано, «Начала» Ньютона были изложены с помощью синтетических геометрических методов античных авторов и не содержали в явном виде никаких элементов того, что мы называем теперь «математическим анализом», т. е. ни дифференциального, ни интегрального исчисления.

Впервые дифференциальные уравнения движения тела (материальной точки) были непосредственно выписаны и использованы в работах П.Вариньона конца 1690-х годов и опубликованы в «Мемуарах» Парижской Академии наук за 1700 год. Определенный этап во внедрении математического анализа в механику принадлежит Я.Херману, опубликовавшему в 1715/1716 г. обширную монографию «Форономии» [13], посвященную различным задачам механики и гидравлики. На общем геометрическом фоне доказательств Хермана дифференциальные уравнения движения появляются у него при рассмотрении задач о движении тела в сопротивляющейся среде, причем Херман расценивает их использование как новый метод исследования движения.

Посеянные И.Ньютоном на подготовленной преимущественно трудами Г.Галилея (1564–1642) ниве, основы динамики созрели окончательно именно в двадцатых годах XVIII в., когда они оказались готовы к бурному плодоношению и нуждались лишь в орошении широким потоком благотворных аналитических методов. Развитие систематического подхода к решению задач, равно как и углубление самих основ динамики, сдерживалось отсутствием хорошо разработанного общего аналитического

⁷ В Приложении II приведена краткая биографическая справка об Эйлере.

изложения. На преодоление этого препятствия и направил поначалу свои усилия молодой Л.Эйлер. Он поставил перед собой задачу упорядочить всю динамику точки того времени и переложить ее на язык математического анализа. Это было исполнено им в двухтомной «Механике» [4], опубликованной в 1736 г. в качестве дополнения к «Комментариям» – основному научному журналу Петербургской Академии наук, не справлявшемуся с потоком работ Эйлера.

Обсуждая в предисловии к первому тому «Механики» синтетический метод изложения ньютоновых «Начал», Эйлер писал⁸: «Однако, если анализ где-либо и необходим, так это особенно относится к механике. Хотя читатель и убеждается в истине выставленных предложений, но он не получает достаточно ясного и точного их понимания, так что, если чуть-чуть изменить те же самые вопросы, он едва ли будет в состоянии разрешить их самостоятельно, если не прибегнет сам к анализу и те же предложения не разрешит аналитическим методом. Это как раз случилось со мной, когда я начал знакомиться с ‘Началами’ Ньютона и ‘Форономией’ Хермана; хотя мне казалось, что я достаточно ясно понял решение многих задач, чуть отступающих от них я уже решить не мог. И вот тогда-то я попытался, насколько умел, выделить анализ из этого синтетического метода и те же предложения для собственной пользы проработать аналитически; благодаря этому я значительно лучше понял суть вопроса. Затем таким же образом я исследовал и другие работы, относящиеся к этой науке, разбросанные по многим местам, и лично для себя я изложил их планомерным и единообразным методом и привел их в удобный порядок. При этих занятиях я не только встретился с рядом вопросов, ранее совершенно незатронутых, которые я удачно разрешил, но я нашел много новых методов, благодаря которым не только механика, но и самый анализ, по-видимому, в значительной степени обогатился. Таким образом и возникло это сочинение о движении, в котором я изложил аналитическим методом и в удобном порядке как-то, что я нашел у других в их работах о движении тел, так и то, что я получил в результате своих размышлений».

В «Механике» Л.Эйлер впервые систематически изложил динамику свободной материальной точки и точки, находящейся на заданной кривой или поверхности. При этом им последовательно изучались движения точки в случае отсутствия сопротивления (в пустоте) и в сопротивляющейся среде. Всё исследование велось в натуральных координатах, связанных с траекторией движения точки.

Разобрав в «Механике» динамику точки, Л.Эйлер предпринял тогда же безуспешную попытку рассмотреть и движение твердого тела (с помощью введенного в первом томе «Механики» понятия восстанавливающей силы – *vis restituens*). Однако, как признался Эйлер в предисловии к своему трактату, решение этой задачи «вследствие недостаточности принципов» пришлось отложить «на будущее». Это не помешало ему сформулировать тогда же план построения всей механики, как она представлялась ему в

⁸ Русский перевод цитирован здесь и ниже по книге [9].

середине 30-х годов. В общем примечании к первой главе первого тома «Механики» (§ 98) он писал:

«Сначала мы будем рассматривать тела бесконечно малые, т.е. те, которые могут рассматриваться как точки. Затем мы приступим к телам, имеющим конечную величину, – тем, которые являются твердыми, не позволяя менять своей формы. В-третьих, мы будем говорить о телах гибких. В-четвертых, о тех, которые допускают растяжение и сжатие. В-пятых, мы подвергнем исследованию движение многих разъединенных тел, из которых одни препятствуют другим выполнить свои движения так, как они стремятся это сделать. В-шестых, будет рассматриваться движение жидких тел. По отношению к этим телам мы будем рассматривать не только то, как они, предоставленные сами себе, продолжают движение, но, кроме того, мы будем исследовать, как на эти тела воздействуют внешние причины, т.е. силы».

В середине 1730- годов Эйлер занялся теорией корабля, предприняв исследование плавающих тел и подойдя тем самым к построению динамики твердого тела. Вследствие сложностей с подысканием издателя двухтомная «Корабельная наука» Эйлера [5] вышла в свет с большим запозданием, только в 1749 г., уже после публикации «Трактата о корабле» французского П.Буге (1746) [1], что лишило Эйлера во многом приоритета.

Фундаментальный прорыв в завершении построения механики связан с мемуаром Эйлера «Открытие нового метода механики», представленном Берлинской Академии наук в 1750 году [6]. В этом мемуаре Эйлер изложил открытый «общий и фундаментальный принцип всей механики», как он его квалифицировал:

Указанный принцип, по словам Эйлера, можно рассматривать «как единственный фундамент всей механики и других наук, которые трактуют о движении произвольных тел». Эйлер писал, что «именно на этом единственном принципе должны быть основаны все другие принципы, как те, которые уже получены в механике и гидравлике и которыми пользуются сейчас для определения движения твердых и жидких тел, так также и те, которые пока еще неизвестны и которые нам нужны для развития как указанных выше случаев твердых тел, так и многих других, которые относятся к жидким телам».

Принцип заключался в систематическом математическом применении основного закона динамики (второго закона Ньютона, или принципа ускоряющих сил) в проекциях на неподвижные оси координат для каждой бесконечно малой частицы (в том числе и для материальной точки):

$$2M \, ddx = P \, dt^2, \quad 2M \, ddy = Q \, dt^2, \quad 2M \, ddz = R \, dt^2.$$

Здесь M – масса частицы, а P , Q и R – составляющие внешних сил. Наличие в левой части уравнений коэффициента 2 объясняется своеобразной системой исходных физических единиц, применявшейся в то время Эйлером (принимались только две независимые физические единицы – длина L и сила F , что влекло введение дополнительной безразмерной

величины, каковой оказывалось ускорение; при этом размерности силы F и массы M совпадают, а время имеет размерность $L^{1/2}$ [45])

Итак, «новый принцип» Эйлера включал выделение элементарной частицы из сплошной среды и применение к ней основного закона Ньютона, записанного в проекциях на оси неподвижной системы координат. Сейчас трудно себе даже представить тот скачок, который придала механике эта работа Эйлера, которая кажется нам сегодня самоочевидной. Но именно она открыла самый простой и естественный путь для построения динамики твердого тела и, главное, механики сплошной среды. Справедливости ради надо отметить, что запись основного закона динамики в проекциях на оси неподвижной системы координат применительно к изучению движения материальной точки была предложена в качестве самостоятельного «принципа» механики еще Маклореном в 1742 г. в его «Трактате о флюксиях» [22], написанном в ньютоновых обозначениях, но его предложение прошло практически незамеченным [47].

Приложив «новый принцип» к вырезанному из жидкости элементарному параллелепипеду, Эйлер сразу же построил общие уравнения движения идеальной жидкости, открыв путь для последующего развития механики сплошной среды.

С помощью своего «нового принципа» Эйлер попытался вывести сразу же и общие уравнения вращения твердого тела, однако представил их первоначально в малодоступной для исследования несимметричной форме, отнесенной к неподвижной системе координат.

В 1755 г. Сегнер опубликовал небольшое сочинение, посвященное исследованию свободных осей вращения произвольных тел [30]. Понятие свободной оси вращения использовалось Эйлером ранее в его «Корабельной науке» [5], но там он не утверждал еще, что каждое тело, как это установил Сегнер, имеет три взаимно перпендикулярные оси свободного вращения. По признанию Эйлера, ознакомление с работой Сегнера побудило его вернуться к изучению вращения твердых тел и дало в руки путеводную нить для построения компактной общей теории. В результате, в своих работах по теории вращения твердых тел, относящихся к концу 1750-х годов (но опубликованных в «Мемуарах» Берлинской академии лишь в 1765 г.), Эйлер использовал в качестве основной системы координат главные оси инерции тела, являющиеся свободными осями вращения, и придал общим динамическим уравнениям ставшую ныне классической (с точностью до обозначений) форму:

$$dx + \frac{c-b}{a} yzdt = \frac{Pdt}{Ma}, \quad dy + \frac{a-c}{b} xzdt = \frac{Qdt}{Mb}, \quad dz + \frac{b-a}{c} xydt = \frac{Rdt}{Mc}$$

Здесь M – масса, a, b, c – главные центральные моменты инерции тела (обозначавшиеся у Эйлера через aa, bb и cc), P, Q, R – моменты внешних сил (Эйлер записывает эти уравнения с коэффициентом $2g$ в правой их части, что объясняется уже упоминавшимся выше использованием

отличной от современной системы физических единиц). Тогда же Эйлер исследовал и первый знаменитый случай интегрируемости в задаче о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки – центра масс. Эйлеру принадлежит, наконец, и разработка кинематики твердого тела, включая вывод обеих форм кинематических уравнений вращения (одну из которых иногда называют уравнением Пуассона), а равно и развернутое учение о моментах инерции (геометрия масс), за исключением, впрочем, построения эллипсоида инерции.

Завершением основного этапа исследований Эйлера по динамике твердого тела явился его трактат «Теория движения твердых тел» (1765) [7], который он закончил в 1760 г. и считал третьим томом своей «Механики». Эйлер продолжал заниматься динамикой твердого тела и в последующие годы. В частности, в его сочинении «Новый метод определения движения твердых тел» (1776) [8] впервые выписаны совместно 6 уравнений движения произвольного тела, представляющие законы количества движения и момента количества движения:

$$\begin{aligned} \int dM \frac{d^2x}{dt^2} = P, & \quad \int zdM \frac{d^2y}{dt^2} - \int ydM \frac{d^2z}{dt^2} = S, \\ \int dM \frac{d^2y}{dt^2} = Q, & \quad \int xdM \frac{d^2z}{dt^2} - \int zdM \frac{d^2x}{dt^2} = T, \\ \int dM \frac{d^2z}{dt^2} = R, & \quad \int ydM \frac{d^2x}{dt^2} - \int xdM \frac{d^2y}{dt^2} = U. \end{aligned}$$

(У Эйлера эти уравнения записаны с дополнительным коэффициентом в правой их части, как и в приведенной выше системе уравнений.) Трусделл считает это место у Эйлера первым в истории механики появлением обоих этих законов в качестве «*фундаментальных, общих и независимых законов механики* для всех видов движения всех видов тел». В связи с этим Трусделл предложил называть совокупность этих законов механики законами Эйлера⁹.

Оценивая совокупный вклад Эйлера в становление рациональной механики в середине XVIII века, необходимо отметить особую черту Эйлера, которому было достаточно усмотреть малейший намек на какой-либо новый подход, чтобы развить стройную и четкую теорию. И этим он часто пользовался. Исследования Эйлера пересекались в большинстве разделов механики главным образом с работами Даламбера. Особенно тесно переплетались они в динамике твердого тела и в подходах к построению гидродинамики идеальной жидкости. Даламбер был, бесспорно, гениальнейшим соперником Эйлера в механике. Ему принадлежали выдающиеся идеи, часто опережавшие исследования Эйлера, но эти идеи почти никогда не выражались Даламбером в ясной

⁹ Мы не затрагиваем здесь вовсе фундаментальные результаты Эйлера в области прикладной механики (теория корабля, теория трения, гидравлические турбины и др.).

форме и практически никогда не были реализованы им самим в совершенстве. В результате для большинства конкурирующих работ Эйлера и Даламбера будущее осталось за работами Эйлера. К сожалению, тщательный сравнительный анализ работ Эйлера и Даламбера по механике до сих пор не выполнен. Проведение его дополнительно затруднено теми сложными отношениями, которые установились между ними обоими с самого начала 50-х годов и наложили резкий отпечаток как на осторожный характер их переписки, так и на стиль взаимных ссылок (или, скорее, отсутствие таковых) в их сочинениях.

Помимо прямого вклада Эйлера в становление рациональной механики необходимо еще подчеркнуть создание им современного научного языка. Эйлер является единственным ученым XVIII века, труды которого читаются сегодня так же легко, как и труды наших старших современников¹⁰. В «Трактате по небесной механике» Лаплас писал, что Эйлер, «благодаря своим открытиям во всех областях анализа и совершенству, внесенному им в язык, может считаться отцом современного анализа» [19, с. 152]. М.В.Остроградский по этому поводу заметил: «Это название отца заслужено, так как именно Эйлер создал современный анализ и современный язык геометров. Пусть попробуют обратиться к трудам предшествующих и современных ему математиков; пусть почитают Паскаля, Лейбница, Бернуллы, Клеро, Даламбера и др.; это чтение покажется утомительным, как и всех трудов, язык которых устарел, последовательность и выражение мыслей нам чужды» [49, с. 309–310].

3. 300 лет дискуссий о фундаментальных понятиях механики и ее основных законах.

Взаимозависимость трех фундаментальных законов Ньютона, отсутствие в «ньютоновой механике» явного определения масс и сил с самого начала вызывали желание перестроить основные положения динамики. Исключить силы из механики пытались и Даламбер, и Герц. Альтернативу законов Ньютона искали в разработке вариационных методов механики. Однако при этом дело сводилось к математизации механики за счет известного выхолащивания ее рационального содержания. Начало этому было положено, пожалуй, Лагранжем, который гордился тем, что его «Аналитическая механика» [17–18] не содержит рисунков. Трусделлу принадлежит особо резкая, шокирующая многих современников критика «Аналитической механики» Лагранжа за выхолащивание в ней ее рационального содержания.

Во второй половине XIX в. механика привлекла внимание широких кругов естествоиспытателей. Открытие закона сохранения энергии и попытки выработать единое механистическое описание; мира потребовали уяснения основных представлений механики. В связи с этим, прежде всего, были предприняты усилия осмыслить (или переосмыслить) законы «ньютоновой механики». Принципиальные трудности формальной

¹⁰ Стиль и язык математических работ последнего полувека стали предъявлять к читателю столь высокие требования в области узкой специализации, что сравнивать их со стилем Эйлера невозможно.

аксиоматизации основ механики (и в частности определения понятий массы и силы) повлекли широкую и порой острую дискуссию, в которой приняли в той или иной мере участие почти все крупнейшие, в том числе и русские, ученые того времени.

В связи с интересом к указанному кругу вопросов философский факультет Гёттинггенского университета предложил в 1869 г. конкурс на премию за лучшее сочинение, посвященное критической истории основных принципов механики. При этом факультет четко сформулировал требования как к исторической части исследования (в частности: «когда, кем и по поводу каких определенных задач каждый отдельный существенный принцип механики был впервые найден и высказан»), так и к анализу логической и опытной обоснованности принципов, а также их взаимосвязи с философскими теориями. На конкурс было подано пять работ. Первой премии было удостоено сочинение Э.Дюринга «Критическая история общих принципов механики» [2–3]. Следующим сочинением аналогичного характера явился «Историко-критический очерк развития механики» Э.Маха [20–21].

Особые трудности вызывают, как известно, ньютоновы определения массы и силы («движущей величины силы» – по терминологии Ньютона) в их взаимосвязи с основным законом движения, а также взаимоотношение первых двух законов движения. Конструктивную критику ньютоновых определений и законов предпринял спустя двести лет после выхода «Начал» Эрнст Мах. Он проанализировал воззрения Ньютона на время, пространство и движение и специально рассмотрел связь принципа противодействия с понятием массы. В частности, он ввел отличное от ньютонова определение массы по ее инерционным свойствам (через третий закон).

Последнее предложение нашло широкий отклик, проникнув теперь даже в некоторые наши школьные учебники. В них по-прежнему сохраняются все три закона Ньютона, но первый из них рассматривается уже в качестве утверждения о существовании инерциальных систем отсчета.

В связи с неясностью определения силы особую остроту приобрели, в частности, дискуссии о силах инерции и центробежных силах. Они проходили как в Западной Европе, так и в России¹¹. Одна из таких дискуссий проходила в 1890-х годах в Киеве. Основное участие в ней приняли профессора Н.Н.Шиллер, В.П.Ермаков и Г.К.Сулов [36]. Следующий всплеск дискуссии возник в СССР в середине 1930-х годов. Среди инициаторов ее был и Г.К.Сулов. Формально она началась с критики ошибок в учебниках профессора Л.Б.Левенсона по прикладной механике. Начатая весной 1936 г. в «Вестнике инженеров и техников», она перекинулась по инициативе Л.Б.Левенсона в основной советский философский и общественно-экономический журнал «Под знаменем марксизма», посвятившей ей 180 страниц (1936, №№ 8, 11–12, 1937, №№

¹¹ Обширный список работ, затрагивающих проблемы сил инерции, можно найти в статье Л.Б.Левенсона [44], по существу носящей весьма дискуссионный характер.

2–5). В ней приняли тогда участие, помимо Л.Б.Левенсона, профессора А.И.Морошкин, Н.А.Слезкин, С.Л.Соболев, В.Г.Фридман и др. Редакция журнала придавала дискуссии философско-методологический характер и подвела ее итоги с позиций «диалектического материализма». Ошибкам же Л.Б.Левенсона была посвящена в 1937 г. и статья М.А.Лаврентьева, Н.Е.Кочина, С.Л.Соболева и Б.И.Сегала [43].

Вопрос о трактовке сил инерции и роли третьего закона Ньютона продолжал волновать научную общественность.

В октябре 1985 г. Институт проблем механики АН СССР провел специальное совещание об основах классической механики и их роли в преподавании механики. Не останавливаясь на деталях, отметим, что совещание не пришло ни к какому единогласному заключению. Основными спорящими сторонами выступали академики А.Ю.Ишлинский и Л.И.Седов, придерживавшиеся диаметрально противоположных взглядов на «реальность» сил инерции. В связи с этим А.Ю.Ишлинский изложил свои взгляды на основы механики и силы инерции в двух специальных монографиях [41–42]. Его попытки опубликовать сформулированные им принципы построения механики в «Докладах» АН СССР не увенчались, впрочем, успехом, встретив формальные возражения. Материалы Совещания 1985 г., в котором приняли также участие С.К.Асланов, И.И.Ворович, В.Ф.Журавлев, Л.Г.Лойцянский, И.В.Новожилов, Г.Ю.Степанов, П.В.Харламов и др., были опубликованы в серии препринтов (преимущественно Институт проблем механики АН СССР).

В некоторой мере сбалансированный, хотя и субъективный, разбор основ «ньютоновой» механики был дан в специально этому посвященной монографии П.В.Харламова (1995) [50]. Глубокий и всесторонний историко-критический анализ основ механики Ньютона можно найти также в «Лекциях» академика И.И.Воровича (2004) [40].

Приведенная краткая справка свидетельствует о том, что основы «ньютоновой» механики остаются и по сей день предметом горячих споров.

4. Механика сегодня.

Основы *рациональной механики* были заложены Ньютоном в конце XVII века и окончательно сформулированы Эйлером в XVIII веке. Тогда термин *механика* был всем ученым понятен. После радикальной математизации механики Лагранжем труды по рациональной механике печатались в «толстых» журналах преимущественно в разделах «прикладная математика».

Однако на рубеже XX века перед рациональной механикой возникли совершенно новые задачи, связанные с механикой сплошной среды (сначала с гидроаэродинамикой, а затем и с механикой деформируемого твердого тела).

Поэтому термин «механика» вернулся в широкое обращение (особенно после I Мировой войны). Первоначально, для противопоставления прикладной математике, стали говорить о «прикладной математике и механике». Так был назван созданный в 1921 г. известный журнал

«Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik» (ZAMM). Первые международные конгрессы по механике, созывавшиеся с 1924 года, стали даже называться Международными конгрессами по прикладной механике (с 1964: по теоретической и прикладной механике).

Однако в последние десятилетия механика, как наука, стала испытывать притеснения с разных сторон. Со стороны соответствующих министерств, ведающих высшей школой, систематически проявляется тенденция по сокращению учебных планов преподавания механики в университетах и высших технических учебных заведениях, сокращается фондовое финансирование. В результате происходит заметное снижение в прошлом весьма высокого уровня фундаментальной подготовки широких специалистов.

Раньше механика фигурировала наравне с другими фундаментальными науками. Так, например, Физматгиз выпускал серию: математика, механика, физика, астрономия. Теперь же в определенных кругах, к которым принадлежат многие физики, считают, что механика не существует в качестве самостоятельной науки.

Трактуя механику, физики часто ошибаются. На это обращал внимание, в частности, Л.И.Седов. Особенно жестко критиковал физиков острый на язык и не стеснявшийся в выражениях Труделл, утверждавший, что физики, как правило, не понимают основ механики.

Отсутствие единства в оценке роли механики среди других наук было отражено в вышедшем в 2004 г. вводном томе «Большой Российской энциклопедии» [38]. Обширная глава тома «Наука» (74 страницы) подписана 23 учеными разного ранга, что не позволяет определить авторство отдельных частей этой главы. Освещение развития механики здесь отражает разноречивые в существующих взглядах на эту науку. Так, в разделе, посвященном XVIII веку, имеется подраздел «Естественные науки. Техника», где «механика» упоминается единожды в связи с работами «немецкого ученого» (!) Эйлера по гидравлике и теории упругости (!) и работами Д.Бернулли по гидродинамике (!). В разделе, касающемся XIX и начала XX века, подраздел «Естественные науки» включает физику, астрономию, математику, химию, географию, геологию, биологию, медицину и сельскохозяйственные науки (механики нет вовсе!). «Прикладная механика» упоминается коротко лишь в подразделе «Технические науки». Наконец, в XX веке «Механика» появляется полноценно в подразделе «Естественные и точные науки», причем посвященный ей текст начинается со слов: «Созданный в XIX в. мощный аналитический аппарат теоретической механики ...».

20 марта 2008 г. председатель Российского Национального комитета по теоретической и прикладной механике академик Г.Г.Чёрный выступил в Московском политехническом музее с полемической публичной лекцией «Вечно новая механика». В качестве эпиграфа презентационного титульного листа он поместил слова:

«Лишь благодаря механике достижения физики, химии и других естественных наук могут стать полезными человечеству».

Действительно, рациональная механика лежит в основе большинства технических приложений в машиностроении, транспорте (включая наземный, водный и воздушный), космонавтике, приборостроении; даже проблемы атомной промышленности (после установки ТВЭЛов) переходят в значительной мере в сферу механики. Ставшая модной в последние годы мехатроника представляет собой динамику механических систем с использованием мощной вычислительной техники. Физико-химическая гидродинамика, включающая теорию горения, детонации и теплопереноса, – это, прежде всего механика. К механике перешли и проблемы магнитной гидродинамики. Круг изучаемых механикой моделей непрерывно расширяется. Это, например, геофизическая механика с динамической метеорологией, океанологией, механикой недр и вулканологией.

Наконец, современные грамотные ученые-механики претендуют на принадлежность к механике, по крайней мере, специальной теории относительности.

Ставшие особенно модными в последние годы нанотехнологии являются по существу также объектами механики. Как показывает опыт, атомарные подходы к изучению наноматериалов и нанопроцессов часто не проходят вследствие возникающих при этом невероятных вычислительных трудностей даже для самых мощных современных компьютеров. В результате для изучения этих материалов и процессов нужно создавать *механические модели*, которые всегда могут быть усовершенствованы в соответствии со ставящимися задачами. Любопытно, однако, что из 25 объявленных вакантных мест для избрания в члены-корреспонденты РАН по нанотехнологиям на последних выборах ни одного не было выделено Отделению энергетики, механики и процессов управления.

Академик Г.Г.Чёрный резюмировал свою лекцию в Политехническом музее словами о том, что вечно юная и вечно новая механика непрерывно развивается.

Приложение I. К биографии Ньютона.

Жизнь Ньютона не отличалась внешне особым разнообразием, но внутреннее ее содержание было нетривиально и во многом таинственно.

Фамилия Ньютон (Newton) нередка в Англии, восходя этимологически к словосочетанию New town и имея русской калькой фамилию Новгородцев. Предки Ньютона перешли в конце XVI века из разряда земледельцев в землевладельцы, и дед Ньютона приобрел поместье в местечке Вулсторп (близ Грэнтема в Линкольншире), где и было суждено вскоре родиться его великому внуку. Однако отец Ньютона все еще оставался неграмотным, не умея подписать своего имени.

Айзек, или, как его традиционно именуют по-русски, Исаак Ньютон родился в Вулсторпе на Рождество 25 декабря 1642 г. (4 января н. ст. 1643 г.). Его отец скончался до рождения единственного сына. Ребенок родился хилым, что не помешало ему благополучно прожить затем 84 года. Детство Ньютона прошло в условиях материального достатка, но было лишено

семейной теплоты. В 1647 г. мать вышла вторично замуж – за немолодого уже священника из соседнего местечка – и переехала к нему, оставив сына с бабушкой в Вулсторпе. В течение последующих лет отчим практически не общался с пасынком. Примечательно, что спустя почти десять лет после смерти отчима девятнадцатилетний Ньютон включил в подготовленный им к исповеди ко дню св. Троицы длинный перечень своих грехов и детские угрозы отчиму и матери сжечь их дом. Душевным надломом в детстве некоторые современные исследователи объясняют его болезненную нелюдимость и желчность, проявившиеся впоследствии в отношениях с окружающими.

Мало достоверных свидетельств осталось о детских и юношеских годах Ньютона. Школа не оставила ему друзей юности, как, впрочем, позже их не оставил и университет. Благодаря проявленным юношей способностям мать отказалась от намерения сделать сына фермером, и в 1661 г. Ньютон поступил в наиболее престижный колледж Кембриджского университета – колледж св. Троицы (Тринити-колледж), окончательно порвав свои духовные связи с Вулсторпом. Однако достаточно состоятельная к тому времени мать поспешила обеспечить сыну независимое положение в университете, чем обрекла его сначала на традиционное для низшего разряда студентов прислужничество более состоятельным или старшим коллегам. Впрочем, в 1664г., при не вполне ясных обстоятельствах и при безусловном покровительстве с чьей-то стороны, Ньютон получил одну из 62 стипендий, дававших право на последующее принятие в члены (Fellows) колледжа.

Ранний период поразительной творческой активности Ньютона, получивший у его позднейших биографов название *годов чудес* (anni mirabiles), приходится на пору студенчества Ньютона. Это были страшные чумные 1665 и 1666 годы, когда занятия в Кембридже частично приостанавливались. Значительную долю этого времени Ньютон провел в родной деревне. К этим *годам чудес* относится зарождение у Ньютона, не имевшего до поступления в университет практически никакой математической подготовки, фундаментальных идей, легших, по-видимому, в основу большинства его последующих великих открытий, – от элементов теории рядов и математического анализа до новых подходов в физической оптике и динамике, включая вычисление центробежной силы и возникновение, по крайней мере, догадки о законе всемирного тяготения.

Если на первом университетском экзамене по математике профессор Барроу был поражен отсутствием у Ньютона достаточного знания «Начал» Евклида, то вскоре он полностью изменил свое мнение о студенте. В 1667г. Ньютон стал бакалавром и младшим членом колледжа, в 1668г. – магистром и старшим членом колледжа. Наконец, осенью 1669 г. двадцатилетний Ньютон получил одну из восьми привилегированных королевских профессур Кембриджа – Лукасовскую кафедру математики, унаследованную им от оставившего ее Барроу.

Согласно уставу Тринити-колледжа его члены должны были принимать священство. Это ожидало Ньютона в 1675 г. Но к этому времени он, по

существо, впал в страшнейшую для правоверного христианина ересь арианства, придя на основании изучения источников к отказу от одного из основополагающих догматов церкви. Член колледжа Святой и Нераздельной Троицы усомнился в фундаментальном догмате учения о троичности Бога! Перед Ньютоном возникла мрачная перспектива покинуть Кембридж. Даже король не мог освободить члена Тринити-колледжа от посвящения в сан. Но в его власти было допустить исключение для профессора, занимавшего королевскую кафедру, и такое исключение для Лукасовской кафедры (формально не для Ньютона!) отныне и впредь было узаконено в 1675 г. И опять мы не до конца знаем тайные пружины проявления этого «высочайшего» благоволения, хотя дело явно не обошлось без вмешательства Барроу, ставшего к тому времени духовником короля. Так или иначе, но последнее препятствие на служебном поприще Ньютона в университете было чудесным образом устранено. Он приобрел устойчивое постоянное положение, не будучи обременен почти никакими обязанностями.

В первое время Ньютон много занимался оптикой. К концу 60-х – началу 70-х годов относится изготовление Ньютоном телескопа-рефлектора, за что он был удостоен в 1672 г. избрания в члены Лондонского Королевского общества. В том же году он представил Обществу свои исследования по новой теории света и цветов, вызвавшие острую полемику с Робертом Гуком. (Развившийся с возрастом патологический страх Ньютона перед публичными дискуссиями привел, в частности, к тому, что он опубликовал подготовленную в те годы «Оптику» лишь через 30 лет, дождавшись смерти Гука.) В это же время Ньютон разрабатывал основы математического анализа, о чем стало широко известно из переписки европейских ученых, хотя сам Ньютон не опубликовал тогда по этому поводу ни одной строчки. Так или иначе, но постепенно к нему приходило общеевропейское признание.

Однако, как это окончательно выяснилось только в наше время, центр тяжести интересов Ньютона лежал в 70-х и 80-х годах скорее в алхимии! Известно, что Ньютон приобрел в Лондоне одно из полнейших когда-либо опубликованных собраний алхимических текстов, а также громадное количество химического оборудования. Работам своим в этой области он уделял очень много времени и вел их в глубочайшем секрете. Судя по всему, с 70-х годов он активно интересовался трансмутацией металлов и золотом. Примечательно, что объем сохранившихся алхимических записей Ньютона превышает, по некоторым оценкам, размер его рукописей по физике и механике, сравниваясь в этом плане с его исследованиями по математике в целом.

Внешне однообразная жизнь Ньютона в Кембридже была покрыта налетом таинственности. Едва ли не единственным серьезным нарушением ее ритма были два с половиной года, посвященные в середине 80-х годов написанию «Начал». Работа эта была предпринята Ньютоном под сильным влиянием окружения, сумевшего преодолеть сопротивление Ньютона, опасавшегося публикации своих новых идей. В этот короткий период

Ньютон проявил сверхчеловеческую активность, созревавшую в течение многих лет на дне его лабораторных тиглей, сосредоточив на создании «Начал» весь творческий потенциал дарованного ему гения. После этого он, по-видимому, вновь замкнулся в своей (ал)химической лаборатории.

Последние годы пребывания Ньютона в Кембридже были омрачены глубокой психической депрессией, которую принято связывать с неким пожаром в его лаборатории зимой 1691/1692 гг. Кто-то окружил тогда Ньютона заботой, предупредив широкое распространение слухов о его болезни, и в результате мы мало чего знаем о действительном положении дел. Следы огня действительно сохранились на бумагах Ньютона, но восстановить причинно-следственную связь событий его жизни того времени едва ли удастся. Бесспорным свидетельством тяжелого состояния психики Ньютона остались несколько его в высшей степени странных писем 1693 г. к своему другу – философу Джону Локку.

Всего Ньютон провел в Кембриджском университете 35 лет. Весной 1696 г. он неожиданно получил место хранителя (Warden) Монетного двора в Лондоне и покинул Кембридж, сохранив за собой, впрочем, содержание по Лукасовской кафедре еще на пять лет. Инициатива приглашения Ньютона в Лондон принадлежала канцлеру казначейства Чарлзу Монтегю, будущему графу Халифаксу, с которым Ньютон должен был быть знаком еще с годов учебы последнего в Тринити-колледже. Не вполне ясно, каковы были отношения Ньютона с Монтегю в 90-х годах. С какого-то времени значительную роль в этих отношениях играла любимая племянница Ньютона, которой Монтегю подарил в конце своей жизни дом и завещал довольно большое состояние.

Переехав в Лондон, Ньютон сразу же интенсивно включился в организационно-административную деятельность на Монетном дворе. Под его непосредственным руководством была осуществлена в 1696–1698 гг. перечеканка всей английской монеты. В 1700 г. Ньютон был назначен на высокооплачиваемую должность директора (Master) Монетного двора. Этот пост он занимал до своей кончины. В это самое время, весной 1703 г. скончался Роберт Гук – непримиримый ученый оппонент и антипод Ньютона (по словам недавнего биографа «неприязнь Гука к Ньютону уступала только неприязни Ньютона к Гуку»). Смерть Гука предоставила Ньютону полную свободу в Лондонском королевском обществе, и на ближайшем же годовом собрании Ньютон был избран его президентом, прочно заняв это кресло почти на четверть века.

В Лондоне Ньютон приблизился ко двору. В 1705 г. королева Анна пожаловала Ньютону дворянство, возведя его в рыцари. Вскоре сэра Айзек Ньютон стал общепризнанной национальной гордостью Англии. Обсуждение преимуществ философской системы Ньютона над декартовой и его приоритета в открытии исчисления бесконечно малых по отношению к Лейбницу стали непременным элементом бесед в образованном обществе.

Ньютон скончался 31 марта 1727 г. холостяком в своем загородном доме, тайно отказавшись от причастия и оставив весьма значительное

состояние. Через неделю прах его был торжественно помещен на нынешнее почетное место в Вестминстерском аббатстве.

Несмотря на всемирное признание и особенное его почитание в Англии, Ньютон не удостоился пока «академического» издания «Полного собрания трудов». Имеется библиография прежних изданий трудов Ньютона и литературы о нем [33]. Из опубликованных в последние десятилетия материалов «ньютонианы» необходимо отметить изданную в семи томах его «Переписку» [26], 8 томов подготовленных Д.Т.Уайтсайдом его «Математических работ» [27], факсимильно изданные им же рукописные наброски Ньютона к первому изданию «Начал» [28], а также фундаментальную биографию, написанную Р.Уэстфоллом [34].

Приложение II. К биографии Эйлера.

Жизнь Леонарда Эйлера хорошо известна и бедна внешними событиями¹².

Предки Эйлера происходили из расположенного на северо-восточном краю Боденского озера старинного имперского города Линдау. Это была семья мелких землевладельцев и виноградарей, упоминающаяся еще в документах XIII–XIV веков. Этимология самой фамилии Эйлер не вполне ясна, но согласно более новым исследованиям она восходит к немецкому слову «Au» = заливной луг – типичному элементу топонимики окрестностей Линдау (ср. *Lindau*).

Прапрадед Леонарда Эйлера в самом конце XVI века переехал в Базель и вступил здесь в ремесленный цех. Отец Леонарда Пауль Эйлер не остался, однако, ремесленником, а стал пастором.

Леонард Эйлер родился в Базеле 15 апреля 1707 г. и провел детство в близлежащем селении Ризен, где его отец получил приход в 1708 г. Здесь на лоне сельской природы, в благочестивой обстановке скромного пасторского дома Леонард получил начальное воспитание, наложившее глубокий отпечаток на всю его последующую жизнь и мировоззрение. Затем он был послан для продолжения своего образования в Базель. Осенью 1720 г. 13-летний Леонард записался на философский факультет университета. Возраст юного студента соответствовал нормам того времени: тогдашний философский факультет был ближе к старшим классам нынешней средней школы. 9 июня 1722 г. Леонард Эйлер получил звание бакалавра и в 1723 г. окончил философские классы, 8 июня 1724 г. он произнес на годичном университетском акте по-латыни речь о сравнении картезианской и ньютонианской философии. Получив степень магистра, Эйлер записался осенью 1723 г., по желанию отца, на старший – теологический факультет.

Таковы внешние обстоятельства жизни Леонарда Эйлера в Базеле. Однако преимущественно не они определили будущее великого математика. На юношу Эйлера обратил внимание и сам Иоганн Бернулли, один из наиболее знаменитых последователей Лейбница и Ньютона в

¹² Материал для этой справки заимствован из статьи автора [45].

ранней разработке математического анализа. Не имея возможности предоставить молодому Эйлеру частные уроки, он стал все же руководить его самостоятельными занятиями.

Бывая регулярно в доме своего учителя, Эйлер познакомился со старшими сыновьями знаменитого математика – Николаем и Даниилом. В 1724 г. начались переговоры о приглашении представителей знаменитой семьи Бернулли в Петербург в открывавшуюся там по предначертаниям Петра Великого Академию наук. В результате приглашенными оказались оба старших сына Иоганна Бернулли. При отъезде они пообещали Эйлеру исхлопотать и для него место в Петербурге.

В конце 1726 г. Эйлер получил приглашение. Тем временем в Базеле освободилась кафедра физики. В число 12 претендентов на нее записался и Эйлер. Согласно действовавшим тогда в Базеле правилам три группы по шесть представителей от профессуры и администрации университета выбирали из числа соискателей по одному кандидату для жеребьевки. Эйлер представил на конкурс диссертацию «О звуке», а затем прочел лекцию «О причине тяготения». 1 апреля 1727 г. беспристрастный жребий выбрал на кафедру физики ничем не примечательного кандидата. В связи с этим Эйлер покинул 5 апреля навсегда свою родину и 24 мая прибыл в Петербург.

К моменту приезда Л. Эйлера Академия насчитывала 14 профессоров (академиков), распределенных на три класса: математический, физический и гуманитарный. Первоначально Д. Бернулли имел в виду, что Леонард будет назначен при нем адъюнктом по физиологии, но фактически Эйлер сразу же был приписан в качестве адъюнкта к математическому классу.

Академики собирались дважды в неделю на заседания Конференции (так называлось Общее собрание академиков) и в этих заседаниях регулярно читали и обсуждали свои научные работы. Кроме того, они обязаны были читать публичные лекции для малочисленной аудитории вольных слушателей, готовить монографии или учебники по своим специальностям и выступать в качестве экспертов по всем направляемым в Академию техническим и квалификационным запросам.

Эйлер активно включился в академическую жизнь с самого своего прибытия в Петербург. С августа 1727 г. поток представлявшихся им Академии работ не иссякал до конца его жизни. В 30-х годах он выступал в Конференции чаще всех – в среднем 10 раз в год (при общем числе 30–40 докладов в год). Только в 8 томах «Комментариев» Академии наук за 1730–1740 гг. Эйлер опубликовал 58 работ.

В 1731 г. Эйлер стал полноправным профессором теоретической и экспериментальной физики, а затем получил кафедру высшей математики, которую занимал в течение восьми лет, вплоть до своего отъезда в Берлин.

Наряду с собственно научной работой, Эйлер читал, как и другие профессора, лекции. С 1735 г. он вел большую работу в Географическом департаменте Академии по подготовке генеральной карты России. Наряду с этим Эйлер работал в течение многих лет и в астрономической обсерватории, ведя систематические наблюдения Солнца. Помимо этого,

он привлекался, вместе с другими профессорами, к выполнению многочисленных и разнообразных поручений, которые Академия получала от правительственных учреждений. Так, Эйлер принимал участие в обсуждении проекта подъема большого кремлевского колокола в Москве, в экспертизах весов различных конструкций и пр. Он участвовал и в разработке программы экзаменов для кадетского корпуса, сам принимал экзамены у кадетов, а также и у различных технических специалистов для определения их квалификации.

В Петербурге Л. Эйлер обзавелся семьей. 7 января 1734 г. (27 декабря 1733 г. ст. ст.) он женился на дочери академического живописца Катарине Гзелль. От этого брака у него родилось много детей, но выросли из них только пятеро – три сына и две дочери. Семья, впрочем, не отвлекала Эйлера от его академических занятий. Неутомимая работоспособность Эйлера, всегда поражавшая современников, не знала никаких преград. Отличаясь, вообще говоря, крепким здоровьем, Эйлер никогда не прерывал своей научной работы. И даже когда осенью 1738 г. он лишился в результате тяжелой болезни правого глаза, то и это не приостановило его деятельности.

В Петербурге окончательно сложился и окреп талант Л. Эйлера. Здесь он вырос и сформировался как ученый мирового масштаба. После смерти в октябре 1740 г. императрицы Анны Иоанновны произошла смена власти и в стране возникла обстановка, грозившая резко сказаться на положении Академии наук. Учитывая создавшееся положение, Эйлер поспешил принять полученное им еще до того приглашение прусского короля в реорганизуемую Берлинскую академию. 19 июня 1741 г. он покинул Петербург и 25 июля прибыл в Берлин.

Претендовавший на просвещенный абсолютизм Фридрих II, еще будучи кронпринцем, задумал создать в Берлине блестящую Академию наук. Но ко времени приезда Эйлера в Берлин король находился в военном лагере, развязав первую Силезскую войну, за которой вскоре последовала вторая. Попытки Эйлера вмешаться в дела устройства новой Академии не встретили поддержки Фридриха II, так как последний ориентировался на круги французских просветителей.

Новая Берлинская Академия наук была разделена на четыре класса: физический, математический, философский и филологический. 3 февраля 1746 г. Эйлер был назначен директором математического класса и оставался в этой должности в течение 20 лет. Он выучил французский язык – официальный язык двора и Академии – и с блеском продолжал свою колоссальную научную деятельность. Как и в Петербурге, он выступал около 10 раз в год с научными докладами на еженедельных заседаниях Академии и привлекался одновременно к различным техническим экспертизам. Большую работу вел Эйлер по контролю над изданием календарей, приносивших основной доход Академии, и занимался также другими научно-административными делами, связанными с академической обсерваторией, ботаническим садом и т. п.

После смерти президента Берлинской академии Мопертюи Эйлер

остался в академии не только самым знаменитым ее членом, но и фактическим руководителем, как в научно-организационной, так и в административной части. С 1760 г. он был также и первым по старшинству директором в Академии. Однако Фридрих II так и не пожелал назначить Эйлера ее президентом. В результате Академия осталась (на 175 лет !) вовсе без президента, а Фридрих II взял лично на себя общее ее руководство.

В создавшейся обстановке Эйлер решил покинуть Берлин и вернуться в Петербург. С трудом преодолев сопротивление короля и заблаговременно ликвидировав свое разросшееся недвижимое имущество, Эйлер покинул Берлин вместе со своей большой семьей 9 июня 1766 г. и 28 июля достиг Петербурга. Путешествие его было триумфальным – по пути Эйлер был гостем польского короля в Варшаве и герцога Курляндского в Митаве, а в Риге ему была выделена почетная охрана.

Прежде чем говорить о втором петербургском периоде жизни Л.Эйлера необходимо подчеркнуть, что в течение 25 лет его наиболее активной творческой жизни, которые он провел в Берлине, он постоянно поддерживал теснейшие деловые связи и с Петербургской Академией наук. Число научных статей (не считая отдельных книг), опубликованных за эти 25 лет в Берлине и Петербурге, составляет, соответственно, около 130 и 100. В Берлине у Эйлера одно время стажировались и жили прикомандированные к нему из Петербурга русские ученики. Как и раньше, он привлекался к различного рода экспертизам и к разрешению всяких сложных ученых и внутриакадемических вопросов. На Эйлере лежала в значительной степени обязанность подбора кадров для Петербургской Академии наук и представления ее интересов в Центральной Европе. Можно смело сказать, что в течение четверти века Эйлер являлся своего рода центральноевропейским филиалом Петербургской Академии наук.

Леонард Эйлер был принят в Петербурге в 1766 г. с большим почетом. Екатерина II назначила ему оклад размером в 3000 рублей в год, выдала 3000 рублей на переезд и 8000 рублей на покупку дома. Согласно своему возрасту, Эйлер возглавил в Петербурге академическое собрание. Старший его сын Иоганн-Альбрехт, ставший уже в 1754 г., в возрасте 20 лет, членом Берлинской академии, был принят в Петербургскую Академию наук профессором физики, а с 1769 г. стал конференц-секретарем Академии. 10 ноября 1766 г. вместо ранее управлявшей академическими делами Канцелярии была учреждена Комиссия под дирекцией графа В.Г.Орлова «для разобранья и приведения в лучшее состояние всех академических департаментов». В состав Комиссии вошли шесть академиков, в том числе отец и сын Эйлеры. В марте 1767 г. Эйлеру, совместно с С.Я.Румовским, было поручено общее руководство Географическим департаментом Академии. Однако вскоре Академия наук стала лишаться своих призрачных академических свобод. Взаимоотношения Эйлера с Орловым стали тоже осложняться. Дело кончилось подачей Эйлером в феврале 1774 г. прошения об увольнении его из состава Комиссии и от руководства

Географическим департаментом.

Все эти события разворачивались на фоне постепенной утраты Эйлером зрения и сосредоточения его исключительно на научной работе. Еще осенью 1766 г. у Эйлера произошла неожиданная и резкая потеря зрения на левый глаз, в результате чего он уже не смог больше никогда нормально читать и писать и вынужден был в дальнейшем пользоваться для этого посторонней помощью. Тяжелым переживанием для Эйлера был грандиозный пожар в Петербурге в мае 1771 г., при котором он потерял значительную часть своего имущества, книг и рукописей. Осенью того же года Эйлеру была сделана операция по удалению катаракты с левого глаза, которая, однако, не привела к успеху. В результате практически все 17 лет своего второго пребывания в Петербурге Эйлер был полуслепым и мог писать лишь мелом на большой грифельной доске, специально поставленной для этой цели в его комнате. Ему читали нужные сочинения, он производил в уме выкладки, диктовал и кое-что набрасывал на своей грифельной доске, оставляя оформление работ помощникам. Но такова была сила его гения, что, избавившись от необходимости самостоятельно переписывать получаемые им результаты, Эйлер выполнил за эти 17 лет невероятное количество исследований. Наряду с этим, Эйлера по-прежнему продолжали еще привлекать к различным экспертизам. Так, например, в 1776 г. он входил в комиссию по рассмотрению проекта моста через р. Неву, составленного И.П.Кулибиным.

Личная жизнь Эйлера в 70-х годах была не безоблачной. После кончины первой жены (1773) он решил жениться еще раз, чтобы обеспечить дом и себя семейным уютом. Однако его дети встретили эту идею в штыки, беспокоившись за светящее им вскоре наследство, и второй брак Эйлера был заключен в крайне напряженной семейной обстановке [10].

В последний год жизни Л.Эйлера обстоятельства ему вновь улыбнулись. Директором Академии была назначена княгиня Е.Р.Дашкова, проявившая положительный интерес к делам Академии и личное уважение к Эйлеру. Однако для последнего это было уже прощанием с Академией. 18 сентября 1783 г. 76-летний Эйлер, как всегда, занимался математическими исследованиями, беседовал за обедом о незадолго до того открытой седьмой планете, а вечером за чаем шутил с внуком. Неожиданно со словами «я умираю» он потерял сознание и через несколько часов, по меткому выражению панегириста, «прекратил вычислять и жить».

Петербургская Академия наук оказала своему скончавшемуся старейшине достойные почести: в 1786 г. его бюст был установлен на мраморной колонне в зале заседаний Академии против кресла президента. Однако, как это иногда бывает, вскоре даже могила Эйлера была утеряна. Лишь через полвека ее случайно обнаружили вновь, и в 1837 г. на нее был возложен величественный граничный камень со скромной надписью «Леонарду Эйлеру Петербургская академия».

Значение Л.Эйлера для становления Петербургской Академии наук

нельзя переоценить. В 1945 г. президент Академии наук СССР С.И.Вавилов писал, что «вместе с Петром 1 и Ломоносовым Эйлер стал добрым гением нашей Академии, определившим ее славу, ее крепость, ее продуктивность».

Помощник Эйлера Николай Фусс, женившийся на его внучке, сменил своего тестя И.А.Эйлера на посту конференц-секретаря Академии, а после него непререкаемым секретарем Академии стал его сын, также академик-математик П.Н.Фусс. В результате научное делопроизводство в Академии наук находилось в течение 86 лет в руках наследников Эйлера. Все сыновья Л.Эйлера остались в России, а его внук генерал А.Х.Эйлер получил Российское дворянство с гербом. Прямые потомки Леонарда Эйлера дали России на протяжении веков ряд крупных военных и государственных деятелей, и фамилия Эйлеров не перевелась в России и доныне.

Общий объем сочинений Эйлера громаден. Свыше 800 его опубликованных научных работ составляют около 30 тысяч печатных страниц и складываются из 600 статей в периодических изданиях и сборниках Петербургской академии наук, 130 статей в «Мемуарах» Берлинской академии и изданных в Берлине сборниках, 30 статей в разных журналах Европы, 15 мемуаров, удостоенных премий и поощрений Парижской академии наук, и 40 книг отдельных сочинений. Сто лет тому назад – по инициативе швейцарских математиков и при поддержке ведущих европейских академий наук, включая Петербургскую, – было предпринято издание «Полного собрания трудов» (*Opera omnia*) Эйлера. Основную его часть составляют три серии: (I) математика – 29 томов, (II) механика и астрономия – 31 том, (III) физика и разное – 12 томов. Первый его том был опубликован в 1911 г., а выход в свет последних двух из запланированных 72 томов ожидается в течение ближайших двух-трех лет. Сочинения Эйлера печатаются здесь на языке оригинала, т. е. по преимуществу на латинском или французском языках. Решение об издании дополнительной серии «Полного собрания трудов» Эйлера (IVA), содержащей его научную переписку, было предпринято – по согласованию между Швейцарской академией естественных наук и Российской академией наук – в 1970-х годах. Из намеченных 10 томов этой серии пока выпущены только четыре.

Краткое введение в «эйлериану» дано в статье автора [48]. Отметим, в частности, приуроченный к предыдущим эйлеровским юбилейным торжествам сборник (1988) [37] и недавний биографический очерк Э.Фельмана [10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Bouguer P. Traité du navire, de sa construction et de ses mouvements. – Paris: Jombert, 1746. – xl+682 с.
2. Dühring E.(1873) Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik. – Berlin: Grieben, 1873. – xxxi+513 с. (3. erw. u. umgearb. Aufl. 1887. Новое изд.: 1970).
3. Дюринг Е. Критическая история общих принципов механики / Рус. перевод с 3-го изд. – Москва, 1893. – xx+531 с.
4. Euler L. Mechanica sive motus scientia analytice exposita, 2 t. – Petropoli, 1736 (Opera omnia. Vol. II-1, 2. – 1912).
5. Euler L. Scientia navalis seu tractatus de construendis ac dirigendis navibus. 2 T. – Petropoli, 1749. – xlv+444 +534 с. (Opera omnia. Vol. II-18, 19. – 1967–1972).
6. Euler L. Découverte d'un nouveau principe de mécanique. // Mém. Acad. Berlin. – 1752. – Т. 6 (1750). – С. 185-217 (Opera omnia. Vol. II-5. – 1957. – С. 81–108).
7. Euler L. Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum ex primis nostrae cognitionis principiis stabilita et ad omnes motus, qui in hujusmodi corpora cadere possunt, accomodata. – Rostochii & Gryphiswaldiae: Röse, 1765. – xxxii+520 с. (Opera omnia. Vol. II-3–4. – 1948–1950).
8. Euler L. Nova methodus motum corporum rigidorum determinandi. // Novi commentarii Acad. sci. imp. Petrop. – 1776. – Т. 20 (1775). – С. 208–238 (Opera omnia. Vol. II-9. – 1968).
9. Эйлер Л. Основы динамики точки (первые главы из «Механики» и из «Теории движения твердых тел»). – М.–Л.: Гостехиздат, 1938. – 500 с.
10. Fellmann E. Leonhard Euler. – Basel et al.: Birkhäuser, 2007. – xv+179 с. [на англ. яз.]
11. Galilei G. Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuoue scienze, attenenti alla mecanica & i movimenti locali. – Leida: ~~gh~~ Elsevirii, 1638. – 314 с. (Opere. Vol. 8. – Firenze, 1968).
12. Галилей Г. Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению. – М.–Л.: Гостехиздат. 1934. – 696 с. (Избр. труды. Т. 2. – М.: Наука, 1964).
13. Hermann J. Phoronomia sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum libri duo. – Amstelaedami: Wetsteinios, 1716. – 401 с.
14. Hooke R. An attempt to prove the motion of the Earth from observations. – London: Martyn, 1674. – 28 с.
15. Huygens Ch. Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae. – Parisiis: Muguet, 1673. – xiv+161 с. (Oeuvres complètes. Т. 18. – La Haye, 1934).
6. Гюйгенс Х. Маятниковые часы или геометрические доказательства, относящиеся к движению маятников, приспособленных к часам // Гюйгенс Х. Три мемуара по механике. – Л.: АН СССР, 1951. – С. 7–210.

17. Lagrange J.L. Mécanique analytique. – Paris: Desaint, 1788. – xii+512 с.; Nouv. éd.: Mécanique analytique. 2 t. – Paris: Courcier, 1811–1815. – 433+378 с. (Oeuvres. T. 11–12. – Paris, 1888–1889).
18. Лагранж Ж.Л. Аналитическая механика. 2 т. – М.–Л.: Гостехиздат, 1950. – 594+440 с.
19. Laplace P.S. Traité de mécanique céleste. T. 5. – Paris: Huzard-Courcier, 1825. – viii+419+35 с.
20. Mach E. Die Mechanik in ihrer Entwick(e)lung historisch-kritisch dargestellt. – Leipzig: Brockhaus, 1883. – ix+483 с. (7. verbess. und verm. Aufl. 1912, новое изд.: 1988).
21. Мах Э. Механика: историко-критический очерк ее развития / Рус. перевод с 6-го изд. – СПб., 1909. – 446 с. (новое изд.: Ижевск, 2000)
22. Maclaurin C. Treatise of Fluxions. 2 vol. – Edinburgh: Ruddimans, 1742. – vi+763 с.
23. Newton I. Philosophiae naturalis principia mathematica. – Londini: Streater, 1687. – 510 с.
24. Newton I. Philosophiae naturalis principia mathematica: The Third Edition (1726) with Variant Readings. 2 vol. / Ed. A.Koyré, I.B.Cohen. – Cambridge University Press, 1972. – xl+916 с.
25. Ньютон И. Математические начала натуральной философии / Перевод А.Н.Крылова. // Изв. Николаев. морской академии. – 1915–1916. – Вып. 4–5. – 620 с. (отд. отт.: Петроград, 1915–1916). Новое изд.: М.: Наука, 1989. – 688 с.
26. Newton I. Correspondence. 7 vol. / Ed. Thurnbull H.W., Hall A.R. et al. – Cambridge University Press, 1959–1977 (Paperback ed.: 2008).
7. Newton I. Mathematical Papers. 8 vol. / Ed. Whiteside D.T. – Cambridge University Press, 1967–1981.
28. Newton I. Preliminary manuscripts for Isaac Newton's 1687 *Principia*: 1684–1685 (in facsimile). – Cambridge University Press, 1989. – xxi+246 с.
29. Russell J.L. Action and reaction before Newton. // British J. Hist. Sci. – 1976. – Vol. 9. – С. 25–38.
30. Segner J.A. Specimen theoriae turbinum. – Halle, 1755.
31. Truesdell C. Essays in the History of Mechanics. – Berlin et al.: Springer, 1968. – 384 с.
32. Трусделл К. Очерки по истории механики. – М.–Ижевск: ИКИ, 2002. – 316 с.
33. Wallis P. & R. Newton and Newtoniana, 1672–1975 / Bibliography. – Kent: Dawson, 1977. – xxiv+362 с.
34. Westfall R. Never at rest: A biography of Isaac Newton. – Cambridge University Press, 1980. – xviii+908 с.
35. Арнольд В.И. Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук: первые шаги математического анализа и теории катастроф, от эвольвент до квазикристаллов. – М.: Физматлит, 1989. – 96 с.
36. Боголюбов А.Н. Киевская дискуссия о силах инерции. // Из истории развития физико-математических наук. – Киев: Наукова думка, 1981. – С.

- 5–13 (также в кн.: История механики в России. – Киев: Наукова думка, 1987. – С. 286–291).
37. Боголюбов Н.Н., Михайлов Г.К., Юшкевич А.П. (ред.). Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука / Сборник статей. – М.: Наука, 1988. – 519 с.
38. Большая Российская энциклопедия: Россия – М.: БРЭ, 2004. – 1008 с.
39. Вавилов С.И. Исаак Ньютон, 1643–1727. – М.–Л.: АН СССР, 1943. – 216 с.; Изд. 4, доп. – М.: Наука, 1989. – 272 с.
40. Ворович И.И. Лекции по динамике Ньютона: Современный взгляд на механику Ньютона и ее развитие. – М.–Ижевск: ИКИ, 2004. – 680 с.
41. Ишлинский А.Ю. Механика относительного движения и силы инерции. – М.: Наука, 1981. – 181 с.
42. Ишлинский А.Ю. Классическая механика и силы инерции. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
43. Лаврентьев М.А., Кочин Н.Е., Соболев С.Л., Сегал Б.И. История одной безграмотной книги. // Высшая школа. – 1937. – № 2. – С.30-39.
44. Левенсон Л.Б. Проблема сил инерции и динамика машин. // Под знаменем марксизма. – 1936. – № 8. – С.71–115.
45. Михайлов Г.К. Леонард Эйлер и его вклад в развитие рациональной механики. // Успехи механики (Варшава). – 1985. – Т. 8, № 1. – С. 3–58.
46. Mikhailov G.K. Introduction to D.Bernoulli's papers on geophysical fluid dynamics and barometrical studies // Bernoulli D. Werke, Bd. 5: Hydrodynamik II. – Basel et al.: Birkhäuser, 2002. – С. 473–502.
47. Michailov G.K. Colin Maclaurin und Newtons Bewegungsgesetz in der modernen Cartesischen Koordinatenform. // Acta Historica Leopoldina. – 2008. – Bd. 54: Mathematics Celestial and Terrestrial / Festschrift für Menso Folkerts zum 65. Geburtstag. – С. 523–532.
48. Mikhailov G.K. Euleriana: A short bibliographical note // Physica D. – 2008. – Vol. 237, Nr. 14-17. – С. xvii–xviii.
49. М.В.Остроградский 1862–1962: Педагогическое наследие, документы о жизни и деятельности. – М.: Физматгиз, 1961. – 400 с.
50. Харламов П.В. Очерки об основаниях механики: Мифы, заблуждения и ошибки. – Киев: Наукова думка, 1995. – 407 с.